

**МАТЕМАТИКА ВО УГОСТИТЕЛСТВОТО**  
**(СКРИПТА ЗА ИНТЕРНА УПОТРЕБА)**

**Билјана Петревска**

**Штип, 2012**



# СОДРЖИНА

---

ПРЕДГОВОР .....	v
-----------------	---

## I ГЛАВА

<b>РАЗМЕР И ПРОПОРЦИИ .....</b>	<b>7</b>
1. Поим за размер .....	8
2. Видови размер .....	8
2.1. Аритметички размер .....	8
2.2. Геометриски размер .....	8
3. Карактеристики на размерите .....	8
4. Поим за пропорција .....	9
5. Карактеристики на пропорцијата .....	9
6. Видови пропорции .....	11
ВЕЖБА БР. 1 .....	13
ВЕЖБА БР. 2 .....	15

## II ГЛАВА

<b>ДЕЛБЕНА И ВЕРИЖНА СМЕТКА .....</b>	<b>17</b>
1. Поим за делбена сметка .....	18
2. Видови делбена сметка .....	18
2.1. Проста делбена сметка .....	18
2.2. Сложена делбена сметка .....	18
3. Поим за верижна сметка .....	21
4. Правила за составување верижна сметка .....	21
ВЕЖБА БР. 3 .....	25
ВЕЖБА БР. 4 .....	27

## III ГЛАВА

<b>СРЕДНИ ВРЕДНОСТИ .....</b>	<b>29</b>
1. Видови средни вредности и нивни карактеристики .....	30
1.1. Аритметичка средина .....	30
1.2. Геометриска средина .....	31
1.3. Хармониска средина .....	32
1.4. Медијана .....	33
1.5. Модус .....	34
ВЕЖБА БР. 5 .....	35
ВЕЖБА БР. 6 .....	37

## **IV ГЛАВА**

<b>СМЕТКА ЗА СМЕСИ .....</b>	<b>39</b>
1. Поим за сметка за смеси .....	40
2. Правила при составување сметка за смеси .....	40
ВЕЖБА БР. 7 .....	43

## **V ГЛАВА**

<b>ПРОЦЕНТНА И ПРОМИЛНА СМЕТКА .....</b>	<b>45</b>
1. Поим за процентна сметка .....	46
2. Поим за промилна сметка .....	46
3. Видови големини .....	46
4. Видови процентна/промилна сметка .....	46
4.1. Процентна/промилна сметка од сто/илјада .....	47
4.2. Процентна/промилна сметка над сто/илјада .....	47
4.3. Процентна/промилна сметка под сто/илјада .....	48
ВЕЖБА БР. 8 .....	51

## **VI ГЛАВА**

<b>ИНДЕКСНИ БРОЕВИ И КАМАТНА СМЕТКА.....</b>	<b>53</b>
1. Поим за индекси .....	54
2. Поим за каматна сметка .....	55
3. Видови каматна сметка .....	55
3.1. Каматна сметка од сто .....	56
3.2. Каматна сметка над сто .....	56
3.3. Каматна сметка под сто .....	57
ВЕЖБА БР. 9 .....	59

## **VII ГЛАВА**

<b>КАЛКУЛАЦИИ .....</b>	<b>61</b>
1. Поим за калкулација .....	62
2. Принципи за изработка на калкулација .....	62
3. Видови калкулации .....	62
3.1. Калкулации по место на трошоци .....	62
3.2. Калкулации по време на составување .....	63
3.3. Калкулации според методот на составување .....	63
3.3.1. Делбена (дивизиона) калкулација .....	63
3.3.2. Додавна калкулација .....	65
3.3.3. Калкулација на врзани производи .....	67
3.3.4. Калкулација по методот на директни трошоци ....	67
ВЕЖБА БР. 10 .....	71
ВЕЖБА БР. 11 .....	73
ВЕЖБА БР. 12 .....	75

## **ПРЕДГОВОР**

---

Ракописот претставува скрипта за интерна употреба која е наменета единствено за студентите кои го изучуваат предметот Математика во угостителството на Факултетот за туризам и бизнис логистика - Гевгелија при Универзитетот “Гоце Делчев” - Штип. Основна цел е да им помогне во совладувањето на најважните теми од математиката со кои би се сретнале во секојдневното угостителско работење. Нивото и стилот на обработка на материјата се приспособени кон знаењата и потребите на студентите од додипломските студии. Притоа, преку многубројни практични примери се настојува да им се доближи на студентите дека математиката не треба да се изучува само поради збогатување на знаењето од математика, туку поради можноста истата да се користи при решавањето практични проблеми. Имајќи предвид дека ова е нерецензиран ракопис, не е исклучена можноста ракописот да има одредени недостатоци кои треба објективно да се согледаат и надминат. Оттука, секоја добронамерна сугестија и забелешка ќе бидат прифатени со посебно задоволство.

## **ОРГАНИЗАЦИЈА НА РАКОПИСОТ**

Интерната скрипта се состои од седум глави кои ги покриваат најзначајните теми кои вообичаено се сретнуваат во литературата од оваа област. Притоа, започнато е со најелементарните поими кои се обработени во првата глава, а се однесуваат на размери и пропорции. Втора глава ги појаснува математичките правила за составување и решавање делбена и верижна сметка. Најважните видови средни вредности и нивните карактеристики се презентирани во третата глава. Имајќи предвид дека сметката за смеси е често присутна во угостителското работење, правилата за нејзино составување се детално разработени во четвртата глава. Петтата глава зборува за поимот и основните видови процентна и промилна сметка, додека шестата глава дава практични примери за пресметување индексни броеви и каматна сметка. Последната, седма глава од практикумот е во целост посветена на калкулациите при што во детали се разработени основните видови калкулации кои најчесто се применуваат во угостителството. По секоја глава, во форма на дванаесет вежби, следуваат задачи за вежбање.

## ПЕДАГОШКИ ОДЛИКИ

Со цел на студентите да им се овозможи полесно совладување на материјата, разбирање на посложените поими и поврзување на теоретските и методолошките концепти со угостителската практика, интерната скрипта содржи неколку педагошки алатки:

- Секоја глава започнува со краток преглед на содржината која е разработена во таа глава и истовремено се поставени целите на учење коишто треба да ги постигнат студентите преку совладување на дадената материја;
- Низ целиот текст вклучени се многубројни решени примери коишто треба материјата да ја доближат до стварноста, сликвито да прикажат некои работи и да го направат практикумот поинтересен;
- На крајот од секоја глава поставени се повеќе задачи, прашања и проблеми, коишто им овозможуваат на студентите да проверат дали целосно ја разбрале прочитаната материја. Се разбира, при проверката на знаењето ќе им помогне понуденото решение на поставените задачи, кои пак, ќе им помогнат во подготовка на испитот по предметот Математика во угостителството.

Билјана Петревска  
февруари, 2012 год.

# **I ГЛАВА: РАЗМЕР И ПРОПОРЦИИ**

---

## **ПРЕГЛЕД**

1. Поим за размер
2. Видови размери
  - 2.1. Аритметички размер
  - 2.2. Геометриски размер
3. Карактеристики на размерите
4. Поим за пропорција
5. Карактеристики на пропорцијата
6. Видови пропорции

## **ЦЕЛИ НА УЧЕЊЕТО**

По проучување на оваа глава, Вие треба да бидете способни:

- Да го дефинирате поимот размер;
- Да правите разлика помеѓу аритметички и геометриски размер;
- Да ги осознаете основните карактеристики на размерите;
- Да го дефинирате поимот пропорција;
- Да ги осознаете основните карактеристики на пропорцијата;
- Да ги знаете основните видови пропорции;
- Да правите разлика помеѓу размер и пропорција.

## 1. Поим за размер

Односот помеѓу два истоимени или неименувани броја може да покажува за колку е еден број поголем или помал од другиот или колку пати е еден број поголем или помал од другиот број. Ваквиот однос меѓу два броја се вика *размер*.

## 2. Видови размери

### 2.1. Аритметички размер

Односот помеѓу два броја кој покажува за колку е едниот број поголем или помал од другиот се вика *аритметички размер*.

Аритметичкиот размер се претставува со математичката операција одземање. Оттука, карактеристиките на овој размер се идентични со карактеристиките на една разлика.

$$a - b = d$$

### 2.2. Геометриски размер

Односот помеѓу два броја кој покажува колку пати е едниот број поголем или помал од другиот се вика *геометриски размер*.

Геометрискиот размер се претставува со математичката операција делење или како дробка. Овој размер ги има истите карактеристики на една дробка.

$$a : b = q \quad \text{или} \quad \frac{a}{b} = q$$

## 3. Карактеристики на размерите

Кога во практиката се зборува за размер, тогаш обично се подразбира геометрискиот размер.

Поважни карактеристики на геометрискиот размер се:

(1) Вредноста на размерот на се менува ако првиот и вториот член истовремено се помножат или поделат со ист број.

$$a : b = q \quad \text{или} \quad 8 : 4 = 2$$
$$a \cdot m : b \cdot m = q \quad 8.2 : 4.2 = 2$$

Односно:



$$\begin{array}{lcl} a : b = q & \text{или} & 8:4=2 \\ \frac{a}{m} : \frac{b}{m} = q & \text{или} & \frac{8}{2} : \frac{4}{2} = 2 \end{array}$$

(2) За два размери се вели дека се еднакви ако вредностите им се еднакви.

$a : b = q$  и  $c : d = q$  или  $6:3=2$  и  $8:4=2$  се еднакви бидејќи количниците им се  $q$ , односно 2.

(3) Од два или повеќе размери се добива сложен размер така што производот од првите членови се зема како прв член од сложениот размер, а производот од вторите членови како втор член од сложениот размер.

$$\begin{array}{lcl} a : b & \text{или} & 8:2=4 \\ c : d & & 15:3=5 \\ e : f & & 12:4=3 \\ & & 3:1=3 \end{array}$$

Сложениот размер ќе биде:

$$ace : bde \quad (8.15.12.3):(2.3.4.1)=4.5.3.3$$

## 4. Поим за пропорција

Два геометриски размери со исти вредности (количници) сврзани со знакот еднакво претставуваат *пропорција*.

Со други зборови, под пропорција се подразбира равенка составена од два еднакви геометриски размери.

Ако е  $a:b=q$ , а и  $c:d=q$ , тогаш од овие два размера се добива следната пропорција:

$$a : b = c : d$$

во која се разликуваат: левиот размер ( $a:b$ ), десниот размер ( $c:d$ ), надворешните членови ( $a$  и  $d$ ) и внатрешните членови ( $b$  и  $c$ ).

## 5. Карактеристики на пропорцијата

Најважни карактеристики на пропорцијата се:

(1) Производот од внатрешните членови е еднаков на производот од надворешните членови

$$\begin{array}{lcl} a : b = c : d & \text{или} & 6:3=8:4 \\ ad = bc & & 6.4=3.8 \end{array}$$

(2) Ако производот од два броја е еднаков на производот од другите два броја, тогаш од овие четири множители се формира пропорција во која внатрешните членови ќе бидат множители од едниот производ, а надворешните членови ќе бидат множители од другиот производ.

$$\begin{array}{lcl} ad = bc & \text{или} & 9.5 = 45 \text{ и } 3.15=45 \\ a:b=c:d & & 9:3=15:5 \end{array}$$

(3) Членовите во пропорцијата можат да ги менуваат местата само во случаи: внатрешните меѓу себе, надворешните меѓу себе, двата надворешни да дојдат наместо двата внатрешни и обратно.

Користејќи ја оваа особина, една пропорција може да се прикаже на повеќе начини:

$$\begin{array}{ll} a:b=c:d & c:d=a:b \\ a:c=b:d & c:a=d:b \\ b:d=a:c & d:b=c:a \\ b:a=d:c & d:c=b:a \end{array}$$

(4) Ако еден внатрешен и еден надворешен член истовремено се помножат или поделат со ист број, пропорцијата не се менува.

$$\begin{array}{lcl} & 6:3=4:2 & \\ (6.6):3 = (4.6):2 & \text{или} & (6:2):3 = (4:2):2 \\ 36:3 = 24:2 & & 3:3 = 2:2 \end{array}$$

(5) Пропорцијата не се менува, ако сите членови се степенуваат или коренуваат со еден ист број.

$$\begin{array}{lcl} 2:4 = 1:2 & \text{односно} & 4:9 = 16:36 \\ \left(\frac{2}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 & & \frac{4}{9} = \frac{16}{36} \\ \frac{4}{16} = \frac{1}{4} & & \sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{16}{36}} \\ 4:16=1:4 & & \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \\ & & 2:3=4:6 \end{array}$$

(6) Повеќе пропорции се сведуваат во една така што се множат соодветните членови.

$$\begin{array}{l} 12:6 = 4:2 \\ 3:2 = 6:4 \\ 2:1 = 4:2 \end{array}$$

Од каде се добива:

$$\begin{array}{l} 12.3.2 : 6.2.1 = 4.6.4 : 2.4.2 \\ 72:12 = 96:16 \end{array}$$

## 6. Видови пропорции

### 6.1. Непрекината пропорција

Пропорција во која двата внатрешни или двата надворешни члена се непознати големини се вика *непрекината пропорција*.

$$a : x = x : d \quad \text{или} \quad 40 : x = x : 10$$

### 6.2. Продолжена пропорција

Кога повеќе размери со исти количници се сврзат со знакот еднакво, се добива *продолжена пропорција*.

$$6:3=2$$

$$18:9=2$$

$$8:4=2$$

$$6:18:8 = 3:9:4$$

Повеќе пропорции се сведуваат во една продолжена на повеќе начини, а ќе бидат прикажани овие:

$$A:B = 3:4$$

$$B:C = 5:10$$

$$C:D = 5:11$$

**I.** По првиот начин со меѓусебно множење на соодветните членови треба да се добијат три пропорции во кои првите членови од левиот и десниот размер ќе бидат исти.

Првата пропорција е  $A:B = 3:4$

Втората пропорција ќе се добие од првите две:  $A:B = 3:4$

$$B:C = 5:10$$

$$AB:BC = 15:40$$

а по делењето на левиот размер со  $B$ , се добива втората пропорција

$$A:C = 15:40$$

Третата пропорција ќе се добие од првите три:

$$A:B = 3:4$$

$$B:C = 5:10$$

$$C:D = 5:11$$

$$ABC:BCD = 75:440$$

а по делењето на левиот размер со  $BC$  се добива третата пропорција

$$A:D = 75:440$$

На овој начин се добиени три нови пропорции:

$$A:B = 3:4$$

$$A:C = 15:40$$

$$A:D = 75:440$$

Десните размери потоа се множат со количникот од најмалиот заеднички содржател (НЗС) за првите членови од десните рамери и првиот член од секој десен рамер.

$$A:B = 75:100$$

$$A:C = 75:200$$

$$A:D = 75:440$$

Ако се земе дека првите членови од левите размери се еднакви на првите членови од десните размери, тогаш и другите членови од левите размери ќе бидат еднакви на другите од десните размери.

$$A:B:C:D = 75:100:200:440$$

односно по делењето на десниот размер со 5 се добива:

$$A:B:C:D = 15:20:40:88$$

**II.** По вториот начин, за вредноста на првиот член од левиот размер се зема првиот член од десниот размер, а за вредноста на вториот член се зема вториот член од десниот размер.

Во конкретниов случај  $A=3$ , а  $B=4$ . Со заменување на  $A$  со 3 и на  $B$  со 4 во следните пропорции се добиваат вредности за  $C$  и  $D$ .

$$B:C = 5:10$$

$$C:D = 5:11$$

$$4:C = 5:10$$

$$8:D = 5:11$$

$$C = \frac{4 \cdot 10}{5} = 8$$

$$D = \frac{8 \cdot 11}{5} = \frac{88}{5}$$

Продолжената пропорција ќе биде:

$$A:B:C:D = 3:4:8:\frac{88}{5}$$

односно, по множење на дадениот размер со 5 се добива:

$$A:B:C:D = 15:20:40:88$$



## ВЕЖБА БР. 1

### ГЛАВА 1: РАЗМЕРИ И ПРОПОРЦИИ

1. Повторување за аритметички размер.
2. Повторување за геометриски размер.
3. Вежби за карактеристиките на геометрискиот размер.

(1) Вредноста на размерот на се менува ако првиот и вториот член истовремено се помножат или поделат со ист број.

$$\begin{aligned}10:5 &= 2 \\ 10 \cdot 2 : 5 \cdot 2 &= 20 : 10 = 2 \\ 10 / 5 : 5 / 5 &= 2 : 1 = 2\end{aligned}$$

(2) За два размери се вели дека се еднакви ако им се вредностите еднакви.

$$\begin{aligned}16:2 &= 8 \\ 32:4 &= 8\end{aligned}$$

(3) Од два или повеќе размери се добива сложен размер така што производот од првите членови се зема како прв член од сложениот размер, а производот од вторите членови како втор член од сложениот размер.

$$\begin{aligned}12:3 &= 4 \\ 6:2 &= 3 \\ \text{сложен размер: } (12 \cdot 6) : (3 \cdot 2) &= 4 \cdot 3 \\ 72:6 &= 12\end{aligned}$$





## ВЕЖБА БР. 2

### ГЛАВА 1: РАЗМЕРИ И ПРОПОРЦИИ

#### 1. Повторување за пропорција.

#### 2. Вежби за карактеристиките на пропорцијата.

(1) Производот од внатрешните членови е еднаков на производот од надворешните членови

$$4:2=8:4$$

$$4 \cdot 4=2 \cdot 8$$

$$16=16$$

(2) Ако производот од два броја е еднаков на производот од другите два броја, тогаш од овие четири множители се формира пропорција во која внатрешните членови ќе бидат множители од едниот производ, а надворешните членови ќе бидат множители од другиот производ.

$$12 \cdot 3=36 \text{ и } 6 \cdot 6=36$$

$$12:6=6:3$$

$$2=2$$

(3) Членовите во пропорцијата можат да ги менуваат местата само во следните случаи: внатрешните меѓу себе, надворешните меѓу себе, двата надворешни да дојдат наместо двата внатрешни и обратно.

$$10:2=15:3$$

$$15:3=10:2$$

$$10:15=2:3$$

$$15:10=3:2$$

$$2:3=10:15$$

$$3:2=15:10$$

$$2:10=3:15$$

$$3:15=2:10$$

(4) Ако еден внатрешен и еден надворешен член истовремено се помножат или поделат со ист број, пропорцијата не се менува.

$$24:12=10:5$$

$$(24 \cdot 2):12=(10 \cdot 2):5$$

$$(24:2):12=(10:2):5$$

$$2=2$$

$$48:12=20:5$$

$$12:12=5:5$$

$$4=4$$

$$1=1$$

(5) Пропорцијата не се менува, ако сите членови се степенуваат или коренуваат со еден ист број.

$$10:2 = 5:1$$

$$9:4 = 36:16$$

$$\left(\frac{10}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{1}\right)^2$$

$$\frac{100}{4} = \frac{25}{1}$$

$$100:4=25:1$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{36}{16}}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$

$$3:2=6:4$$

(6) Повеќе пропорции се сведуваат во една така што се множат соодветните членови.

$$24:12 = 8:4$$

$$9:6 = 18:12$$

$$10:5 = 20:10$$

Од каде се добива:

$$24.9.10 : 12.6.5 = 8.18.20 : 4.12.10$$

$$2160:360 = 2880:480$$

$$6:1=6:1$$

### 3. Повторување за непрекината и продолжена пропорција.



## **II ГЛАВА: ДЕЛБЕНА И ВЕРИЖНА СМЕТКА**

---

### **ПРЕГЛЕД**

1. Поим за делбена сметка
2. Видови делбена сметка
  - 2.1. Проста делбена сметка
  - 2.2. Сложена делбена сметка
3. Поим за верижна сметка
4. Правила за составување верижна сметка

### **ЦЕЛИ НА УЧЕЊЕТО**

По проучување на оваа глава, Вие треба да бидете способни:

- Да знаете што е делбена сметка;
- Да правите разлика помеѓу проста и сложена делбена сметка;
- Да знаете да решавате задачи со примена на делбена сметка;
- Да знаете што е верижна сметка;
- Да знаете да составите верижна сметка;
- Да правите разлика помеѓу делбена и верижна сметка.

## 1. Поим за делбена сметка

Во практиката често доаѓа до примена на сметка за делба, повеќе позната како делбена сметка.

*Делбената сметка* се применува кога една сума или некоја друга вредност треба да се подели на повеќе делови според однапред утврдени услови.

## 2. Видови делбена сметка

### 2.1. Проста делбена сметка

Кога делбата на дадена сума или некоја друга вредност се врши според еден услов (критериум), се применува *проста делбена сметка*.

### 2.2. Сложена делбена сметка

Кога делбата на дадена сума или некоја друга вредност се врши според повеќе услови (критериуми), се применува *сложена делбена сметка*.

\* При решавање на задачите може да дојде до примена на правилата (карактеристиките) на пропорциите.

#### Пример 1:

Тројца келнери имаат вкупно 27200 денари. Вкупната сума да се подели на сите лица право пропорционално на нивните години. Притоа, лицата се на возраст од 20 год., 32 год. и 40 год.

Ако се земе дека деловите од вкупната сума се означени со  $x$ ,  $y$  и  $z$ , тогаш се составува следнава пропорција:

$$x:y:z = 20:32:40$$

односно, по делењето на десниот размер со 4 се добива:

$$x:y:z = 5:8:10$$

од каде се изведуваат пропорциите:

$$(x+y+z):(5+8+10) = x:5$$

$$(x+y+z):(5+8+10) = y:8$$

$$(x+y+z):(5+8+10) = z:10$$

Бидејќи  $x+y+z = 27200$ , тогаш деловите што отстаѓаат на  $x$ ,  $y$ ,  $z$  се добиваат на следниот начин:  $27200:(5+8+10)$

$$\begin{array}{lll}
27200:23 = x:5 & \text{па} & x = \frac{27200}{23} \cdot 5 = 5913 \text{ ден.} \\
27200:23 = y:8 & \text{па} & y = \frac{27200}{23} \cdot 8 = 9461 \text{ ден.} \\
27200:23 = z:10 & \text{па} & z = \frac{27200}{23} \cdot 10 = 11826 \text{ ден.}
\end{array}$$

Лицето кои има 20 год. ќе добие 5913 ден., лицето кое има 32 год. ќе добие 9461 ден., а лицето кое има 40 год. ќе добие 11826 ден.

### **Пример 2:**

Тројца келнери имаат вкупно 27200 денари. Вкупната сума да се подели на сите лица обратно пропорционално на нивните години. Притоа, лицата се на возраст од 20 год., 32 год. и 40 год.

$$x:y:z = \frac{1}{20} : \frac{1}{32} : \frac{1}{40}$$

односно, по множење на десниот размер со 160 се добива

$$x:y:z = 8:5:4$$

од каде:

$$(x+y+z):(8+5+4) = x:8$$

$$(x+y+z):(8+5+4) = y:5$$

$$(x+y+z):(8+5+4) = z:4$$

Бидејќи  $x+y+z = 27200$ , тогаш деловите што отпаѓаат на  $x$ ,  $y$ ,  $z$  се добиваат на следниот начин:  $27200:(8+5+4)$

$$\begin{array}{lll}
27200:17 = x:8 & \text{па} & x = \frac{27200}{17} \cdot 8 = 12800 \text{ ден.} \\
27200:17 = y:5 & \text{па} & y = \frac{27200}{17} \cdot 5 = 8000 \text{ ден.} \\
27200:17 = z:4 & \text{па} & z = \frac{27200}{17} \cdot 4 = 6400 \text{ ден.}
\end{array}$$

Лицето кои има 20 год. ќе добие 12800 ден., лицето кое има 32 год. ќе добие 8000 ден., а лицето кое има 40 год. ќе добие 6400 ден.

### **Пример 3:**

Поделете 400000 ден. на четири претпријатија, но така што ако претпријатието А добие 3 дела тогаш претпријатието В да добие 4 дела; ако претпријатието В добие 5 дела тогаш претпријатието С да добие 3 дела и ако претпријатието Д добие 1 дел тогаш претпријатието С да добие 4 дела. По колку денари ќе добие секое претпријатие?

Овде, всушност, постојат следниве пропорции:

$$A:B = 3:4$$

$$B:C = 5:3$$

$$D:C = 1:4$$

Од овие три пропорции, изведуваме продолжена пропорција:

$$A:B:C:D = 3:4:\frac{12}{5}:\frac{3}{5}$$

Односно, по множењето на десниот размер со 5 се добива:

$$A:B:C:D = 15:20:12:3$$

од каде:

$$(A+B+C+D):(15+20+12+3) = A:15$$

$$(A+B+C+D):(15+20+12+3) = B:20$$

$$(A+B+C+D):(15+20+12+3) = C:12$$

$$(A+B+C+D):(15+20+12+3) = D:3$$

Бидејќи  $A+B+C+D$  е вкупната сума т.е. 400000 ден., оваа сума се дели со збирот на размерните делови  $(15+20+12+3) = 50$

Така:

$$400000:50 = A:15 \quad \text{па} \quad A = \frac{400000}{50} \cdot 15 = 120000 \text{ ден.}$$

$$400000:50 = B:20 \quad \text{па} \quad B = \frac{400000}{50} \cdot 20 = 160000 \text{ ден.}$$

$$400000:50 = C:12 \quad \text{па} \quad C = \frac{400000}{50} \cdot 12 = 96000 \text{ ден.}$$

$$400000:50 = D:3 \quad \text{па} \quad D = \frac{400000}{50} \cdot 3 = 24000 \text{ ден.}$$

На претпријатието А му следува 120000 ден., на претпријатието В му следува 160000 ден., на претпријатието С му следува 96000 ден. и на претпријатието D му следува 24000 ден.

#### **Пример 4:**

Три хотела А, В и С сакаат да изградат заедничка catering служба чија изградба ќе чини 216000 ден. Во изградбата секој хотел ќе учествува право пропорционално на бројот на вработени, а обратно пропорционално на ангажираните работни денови. Притоа:

- хотелот А има 2880 вработени, а ќе биде ангажиран 150 работни дена

- хотелот В има 3200 вработени, а ќе биде ангажиран 100 работни дена

- хотелот С има 3840 вработени, а ќе биде ангажиран 60 работни дена.

По колку денари треба да вложи секој хотел?

Ја поставуваме следната равенка:

$$A+B+C = 216000$$

Ги поставуваме следните пропорции:

$$A:B:C = 2880:3200:3840$$

$$A:B:C = \frac{1}{150} : \frac{1}{100} : \frac{1}{60}$$

односно,

$$A:B:C = \frac{2880}{150} : \frac{3200}{100} : \frac{3840}{60}$$

или, по скратување на десниот размер:

$$A:B:C = 3:5:10$$

од каде:

$$(A+B+C):(3+5+10) = A:3$$

$$(A+B+C):(3+5+10) = B:5$$

$$(A+B+C):(3+5+10) = C:10$$

Бидејќи  $A+B+C$  е вкупната сума т.е. 216000 ден., оваа сума се дели со збирот на размерните делови  $(3+5+10) = 18$

Така:

$$216000:18 = A:3 \quad \text{па} \quad A = \frac{216000}{18} \cdot 3 = 36000 \text{ ден.}$$

$$216000:18 = B:5 \quad \text{па} \quad B = \frac{216000}{18} \cdot 5 = 60000 \text{ ден.}$$

$$216000:18 = C:10 \quad \text{па} \quad C = \frac{216000}{18} \cdot 10 = 120000 \text{ ден.}$$

Хотелот А ќе даде 36000 ден., хотелот В ќе даде 60000 ден., а хотелот С ќе даде 120000 ден.

### 3. Поим за верижна сметка

За поедноставно, полесно и побрзо математичко решавање на разни проблеми од практиката, се применуваат различни шеми, методи, техники и сл. Една од таквите шеми за брзо и едноставно пресметување е верижното правило, повеќе познато како верижна сметка.

*Верижната сметка* се применува кога од низа односни големини кои меѓусебе стојат во право пропорционален однос, треба да се најде односот меѓу две големини, од кои една е непозната и на неа соодветна позната големина.

Верижната сметка има огромна примена во економската математика и во секојдневието.

### 4. Правила за составување верижна сметка

При составување верижна сметка, мора да се почитуваат следните правила:

(1) Првиот ред во верижната сметка почнува со прашање, односно со големината што се бара. Оваа големина се пишува лево од цртата, а во истиот ред десно од цртата се пишува големината со нејзиното име на која прашањето се однесува;

(2) Секој нареден ред од верижната сметка почнува со таква именувана големина која има исто име како и големината од претходниот ред од десната страна на верижната црта;

(3) Верижната сметка е поставена кога од десната страна на верижната црта ќе се појави именувана големина која е еднаква со непознатата, односно таква именувана големина со каква е почната верижната сметка;

(4) Производот на големините од десната страна поделен со производот на големините од левата страна дава резултат на поставеното прашање.

### **Пример 1:**

Колку денари чинат 60 кгр. стока, ако 80 кгр. од истата стока чинат 640 ден?

Од овие познати големини, како и од непознатата, може да се состават две равенки:

$$\begin{aligned}x \text{ ден.} &= 60 \text{ кгр.} \\80 \text{ кгр.} &= 640 \text{ ден.}\end{aligned}$$

Ако наместо знакот еднакво, ставиме вертикална (верижна) црта, се добива задача поставена со верижна сметка:

$$\begin{array}{l|l}x \text{ ден} & 60 \text{ кгр} \\80 \text{ кгр} & 640 \text{ ден}\end{array}$$

од овде се добива непознатата големина:

$$\begin{aligned}80x &= 60 \cdot 640 \\x &= \frac{60 \cdot 640}{80} = 480\end{aligned}$$

За 60 кгр. стока треба да се плати 480 ден.

### **Пример 2:**

Во Лондон се купени 1360,8 кгр. стока по цена од 8 пени за 1 либра. Колку денари чини оваа стока, ако се знае дека 1£ = 39,65 ден.?

Од дадените големини може да се напишат следните равенки:  
 $x \text{ ден} = 1360,8 \text{ кгр};$      $8 \text{ п} = 1 \text{ лб};$      $1 \text{ лб} = 453,6 \text{ гр};$      $1000 \text{ гр} = 1 \text{ кгр};$   
 $1 \text{ £} = 39,65 \text{ ден};$      $1 \text{ £} = 100 \text{ п}.$

Ако овие равенки се подредат една под друга, но притоа водејќи сметка првата равенка да ја содржи непознатата, а секоја наредна да почнува со таква именувана големина со каква завршува претходната равенка, тогаш ќе се добие следната низа равенки:

$$\begin{aligned}
 x \text{ ден} &= 1360,8 \text{ кгр} \\
 1 \text{ кгр} &= 1000 \text{ гр} \\
 453,6 \text{ гр} &= 1 \text{ lb} \\
 1 \text{ lb} &= 8 \text{ p} \\
 100 \text{ p} &= 1 \text{ £} \\
 1 \text{ £} &= 39,65 \text{ ден}
 \end{aligned}$$

Ако наместо знакот еднакво се стави верижна црта, ќе се добие истиот пример, но поставен со примена на верижна сметка:

$$\begin{array}{r|l}
 x \text{ ден} & 1360,8 \text{ кгр} \\
 1 \text{ кгр} & 1000 \text{ гр} \\
 453,6 \text{ гр} & 1 \text{ lb} \\
 1 \text{ lb} & 8 \text{ p} \\
 100 \text{ p} & 1 \text{ £} \\
 1 \text{ £} & 39,65 \text{ ден}
 \end{array}$$

$$x = \frac{1360,8 \cdot 1000 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 39,65}{1 \cdot 453,6 \cdot 1 \cdot 100 \cdot 1} = 9516 \text{ ден.}$$

Стоката купена во Лондон чини 9516 ден.

### Пример 3:

Еден атлетичар претрчал 100уа за 9 секунди. Пресметај со колкава брзина ја претрчал патеката, односно со колку км. на час трчал?

$$\begin{array}{r|l}
 x \text{ км} & 1 \text{ час} \\
 1 \text{ час} & 60 \text{ мин} \\
 1 \text{ мин} & 60 \text{ сек} \\
 9 \text{ сек} & 100 \text{ уа} \\
 1 \text{ уа} & 0,914 \text{ m} \\
 1000 \text{ m} & 1 \text{ km}
 \end{array}$$

$$x = \frac{1 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 100 \cdot 0,914 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1000} = 36,56 \text{ км.}$$

Атлетичарот трчал со 36,56 км на час.

**Пример 4:**

Една либра од некоја стока во САД е 10 центи. Претвори ја оваа цена во денари за еден кгр, ако 1\$=47 ден.

x ден		1 кгр
1 кгр		1000 гр
453,6 гр		1 либра
1 либра		10 центи
100 центи		1 \$
1 \$		47 ден

$$x = \frac{1.1000.1.10.1.47}{1.453,6.1.100} = 10 \text{ ден.}$$

1 кгр. од стоката чини 10 денари.





## ВЕЖБА БР. 3

### ГЛАВА 2: ДЕЛБЕНА СМЕТКА

1) Претпријатијата А, В и С заеднички учествуваат во изградба на хотел за што се потребни 2373000 евра. Притоа, претпријатието А учествува со  $1/6$  од вкупната сума, претпријатието В учествува со  $2/5$  и претпријатието С учествува со  $3/8$  од вкупната сума. Пресметај го учеството на секое од претпријатијата?

(Решение: А=420000 евра, В=1008000 евра, С=945000 евра)

2) Три ресторана за брза храна треба да произведат 5550 lunch-пакети, и тоа: ресторанот А со својот капацитет може да ги произведе за 10 дена, ресторанот В за 12 дена и ресторанот С за 8 дена. Користејќи го овој капацитет, по колку lunch-пакети ќе произведе секој ресторан?

(Решение: А=1800, В=1500, С=2250)

3) Тројца ортаци вложиле вкупно 87000 ден. за реновирање на патничката агенција. Притоа, односот на меѓусебните делови е: А:В=4:3 и С:В=6:2. По колку вложил секој од нив?

(Решение: А=21750 ден, В=16312,5 ден., С=48937,5 ден.)

4) Три општини учествуваат во заедничка туристичка промоција за што се потребни 63800 ден. Оваа сума треба да ја платат право пропорционално на оддалеченоста од туристичкиот саем и обратно пропорционално на ангажираните работни денови за изработка на промотивниот материјал.

- општината А е оддалечена 3600м, а ќе се ангажира 20 работни дена

- општината В е оддалечена 2800м, а ќе се ангажира 25 работни дена

- општината С е оддалечена 2000м, а ќе се ангажира 15 работни дена.

Со колкава сума пари ќе учествува секоја општина при подготовка на туристичката промоција?

(Решение: А = 27000, В = 16800, С = 20000)





## ВЕЖБА БР. 4

### ГЛАВА 3: ВЕРИЖНА СМЕТКА

1) Еден јард штоф во Лондон чини 2,5 фунти. Претвори ја оваа цена во денари за 1 метар, ако 1 фунта е 70 ден.

(Решение: 190 ден за 1 метар)

2) Колку денари чини една порција мешана салата и колку чинат 80 порции мешана салата, ако 120 порции чинат 1700 ден.?

(Решение: 1 порција мешана салата = 14 ден.; 80 порции = 1133 ден.)

3) 12 порции овошна салата чинат 30 евра. Колку денари чини една порција овошна салата ако 1 евро = 61,5 ден.?

(Решение: 1 порција чини 154 ден.)

4) За три торти потрошени се 345 гр. ореви и 615 гр. лешници. Притоа, на пазар 1 кгр. ореви чини 650 ден., а лешници 720 ден. Колку во денари е потрошено ореви и лешници за една торта, ако трите торти вкупно чинеле 1700 ден.?

(Решение: Во една торта потрошени се ореви и лешници во вредност од 287 ден.)

5) Еден бармен направил 12 коктели за половина час. Колку коктели ќе направи за 8 часа колку што трае неговото работно време? За колку време подготвува еден коктел?

(Решение: 192 коктели за 8 часа; 1 коктел = 2,5 мин.)



## **III ГЛАВА: СРЕДНИ ВРЕДНОСТИ**

---

### **ПРЕГЛЕД**

1. Видови средни вредности и нивни карактеристики
  - 1.1. Аритметичка средина
  - 1.2. Геометриска средина
  - 1.3. Хармониска средина
  - 1.4. Медијана
  - 1.5. Модус

### **ЦЕЛИ НА УЧЕЊЕТО**

По проучување на оваа глава, Вие треба да бидете способни:

- Да знаете што е средна големина;
- Да ги осознаете основните видови средна големина и нивните основни карактеристики;
- Да знаете да ги пресметате основните видови средна вредност.

# 1. Видови средни вредности

Во економијата се користат разни видови средни вредности, како: аритметичка, геометриска, квадратна, кубна средина и др. Сите тие се познати под заедничко име математички средни вредности бидејќи се добиваат со користење на различни математички операции.

Покрај нив, постои и друга група средни вредности познати како позициони (положбени) средни вредности кои се одредуваат според позицијата (положбата) која ја заземаат во дадената серија податоци. Тоа се медијана и модус.

Во продолжение ќе бидат разработени само некои од посочените средни вредности кои најчесто се применуваат во практиката.

## 1.1. Аритметичка средина

Аритметичката средина може да биде: непондерирана и пондерирана.

**Непондерирана аритметичка средина (проста)** се пресметува кога се дадени негрупирани податоци. Се користи многу често бидејќи е многу едноставна за пресметување и е лесно разбирлива.

Се добива кога збирот на податоците (белезите, појавите, вредностите итн.) се дели со бројот на податоците.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{каде } n \text{ е број на податоци, а } i=1,2,3,\dots,n$$

Непондерираната аритметичка средина ги има следните карактеристики:

- (1) Таа е секогаш поголема од најмалата и помала од најголемата дадена големина;
- (2) Збирот од отстапувањата од аритметичката средина е еднаков на нула;
- (3) Збирот од квадратите од отстапувањата од аритметичката средина е најмал.

### Пример 1:

Во текот на неделата, ресторанот по денови го посетиле: 240, 215, 260, 255, 230 и 300 гости. Пресметај ја просечната дневна посета на гости во таа недела со помош на непондерирана аритметичка средина?

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{n} = \frac{240 + 215 + 260 + 255 + 230 + 300}{6} = 250 \text{ гости}$$

**Пондерирана аритметичка средина** се пресметува од групирани податоци, односно кога секој податок (белег, појава, вредност) се јавува во различен број.

Се пресметува така што збирот од производите од дадените податоци ( $x$ ) и нивниот број ( $f$ ) се дели со збирот од податоците.

$$\bar{x} = \frac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+\dots+x_nf_n}{f_1+f_2+f_3+\dots+f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Кај пондерираната аритметичка средина се докажува дека е точно пресметана така што отстапувањата од пондерираната средина помножени со соодветниот број на податоците, треба да даде збир еднаков на нула.

### Пример 2:

За да се зготви тава со зеленчук, купени се:

400 гр. брокула по цена од 60 ден. за 1 кгр.

300 гр. компир по цена од 50 ден. за 1 кгр.

500 гр. кромид по цена од 40 ден. за 1 кгр.

800 гр. морков по цена од 70 ден. за 1 кгр.

Пресметај ја средната куповна цена на 1 кгр. со примена на пондерирана аритметичка средина.

$$\frac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+\dots+x_nf_n}{f_1+f_2+f_3+\dots+f_n} = \frac{60 \cdot 400 + 50 \cdot 300 + 40 \cdot 500 + 70 \cdot 800}{400 + 300 + 500 + 800} = 57,5 \text{ ден.}$$

## 1.2. Геометриска средина

Геометриската средина може да биде: непондерирана и пондерирана.

**Непондерирана геометриска средина** претставува  $n$ -ти корен од производот од податоците за кои се бара геометриска средина.

Геометриската средина најчесто се користи кога се во прашање такви податоци, кои приближно се менуваат по принципот на геометриска прогресија.

Геометриската средина не може да се пресмета ако некој од податоците е нула или негативен број. Ако податоците се подредени по големина, тогаш пресметаната геометриска средина е помала од најголемата, а поголема од најмалата дадена големина. Исто така треба да се спомне дека геометриската средина секогаш е помала од аритметичката.

Непондерирана геометриска средина се пресметува по формулата:

$$\bar{g} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n}$$

### Пример 3:

Во текот на пет дена, во еден хотел остварени се следниот број ноќевања: 500, 600, 720, 864 и 1037. Пресметај го просечниот број ноќевања за еден ден со помош на непондерирана геометриска средина?

$$\bar{g} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n} = \sqrt[5]{500 \cdot 600 \cdot 720 \cdot 864 \cdot 1037} = 720 \text{ ноќевања}$$

**Пондерирана геометриска средина** се пресметува кога има групирани податоци. Се применува следната формула:

$$\bar{g} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot x_3^{f_3} \dots x_n^{f_n}} \quad \text{каде: } n = \sum_{i=1}^n f_i$$

## 1.3. Хармониска средина

Хармониската средина се користи ако треба да се најде средна вредност за оние дадени податоци кои се искажани во вид на реципрочна вредност (пр. како кај продуктивноста на трудот и потрошеното време и сл.).

*Хармониската средина* се дефинира како реципрочна вредност од аритметичката средина.

Ако некој од податоците е нула или негативен број, тогаш не се пресметува хармониска средина.

Најзначајни карактеристики на хармониската средина:

- (1) Таа е помала од најголемата, а поголема од најмалата дадена големина;
- (2) Реципрочната вредност од хармониската средина е еднаква на аритметичката средина.

Хармониската средина може да биде: непондерирана и пондерирана.

**Непондерирана хармониска средина** се добива по формулата:

$$\bar{H} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$



#### Пример 4:

Четворица бармени подготвуваат ист коктел. Еден таков коктел првиот бармен го прави за 20 мин., вториот за 30 мин., третиот за 40 мин. и четвртиот за 60 мин. Со помош на непондерирана хармониска средина пресметајте колку е просечното потрошено време за подготвување еден коктел?

$$\bar{H} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{4}{\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60}} = 30 \text{ мин.}$$

Пондерирана хармониска средина се добива по формулата:

$$\bar{H} = \frac{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3} + \dots + \frac{f_n}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{x_i}} \quad \text{каде} \quad n = \sum_{i=1}^n f_i$$

#### Пример 5:

Патот од 1-от до 60-от км. со автомобил се поминува со 30км/саат, од 61-от до 340-от км. се поминува со 40км/саат, а од 341-от до 441-от км. се поминува со 50 км/саат. Со помош на пондерирана хармониска средина, пресметајте со која просечна брзина е поминат целиот пат?

$$\bar{H} = \frac{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3} + \dots + \frac{f_n}{x_n}}$$

$$f_1 = 1-60\text{км} = 60 \\ x_1 = 30$$

$$f_2 = 61-340\text{км} = 180 \\ x_2 = 40$$

$$f_3 = 341-441\text{км} = 100 \\ x_3 = 50$$

$$\bar{H} = \frac{60+180+100}{\frac{60}{30} + \frac{180}{40} + \frac{100}{50}} = 40 \text{ км/час}$$

## 1.4. Медијана

Медијана ( $M_e$ ) е средна вредност во една група податоци подредени од најмалиот до најголемиот податок, а од двете страни на медијаната има еднаков број податоци.

Медијана се пресметува по формулата:

$$M_e = \frac{n+1}{2}$$

Ако се случи во групата да има непарен број податоци, тогаш лесно се пресметува медијаната. Меѓутоа, ако е парен број на податоците, тогаш медијаната се пресметува од двата средни члена преку пресметување аритметичка средина.

## 1.5. Модус

*Модус* ( $M_o$ ) е најмногу повторуван податок во дадените, односно тоа е таква вредност која има најголема фреквенција.

### Пример 6:

Во текот на месецот јануари оваа година, еден келнер во ресторанот за време од 21 ден, послужил гости во ресторантската сала, како што е прикажано:

03/01 - 52 гости	10/01 - 51	17/01 - 46 гости	24/01 - 55
04/01 - 36	11/01 - 54	18/01 - 51	25/01 - 57
05/01 - 45	12/01 - 48	19/01 - 57	26/01 - 50
06/01 - 54	13/01 - 50	20/01 - 63	27/01 - 56
07/01 - 69	14/01 - 49	21/01 - 54	28/01 - 47
			31/01 - 48

36 45 46 47 48 49 50 51 52 54 55 56 57 63 69  
48 50 51 54 57  
54

Медијана е средината по позицијата од 21 број одредени од најмалиот до најголемиот. Така, медијана е 51 бидејќи и од двете страни, лево и десно од 51 има по 10 податоци.

Модус е податокот 54 бидејќи најмногу денови (три дена) имало по 54 гости.



**ВЕЖБА БР. 5**  
**ГЛАВА 3: АРИТМЕТИЧКА И ГЕОМЕТРИСКА**  
**СРЕДИНА**

**1)** Во текот на една недела, еден келнер по денови послужил различен број гости, и тоа: 240, 215, 260, 255, 230, 226 и 300. Со помош на непондерирана аритметичка средина пресметај го просечниот број гости кои дневно во таа недела ги послужил келнерот?

(Решение: 247 гости)

**2)** За да се подготви овошна салата, купени се:

- 100 гр. банани по цена од 45 ден. за 1 кгр.
- 100 гр. портокали по цена од 35 ден. за 1 кгр.
- 100 гр. киви по цена од 60 ден. за 1 кгр.
- 100 гр. јаболка по цена од 25 ден. за 1 кгр.

Пресметај ја средната куповна цена на 1 кгр. со примена на пондерирана аритметичка средина.

(Решение: 41 ден.)

**3)** Во текот на една недела, барменот подготвил по денови: 12, 10, 9, 11, 10 и 14 коктели. Со помош на непондерирана геометриска средина пресметај колку просечно дневно барменот подготвувал коктели?

(Решение: 11 коктели)





## ВЕЖБА БР. 6

### ГЛАВА 3: ХАРМОНИСКА СРЕДИНА, МЕДИЈАНА И МОДУС

1) Тројца готвачи подготвуваат ист специјалитет на куќата. Првиот готвач го подготвува специјалитетот за 20 мин., вториот за 30 мин., а третиот за 40 мин. Со помош на непондерирана хармониска средина пресметајте колку е просечното потрошено време за подготвување на специјалитетот?

(Решение: 28 мин.)

2) Еден келнер од 9-12 часот послужува 10 гости, од 12-16 часот послужува 20 гости, а од 16-21 часот послужува 30 гости. Со помош на пондерирана хармониска средина, пресметајте колку просечно гости послужил келнерот?

(Решение: 15 гости)

3) Во текот на минатиот месец, музејот го посетиле посетители како што е прикажано:

на 3-ти – 32;	на 10-ти – 31;	на 17-ти – 46;	на 24-ти – 35
на 4-ти – 36;	на 11-ти – 44;	на 18-ти – 31;	на 25-ти – 44
на 6-ти – 44 ;	на 13-ти – 40;	на 20-ти – 33;	на 27-ти – 46
			на 31-ви – 38

(Решение:  $M_e=38$ ,  $M_o=44$ )



## **IV ГЛАВА: СМЕТКА ЗА СМЕСИ**

---

### **ПРЕГЛЕД**

1. Поим за сметка за смеса
2. Правила при составување сметка за смеса

### **ЦЕЛИ НА УЧЕЊЕТО**

По проучување на оваа глава, Вие треба да бидете способни:

- Да знаете што претставува сметка за смеса;
- Да ги знаете правилата за составување сметка за смеса;
- Да знаете да решавате задачи со примена на сметка за смеса.

## 1. Поим за сметка за смеса

Ако се сака со мешање на два или повеќе различни квалитети стока да се добие нов квалитет што ќе биде подобар од најлошиот, а полош од најдобриот, тогаш се применува *сметка за смеси*.

При мешањето на стоката може да се појават два случаи:

- (1) Според првиот случај, може да се познати количините и цените на стоките, а да се бара средната цена на измешаната стока. Во овој случај се применува пондерирана аритметичка средина.
- (2) Според вториот случај, може да се познати цените на стоките што се мешаат и позната е цената на измешаната стока, а да се бара односот во кој треба да се мешаат стоките. Во овој случај се применува сметка за смеси.

Доколку се мешаат две стоки, тогаш се пресметува *проста сметка за смеси*. Доколку се мешаат повеќе стоки, тогаш се применува *сложена сметка за смеси*.

## 2. Правила при составување сметка за смеса

Основното правило при мешањето стока од различни квалитети, е при продажбата од измешаната стока да се добие во вредност исто толку колку што ќе се добие ако стоката не се меша и се продава по поранешна цена.

*Правило при составување шема за решавање:* се редат во вертикала цените од стоките што се мешаат, а меѓу нив се поставува цената од смешаната стока. Со споредување на цените од стоките што се мешаат со цената на мешаната стока, се добиваат размерни делови кои покажуваат како треба да се врши мерењето.

### Пример 1:

Се мешаат два вида грозје, и тоа од 48 ден./кгр. и 30 ден./кгр., а се сака да се добие 360 кгр. грозје, но со нов квалитет кое ќе се продава по цена од 40 ден./кгр. Со помош на сметка за смеси да се пресмета во кој однос треба да се мешаат двата вида грозје?

$$\begin{aligned}48x + 30y &= 40(x+y) \\48x + 30y &= 40x + 40y \\48x - 40x &= 40y - 30y \\x(48-40) &= y(40-30) \\x:y &= (40-30):(48-40)\end{aligned}$$



$$x:y = 10:8 \quad \text{притоа се знае дека: } x+y=360$$

$$(x+y):(10+8) = x:10$$

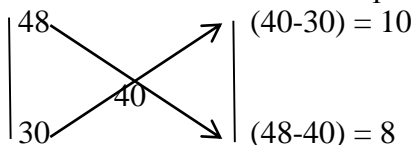
$$(x+y):(10+8) = y:8$$

$$360:18=x:10 \quad x=360.10/18 = 200 \text{ кгр.}$$

$$360:18=y:8 \quad y=360.8/18=160 \text{ кгр.}$$

За да се произведе 360 кгр. нов квалитет грозје кое ќе се продава по 40 ден./кгр., потребно е да се измешаат 200 кгр. грозје кое се продава по 48 ден./кгр. и 160 кгр. грозје кое се продава по 30 ден./кгр.

\* Задачата може да се реши и со примена на **шема за решавање**:



Броевите 10, односно  $(40-30)$  и 8, односно  $(48-40)$  претставуваат размерни делови. Вкупната количина на смесата (360 кгр.) се дели со збирот на сразмерните делови  $(10+8=18)$ , па се добива колку кгр. од вкупната смеса отпаѓаат на секој размерен дел. Со добиената количина одделно се множат размерните делови, а се добива колку кгр. ќе се земаат од двете стоки.

$$360:18=20$$

20.10 (размерен дел прв вид грозје) = 200 кгр. од првиот вид грозје

20.8 (размерен дел втор вид грозје) = 160 кгр. од вториот вид грозје

### **Пример 2:**

Се мешаат три типа брашно од по 40 ден./кгр., 44 ден./кгр. и 50 ден./кгр. Со мешање на овие три различни квалитета брашно се сака да се добие 480 кгр. брашно што ќе се продава по цена од 45 ден./кгр. Со помош на сметка за смеси да се пресмета во кој однос треба да се мешаат различните типови брашно?

$$40x+44y+50z = 45(x+y+z)$$

$$40x+44y+50z = 45x+45y+45z$$

$$5z=5x+y \quad \text{притоа } x=y$$

$$5z=6y$$

$$z:y=6:5$$

$$z:x=6:5$$

$$x:y:z=5:5:6 \quad \text{притоа се знае дека: } x+y+z=480$$

$$(x+y+z):(5+5+6)=x:5$$

$$(x+y+z):(5+5+6)=y:5$$

$$(x+y+z):(5+5+6)=z:6$$

$$480:16=x:5 \quad x=480.5/16 \quad x=150 \text{ кгр.}$$

$$480:16=y:5 \quad y=480.5/16 \quad y=150 \text{ кгр.}$$

$$480:16=z:6 \quad z=480.6/16 \quad z=180 \text{ кгр.}$$

За да се произведе 480 кгр. нов тип брашно кое ќе се продава по 45 ден./кгр., потребно е да се измешаат 150 кгр. брашно кое се продава по 40 ден./кгр., 150 кгр. брашно кое се продава по 44 ден./кгр. и 180 кгр. брашно кое се продава по 50 ден./кгр.

\* Решение на задачата со примена на шема за решавање:

40	↘	(50-45)=5		5.30=150 кгр.
44	↘	(50-45)=5		5.30=150 кгр.
50	↗	(45-44)+(45-40)=6		6.30=180 кгр.

$$480:(5+5+6)$$

$$480:16=30$$



**ВЕЖБА БР. 7**  
**ГЛАВА 4: СМЕТКА ЗА СМЕСИ**

1) По колку грама злато треба да се земе од златни предмети со финост од 800, 850, 930 и 950 промили, ако се сака да се добие 115 гр. злато со финост од 900 промили?

(Решение: 15, 25, 50, 25)

2) Во кој однос треба да се измеша ракија со јачина од 70%, 62%, 52% и 40% ако се сака да се добие 240 литра ракија со јачина од 53%? По колку литри од секој ракија треба да се измеша за да се добие саканата јачина?

(Решение: Односот е: 1:13:17:9, а во литри треба да се измеша 6, 78, 102, 54)

3) Постојат четири квалитети шеќер од по 120, 95, 92 и 106 денари за кгр. од кои со мешање треба да се добијат 624 кгр. шеќер со нов квалитет кој ќе се продава по цена од 100 ден./кгр. Во кој однос треба да се измешаат и по колку кгр. треба да се измеша од секој од шеќерите?

(Решение: Односот е: 5:8:20:6, а во кгр. е: 80, 128, 320, 96)



## **V ГЛАВА:**

# **ПРОЦЕНТНА И ПРОМИЛНА СМЕТКА**

---

### **ПРЕГЛЕД**

1. Поим за процентна сметка
2. Поим за промилна сметка
3. Видови големини
4. Видови процентна/промилна сметка
  - 4.1. Процентна/промилна сметка од сто/илјада
  - 4.2. Процентна/промилна сметка над сто/илјада
  - 4.3. Процентна/промилна сметка под сто/илјада

### **ЦЕЛИ НА УЧЕЊЕТО**

По проучување на оваа глава, Вие треба да бидете способни:

- Да знаете што е процентна, а што промилна сметка;
- Да знаете да ги разликувате основните видови големини кај процентната и промилната сметка;
- Да знаете да решавате задачи со примена на процентна и промилна сметка.

## 1. Поим за процентна сметка

Во практиката, често е присутно различните успеси/неуспеси да не се искажуваат во апсолутни износи, туку во релативни.

*Процентна сметка* се применува кога резултатите се искажуваат во однос на 100 единици.

## 2. Поим за промилна сметка

*Промилна сметка* се применува кога резултатите се искажуваат во однос на 1000 единици.

## 3. Видови големини

Бројот што покажува колку единици се сметаат од секои 100 единици од една сума се вика *процент* или *процентна стапка*. Знакот за процент е %. Во задачи се означува со мала буква *p*.

Бројот што покажува колку единици се сметаат од секои 1000 единици од една сума се вика *промил* или *промилна стапка*. Знакот за промил е ‰. Во задачи се означува со мала буква *p*.

Бројот на кој се применува процентната или промилната стапка за да се добие приносот се вика *сума* или *главнина*. Во задачи се означува со голема буква *C*.

Бројот кој претставува резултат од примената на процентната или промилната стапка на сумата, а претставува вкупен принос од сумата се вика *процентен* или *промилен принос*. Во задачи се означува со голема буква *P*.

Приносот (процентен/промилен), сумата и стапката може да се пресметаат со користење основна пропорција или со верижна сметка.

## 4. Видови процентна/промилна сметка

Сумата од која се бара процентниот или промилниот принос, може да биде:

- (1) Чиста сума (*C*)
- (2) Сума зголемена со приносот (*C+P*)
- (3) Сума намалена со приносот (*C-P*)

Која сума ќе се земе како чиста, а која како зголемена или намалена зависи од условите кои владеат во практиката или пак, однапред се посочува каква е таа сума, односно каква процентна/промилна сметка треба да се примени.

#### 4.1. Процентна/промилна сметка од сто/илјада

Доколку сумата од која се бара процентниот/промилниот принос е чиста, тогаш станува збор за *процентна/промилна сметка од сто/илјада*.

До општа пропорција за процентна сметка од сто се доаѓа на следниот начин:

на 100 единици од сумата ќе припаднат  $p$  денари принос

на  $C$  единици ќе припаднат  $P$  денари принос

Бидејќи овде постојат право пропорционални односи, се добива следната основна пропорција за процентна сметка од сто:

$$C:P=100:p$$

Кај промилната сметка од сто, основната пропорција е:

$$C:P=1000:p$$

#### 4.2. Процентна/промилна сметка над сто/илјада

Доколку сумата од која се бара процентниот/промилниот принос е зголемена со приносот, тогаш станува збор за *процентна/промилна сметка над сто/илјада*.

Основната пропорција кај процентната/промилната сметка над сто/илјада се изведува врз основа на порано прикажаните карактеристики за пропорции.

Формулата за пресметување процентна сметка над сто е:

$$C:P=100:p$$

$$(C+P):(100+p)=C:100$$

$$(C+P):(100+p)=P:p$$

Формулата за пресметување промилна сметка над илјада е:

$$C:P=1000:p$$

$$(C+P):(1000+p)=C:1000$$

$$(C+P):(1000+p)=P:p$$

### 4.3. Процентна/промилна сметка под сто/илјада

Доколку сумата од која се бара процентниот/промилниот принос е намалена со приносот, тогаш станува збор за *процентна/промилна сметка под сто/илјада*.

Формулата за пресметување процентна сметка под сто е:

$$\begin{aligned}C:P &= 100:p \\(C-P):(100-p) &= C:100 \\(C-P):(100-p) &= P:p\end{aligned}$$

Формулата за пресметување промилна сметка под илјада е:

$$\begin{aligned}C:P &= 1000:p \\(C-P):(1000-p) &= C:1000 \\(C-P):(1000-p) &= P:p\end{aligned}$$

#### Пример 1:

Цената на еден полупансион е 2000 ден. и треба да се намали за 5%. За колку денари треба да се намали?

Оваа задача може да се реши на неколку начини:

**А\*** Решавање на задачата со примена на пропорција за процентна сметка од сто

$$\begin{aligned}C &= 2000, \quad p = 5, \quad P = ? \\C:P &= 100:p \\P &= \frac{C \cdot p}{100} = \frac{2000 \cdot 5}{100} = \frac{10000}{100} = 100 \text{ ден.}\end{aligned}$$

**Б\*** Решавање на задачата со примена на верижна сметка

х ден. намалување		на 2000 ден. сума
на 100 ден. сума		5 ден. намалување

$$x = \frac{2000 \cdot 5}{100} = \frac{10000}{100} = 100 \text{ ден.}$$

#### Пример 2:

Еден хотел го натфрлил планот за реализирање ноќевања за 20% и на тој начин се остварени 2000 ноќевања повеќе. Колку ноќевања било планирано да се остварат, а колку вкупно биле остварени?

**А\*** Решавање на задачата со примена на пропорција за процентна сметка од сто:

$$\begin{aligned}C &= ?, \quad p = 20, \quad P = 2000 \\C:P &= 100:p\end{aligned}$$



$$C = \frac{P \cdot 100}{p} = \frac{2000 \cdot 100}{20} = \frac{200000}{20} = \underline{10000 \text{ ноќевања биле планирани}}$$

Вкупно остварени ноќевања = планирани ноќевања + зголемен број ноќевања

$$\text{Вкупно остварени ноќевања} = 10000 + 2000$$

$$\text{Вкупно остварени ноќевања} = 12000 \text{ ноќевања}$$

**Б\*** Решавање на задачата со примена на пропорцијата за процентна сметка над сто:

$$C = ?, \quad p = 20, \quad P = 2000$$

$$(C + P) : (100 + p) = C : 100, \text{ откако ќе се замени за } C = \frac{P \cdot 100}{p}$$

$$(C + 2000) : (100 + 20) = \frac{2000 \cdot 100}{20} : 100$$

$$(C + 2000) : 120 = 10000 : 100$$

$$100(C + 2000) = 10000 \cdot 120$$

$$100C + 200000 = 1200000$$

$$100C = 1000000$$

$$C = 10000 \text{ ноќевања кои биле планирани}$$

Планираните ноќевања + зголемените ноќевања = вкупно остварени ноќевања

$$10000 + 2000 = 12000 \text{ вкупно остварени ноќевања}$$

**В\*** Решавање на задачата со примена на верижна сметка

$$\begin{array}{l|l} x \text{ ноќевања планирани} & 2000 \text{ ноќевања повеќе} \\ 20\% \text{ повеќе} & 100 \text{ ноќевања планирани} \end{array}$$

$$x = \frac{2000 \cdot 100}{20} = \frac{200000}{20} = 10000 \text{ ноќевања планирани}$$

$$10000 \text{ планирани} + 2000 \text{ повеќе остварени} = 12000 \text{ ноќевања вкупно}$$

### **Пример 3:**

Во една туристичка агенција, цените за различни аранжмани од 400, 600, 800, 900 и 1200 евра треба линеарно да се намалат за 15%. Пресметај ги намалените цени.

\* Ако е дадена чистата сума, намалената сума се добива со множење на чистата сума со факторот  $1 - \frac{p}{100}$

$$1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85$$

Оттука, намалените цени се:

$$400 \cdot 0,85 = 340 \text{ евра}$$

$$600 \cdot 0,85 = 510 \text{ евра}$$

$$800 \cdot 0,85 = 680 \text{ евра}$$

$$900 \cdot 0,85 = 765 \text{ евра}$$

$$1200 \cdot 0,85 = 1020 \text{ евра}$$

**Пример 4:**

Во главната туристичка сезона, туристичката агенција ги зголемила цените за 25%. Притоа, различните аранжмани биле со цена од 400, 600, 800, 900 и 1200 евра. Пресметај ги зголемените цени.

\* Ако е дадена чистата сума, зголемената сума се добива со множење на чистата сума со факторот  $1 + \frac{p}{100}$

$$1 + \frac{25}{100} = 1 + 0,25 = 1,25$$

Оттука, зголемените цени се:

$$400 \cdot 1,25 = 500 \text{ евра}$$

$$600 \cdot 1,25 = 750 \text{ евра}$$

$$800 \cdot 1,25 = 1000 \text{ евра}$$

$$900 \cdot 1,25 = 1125 \text{ евра}$$

$$1200 \cdot 1,25 = 1500 \text{ евра}$$



## **ВЕЖБА БР. 8**

### **ГЛАВА 5: ПРОЦЕНТНА И ПРОМИЛНА СМЕТКА**

1) Во главната туристичка сезона, во еден хотел, цената на полнпансион е 2400 денари. Надвор од сезоната, цената е намалена за 25%. Пресметај за колку денари треба да се намали и колку изнесува намалената цена?

(Решение: Цената треба да се намали за 600 ден. Намалената цена изнесува 1800 ден.)

2) Еден ресторан извршил корекција на своите цени. Притоа, цените на алкохолните пијалаци ги зголемил за 8%, а цените на безалкохолните пијалаци ги намалил за 4%. Пресметај ги коригираните цени, ако сегашните цени се: кока-кола 80 ден., узо 110 ден., фанта 70 ден., пиво 100 ден. и газоза 60 ден.

(Решение: кока-кола 77 ден., узо 119 ден., фанта 67 ден., пиво 108 ден. и газоза 58 ден.)

3) Хотелот “X” не успеал да го реализира планот за остварени ноќевања за 20%, па на тој начин остварил 200 ноќевања помалку. Колку ноќевања било планирано да се остварат, а колку вкупно биле остварени?

(Решение: Биле планирани 1000 ноќевања, а се оствариле 800 ноќевања)

4) Цената на еден производ е зголемена за 15% и сега изнесува 92 ден. Пресметај колкава била цената пред зголемувањето и за колку ден. е зголемена?

(Решение: Цената пред поскапувањето била 80 ден., а 12 ден. е поскапувањето)

5) Цената на еден туристички аранжман најнапред е намалена за 8%, а по извесен период, намалената цена е зголемена за 5% и сега изнесува 483 евра. Колкава била цената на туристичкиот аранжман пред намалувањето?

(Решение: Пред намалувањето од 8% цената била 500 евра; Пред зголемувањето од 5% цената била 460 евра)



## **VI ГЛАВА: ИНДЕКСНИ БРОЕВИ И КАМАТНА СМЕТКА**

---

### **ПРЕГЛЕД**

1. Поим за индекси
2. Поим за каматна сметка
3. Видови каматна сметка
  - 3.1. Каматна сметка од сто
  - 3.2. Каматна сметка над сто
  - 3.3. Каматна сметка под сто

### **ЦЕЛИ НА УЧЕЊЕТО**

По проучување на оваа глава, Вие треба да бидете способни:

- Да знаете што се индекси;
- Да знаете да пресметувате базични и верижни индекси;
- Да знаете што е каматна сметка;
- Да знаете да решавате задачи со примена на основните видови каматна сметка.

## 1. Поим за индекси

Зборот индекс доаѓа од латинскиот збор *index* што значи показател, покажувач. *Индексните броеви* служат за поедноставно и појасно споредување и следење различни појави (цени, трошоци, остварени ноќевања, број на туристи и др.).

Генерално, разликуваме два вида индексни броеви:

- (1) Базични индекси - се добиваат така што од низа појави се зема една за база 100 (обично првата или последната) и според неа се споредуваат другите.
- (2) Верижни индекси - се такви кај кои секоја појава е база за споредување на следната.

Разликата над 100 кај секој индексен број означува колку проценти цената е повисока од базичната (кај базичните индекси) или од претходната (кај верижните индекси).

Разликата под 100 кај секој индексен број означува колку проценти цената е пониска од базичната (кај базичните индекси) или од претходната (кај верижните индекси).

### Пример 1:

Цената за ноќевање во приватна соба по години е: 2007 год. 250 ден.; 2008 год. 280 ден.; 2009 год. 310 ден.; 2010 год. 360 ден. и 2011 год. 330 ден. Прикажете го движењето на цените во базични и верижни индекси.

#### **А) Базични индекси (2007 база)**

$$\begin{array}{l|l} x & 280 \\ 250 & 100 \end{array}$$

$$x = \frac{280 \cdot 100}{250} = 112$$

$$\begin{array}{l|l} x & 310 \\ 250 & 100 \end{array}$$

$$x = \frac{310 \cdot 100}{250} = 124$$

$$\begin{array}{l|l} x & 360 \\ 250 & 100 \end{array}$$

$$x = \frac{360 \cdot 100}{250} = 144$$

$$\begin{array}{l|l} x & 330 \\ 250 & 100 \end{array}$$

$$x = \frac{330 \cdot 100}{250} = 132$$

Индексниот број 112 значи дека цената од 280 ден. во 2008 год. е за 12% повисока од цената 250 ден. во 2007 год. итн.

#### **Б) Верижни индекси**

$$\begin{array}{l|l} x & 280 \\ 250 & 100 \end{array}$$

$$x = \frac{280 \cdot 100}{250} = 112$$

$$\begin{array}{l|l} x & 310 \\ 280 & 100 \end{array}$$

$$x = \frac{310 \cdot 100}{280} = 111$$

$$\begin{array}{l|l} x & 360 \\ 310 & 100 \end{array}$$

$$x = \frac{360 \cdot 100}{310} = 116$$

$$\begin{array}{l|l} x & 330 \\ 360 & 100 \end{array}$$

$$x = \frac{330 \cdot 100}{360} = 92$$

Индексниот број 92 значи дека цената од 330 ден. во 2011 год. е за 8% (100-92) пониска од цената 360 ден. во 2010 год. итн.

## 2. Поим за каматна сметка

Каматата не е ништо друго туку дел од вишокот на трудот, односно дел од профитот што се дели меѓу заемодавачот и заемопримачот. За каматата уште се вика дека е надомест или оштета за позајмен капитал или некој друг имот.

*Каматата* вообичаено се искажува во вид на процент кој покажува колку денари камата отпаѓа на секои 100 денари од капиталот по правило за една година, доколку не е нагласено дека тој процент е за некој друг временски период.

*Каматната сметка* се разликува од процентната сметка по тоа што кај каматната сметка стапката се врзува за определен временски период (по правило една година), додека кај процентната сметка стапката не се врзува за временски период. Според тоа, висината на каматата не зависи само од висината на капиталот, туку и од времето за кое треба да се пресмета каматата.

Каматата може да се пресмета за време дадено во години ( $g$ ), во месеци ( $m$ ) и денови ( $d$ ). При пресметување на деновите по месеци, може да се сметаат според календар или пак по 30 дена, додека кога се пресметуваат по година, може да се сметаат 365 или 360 дена.

Датумот од кој почнува да се пресметува каматата на капиталот се вика *рок на капиталот* и се означува со  $V^a$ . Покрај каматната стапка се ставаат ознаките (30;360); (30;365); (к;360); (к;365), со кои се одредува по колку дена ќе се сметаат месеците, а по колку годината. Овие ознаки се викаат *узанси*.

## 3. Видови каматна сметка

Во зависност од тоа дали каматата се пресметува на чиста, зголемена или намалена сума со камата, каматната сметка може да биде:

- (1) Каматна сметка од сто;
- (2) Каматна сметка над сто и
- (3) Каматна сметка под сто.

За обележување на големините во каматната сметка најчесто се користат следните симболи:

$S$  - чиста сума од која се пресметува каматата

$S+i$  - сума зголемена со камата

$S-i$  - сума намалена со камата

$r$  - каматна стапка и

$t$  - време кое може да е изразено во години ( $g$ ), месеци ( $m$ ) и денови ( $d$ )

### 3.1. Каматна сметка од сто

Доколку сумата од која се бара каматниот принос е чиста, тогаш станува збор за *каматна сметка од сто*.

Основните формули кај каматната сметка од сто се:

$$S:i = 100:p.g \text{ (за време дадено во години)}$$

$$S:i = 1200:p.m \text{ (за време дадено во месеци)}$$

$$S:i = 36000:p.d \text{ (за време дадено во денови за година од 360 дена)}$$

$$S:i = 36500:p.d \text{ (за време дадено во денови за година од 365 дена)}$$

#### Пример 2:

Еден угостител ставил во банка сума од 50000 ден. на време од 3 год., а притоа каматната стапка изнесува 8%. Пресметајте колкава е каматата?

$$S=50000, p=8, g=3, i=?$$

$$\text{Ако, } S:i = 100:p.g, \text{ тогаш } i = \frac{S.p.g}{100} = \frac{50000.8.3}{100} = 12000 \text{ ден.}$$

#### Пример 3:

Доколку вложите 60000 ден. за време од 6 месеци и 20 дена, а притоа каматната стапка е 6%, колку камата ќе добиете?

$$S=60000, p=6, d=200 \text{ (6.30+20)}, i=?$$

$$\text{Ако, } S:i = 36000:p.d, \text{ тогаш } i = \frac{S.p.d}{36000} = \frac{60000.6.200}{36000} = 2000 \text{ ден.}$$

### 3.2. Каматна сметка над сто

Доколку сумата од која се бара каматниот принос е зголемена сума со камата, тогаш станува збор за *каматна сметка над сто*.

Основните формули кај каматната сметка над сто се:

$$(S+i):(100+p.g)=S:100 \text{ (за време дадено во години)}$$

$$(S+i):(100+p.g)=i:p.g$$

$$(S+i):(1200+p.m)=S:1200 \text{ (за време дадено во месеци)}$$

$$(S+i):(1200+p.m)=i:p.m$$

$$(S+i):(36000+p.d)=S:36000 \text{ (за време дадено во денови за година од 360 дена)}$$

$$(S+i):(36000+p.d)=i:p.d$$



$$(S+i):(36500+p.d)=S:36500 \text{ (за време дадено во денови за година од 365 дена)}$$

$$(S+i):(36500+p.d)=i:p.d$$

#### **Пример 4:**

Заедно со 6% камата, за време од 240 дена, сопственикот на ресторанот подигнал од банката 62400 ден. Пресметај колкава е чистата сума, а колкава е каматата?

Ако,  $S+i=62400$ ,  $p=6$ ,  $d=240$ ,  $S=?$   $i=?$   
 $(S+i):(36000+p.d)=S:36000$

тогаш  $S=\frac{(S+i).36000}{36000+p.d} = \frac{62400.36000}{36000+6.240} = 60000$  ден. е сумата

$$S+i=62400, i=62400-S, i=62400-60000=2400 \text{ ден. е каматата}$$

### **3.3. Каматна сметка под сто**

Доколку сумата од која се бара каматниот принос е намалена сума со камата, тогаш станува збор за *каматна сметка под сто*.

Основните формули кај каматната сметка под сто се:

$$(S-i):(100-p.g)=S:100 \text{ (за време дадено во години)}$$

$$(S-i):(100-p.g)=i:p.g$$

$$(S-i):(1200-p.m)=S:1200 \text{ (за време дадено во месеци)}$$

$$(S-i):(1200-p.m)=i:p.m$$

$$(S-i):(36000-p.d)=S:36000 \text{ (за време дадено во денови за година од 360 дена)}$$

$$(S-i):(36000-p.d)=i:p.d$$

$$(S-i):(36500-p.d)=S:36500 \text{ (за време дадено во денови за година од 365 дена)}$$

$$(S-i):(36500-p.d)=i:p.d$$

**Пример 5:**

Намалено за 6% камата, за време од 8 месеци, сопственикот на ресторанот подигнал од банката 60000 ден. Пресметај ја каматата која му следува?

$$S-i=60000, p=6, m=8, i=?$$

Ако,  $(S-i):(1200-p.m)=i:p.m$

тогаш  $i = \frac{(S-i).p.m}{1200-p.m} = \frac{60000.6.8}{1200-6.8} = 2500$  ден.

Каматата изнесува 2500 ден.



## **ВЕЖБА БР. 9**

### **ГЛАВА 6: ИНДЕКСНИ БРОЕВИ И КАМАТНА СМЕТКА**

- 1) Цената на еден новогодишен туристички аранжман по години, се движела: 2007 год. 20000 ден.; 2008 год. 22000 ден.; 2009 год. 31000 ден.; 2010 год. 33600 ден. и 2011 год. 33000 ден. Прикажете го движењето на цените во базични (база 2007) и верижни индекси.  
(Решение: Базични индекси: 110, 155, 167, 165; Верижни индекси: 110, 141, 108, 98)
- 2) Доколку вложите 40000 ден. за време од 8 месеци, а притоа каматната стапка е 6%, тогаш колкава камата ќе добиете?  
(Решение: 1600 ден.)
- 3) Еден угостител вложил 30000 ден. и при 4% каматна стапка за извесен период добил 3000 ден. камата. Пресметајте го временскиот период?  
(Решение: 2 год. и 6 месеци)
- 4) После 360 дена, газдата на една туристичка агенција заедно со 20% камата, подигнал од банката 90000 ден. Пресметај колкава е чистата сума, а колкава е каматата?  
(Решение:  $S=75000$  ден.,  $i=15000$  ден.)
- 5) После 7 месеци, еден од сопствениците на ресторанот подигнал од банката 120000 ден. намалени за 10% камата. Пресметај ја каматата која му следува?  
(Решение: 7434 ден.)



## **VII ГЛАВА: КАЛКУЛАЦИИ**

---

### **ПРЕГЛЕД**

1. Поим за калкулација
2. Принципи за изработка на калкулација
3. Видови калкулации
  - 3.1. Калкулации по место на трошоци
  - 3.2. Калкулации по време на составување
  - 3.3. Калкулации според методот на составување
    - 3.3.1. Делбена (дивизиона) калкулација
    - 3.3.2. Додавна калкулација
    - 3.3.3. Калкулација на врзани производи
    - 3.3.4. Калкулација по методот на директни трошоци

### **ЦЕЛИ НА УЧЕЊЕТО**

По проучување на оваа глава, Вие треба да бидете способни:

- Да знаете што е калкулација и кои се основните принципи за составување калкулација;
- Да имате сознание за основните видови калкулации;
- Да знаете да составувате различни видови калкулации.

## 1. Поим за калкулација

Зборот калкулација потекнува од латинскиот збор *calculus*, што во превод значи каменче за броење. Поимот калкулација се применува во различна смисла, но секогаш се поврзува со пресметка, пресметување, сметање.

Оттука, под *калкулација* најчесто се подразбира пресметување трошоци заради утврдување различни цени на учиноците. Притоа, со калкулацијата може да се пресметаат цена на чинење, набавна цена, продажна цена и други видови цени.

## 2. Принципи за изработка на калкулација

При изработување калкулација, мора да се почитуваат повеќе принципи:

- (1) Да биде точна;
- (2) Да биде документирана;
- (3) Трошоците да ги пресметува диференцирано;
- (4) Да биде прилагодена кон условите,
- (5) Да биде ажурна и прегледна;
- (6) Да биде споредлива и
- (7) Да биде економична.

## 3. Видови калкулации

Калкулациите се составуваат според различни критериуми, а најчесто според:

- (1) местото на трошоците;
- (2) времето на составување и
- (3) методите на составување

### 3.1. Калкулации по место на трошоци

Според овој критериум се дефинира на кое место трошоците се однесуваат, односно на кое место настанале. Пример: калкулација за работењето на една туристичка агенција, калкулација за еден оддел во рамки на хотелот, калкулација за цена на готвено јадење, калкулација за пијалак итн.

## 3.2. Калкулации по време на составување

Според овој критериум, разликуваме:

- (1) **Претходна (планска) калкулација** - се составува пред започнување на производството и
- (2) **Дополнителна (пресметковна) калкулација** - се составува по завршување на производството, па се темели на стварни трошоци.

## 3.3. Калкулации според методот на составување

Според овој критериум, најчесто применувани калкулации се:

- (1) Делбена (дивизиона) калкулација - калкулација врз основа на поделба на трошоците;
- (2) Додавна калкулација - калкулација врз основа на додатоци;
- (3) Калкулација на врзани производи и
- (4) Калкулација по методот на директни трошоци.

### 3.3.1. Делбена (дивизиона) калкулација

Делбената, односно дивизионата калкулација е калкулација врз основа на поделба на трошоците. Таа се дели на:

- (1) **Чиста дивизиона калкулација** - се состои во тоа што сите видови трошоци се собираат, а потоа добиениот број се дели со произведената количина производи/услуги. Позитивна страна е што составувањето е едноставно и лесно, но негативност е што може да се примени само кога производството се состои од еден вид производ/услуга.
- (2) **Дивизиона калкулација со помош на еквивалентни броеви** - се применува кога се произведуваат повеќе видови од еден ист производ/услуга. Трошоците се наоѓаат во одреден однос, пропорција, па со примена на тнр. еквивалентни броеви се сведуваат количините на сите производи на една заедничка мерка. Потоа, всушност, се пристапува кон составување чиста дивизиона калкулација.

#### 1) Пример за составување чиста дивизиона калкулација

Во еден хотел во текот на еден месец остварени се 5000 ноќевања, а притоа се направени вкупни трошоци од 200000 ден. Пресметај ја цената на чинење со примена на чиста дивизиона калкулација.

### Чиста дивизиона калкулација

Вид на производ	Количина	Вкупни трошоци	Цена на чинење
1	2	3	4
Ноќевања	5000	2000000	<b>400</b>

Цената на чинење (колона 4) се добива кога вкупните трошоци (колона 3) се дели со вкупното количество (колона 2).

### **2) Пример за составување дивизиона калкулација со помош на еквивалентни броеви**

Во еден хотел остварени се 1200 ноќевања во различни типови соба:

- Во еднокреветна соба 350 ноќевања;
- Во двокреветна соба 400 ноќевања и
- Во двокреветна соба со дополнително легло 450 ноќевања.

Притоа, вкупните трошоци за погонска режија (за изработка) се 5280000 ден. и се во сооднос: 1,6:1:0,8. Пресметај ја цената на чинење со примена на дивизиона калкулација со помош на еквивалентни броеви.

#### Дивизиона калкулација со помош на еквивалентни броеви

Производи	Количина	Еквивалентни броеви	Произ. во еквивален. броеви	Трош. за 1 еквив. единица	Трошоци на производ.	Цена на чинење
1	2	3	4	5	6	7
Еднокреветна	350	1,6	560	4000	2240000	<b>6400</b>
Двокреветна	400	1	400	4000	1600000	<b>4000</b>
Двокреветна+	450	0,8	360	4000	1440000	<b>3200</b>

Трошоците за различните типови соба (колона 1) се во однос: 1,6:1:0,8 кои всушност се еквивалентни броеви (колона 3). Тие се множат со фактички оствареното ноќевање во секој тип соба (колона 2) и се добива обемот на производство во еквивалентни единици (колона 4). Следен чекор е да се поделат вкупно направените трошоци (5280000 ден.) со вкупното производство изразено во еквивалентни единици (збир на колона 4:  $560+400+360=1320$ ). Така се добиваат трошоци за единица еквивалентно производство од 4000 ден. (колона 5). Понатаму, оствареното производство во еквивалентни единици (колона 4) се множи со трошоците за единица еквивалентно производство (колона 5), па се добива трошоци за производство на секој поделен производ (колона 6). Така добиените износи на трошоци на производство (колона 6) се делат со фактички оствареното производство (ноќевање во секоја соба) (колона 2), па се добива цена на чинење за едно ноќевање во секој вид соба (колона 7).



Оттука, цената на чинење изнесува: во еднокреветна соба 6400 ден., во двокреветна соба 4000 ден. и во двокреветна соба со дополнително легло 3200 ден.

### 3.3.2. Додавна калкулација

Кај додавната калкулација заедничките, односно општите трошоци се делат на разните производи/услуги кои се произведуваат/нудат во претпријатието. Делењето е со примена на тнр. клуч за распределба. Така се пресметуваат “додатоците” што треба да бидат додадени на секој одделен производ/услуга.

#### 3) Пример за составување додавна калкулација

Еден туроператор нуди три типа аранжмани: А, Б и В. На крајот на сезоната, продал:

- 1500 од аранжманот А;
- 1200 од аранжманот Б и
- 1800 од аранжманот В.

Притоа, според книговодствената евиденција, директните трошоци изнесувале:

Производ	Плати за изработка	Матријали за изработка	Амортизација
А	80000	150000	40000
Б	60000	120000	25000
В	100000	180000	60000
Вкупно:	240000	450000	125000

Исто така, направени се индиректни трошоци во износ од 120000 ден. од кои:

- 72000 ден. се трошоци на погонска режија и
- 48000 ден. се трошоци на управно-погонска режија.

За да се распределат општите трошоци, најпрво се определува што ќе е клуч за распределба и колкава е неговата висина.

Во нашиот случај, како клуч на распределба на општите трошоци ги земеме платите за изработка, па висината на клучот се пресметува со формулата:  $\frac{\text{општи трошоци} \cdot 100}{\text{плати за изработка}}$ .

Така:

- Клучот за распределба на општите трошоци на погонска режија е  $\frac{72000 \cdot 100}{240000} = 30\%$  и

- Клучот за распределба на општите трошоци на управно-продажна режија е  $\frac{48000 \cdot 100}{240000} = 20\%$ .

По пресметките, општите трошоци за погонска режија (за изработка) изнесуваат:

$$A = \frac{80000 \cdot 30}{100} = 24000 \text{ ден.}$$

$$B = \frac{60000 \cdot 30}{100} = 18000 \text{ ден.}$$

$$B = \frac{100000 \cdot 30}{100} = 30000 \text{ ден.}$$

По пресметките, општите трошоци за управно-продажна режија изнесуваат:

$$A = \frac{80000 \cdot 20}{100} = 16000 \text{ ден.}$$

$$B = \frac{60000 \cdot 20}{100} = 12000 \text{ ден.}$$

$$B = \frac{100000 \cdot 20}{100} = 20000 \text{ ден.}$$

Откако се направени пресметките за општите трошоци за погонска и управно-продажна режија, може да се пристапи кон составување додавна калкулација.

#### Додавна калкулација

Елементи на цена на чинење	Вкупно	А	Б	В
1. Плати за изработка	240000	80000	60000	100000
2. Матријали за изработка	450000	150000	120000	180000
3. Амортизација	125000	40000	25000	60000
4. Општи трошоци за погонска режија	72000	24000	18000	30000
5. Општи трошоци за управно-продажна режија	48000	16000	12000	20000
Вкупни трошоци:	935000	310000	235000	390000
Количина		1500	1200	1800
<b>Цена на чинење</b>		<b>207</b>	<b>196</b>	<b>217</b>

Цената на чинење се добива кога вкупните трошоци за секој поделен аранжман се делат со соодветната количина од секој аранжман. Во случајов, цената на чинење изнесува: за аранжманот А - 207 ден., за аранжманот Б - 196 ден. и за аранжманот В - 217 ден.

### 3.3.3. Калкулација на врзани производи

Калкулацијата на врзани производи се применува при пресметка на трошоци на она производство каде постојат главни и споредни производи. Бидејќи трошоците им се заеднички, тешко може да се разграничат. Затоа, сите трошоци се пресметуваат во калкулацијата на главниот производ. Така утврдениот износ трошоци се намалува за вредноста на споредниот производ според цената по која ќе се продаде на пазарот. Добиената разлика претставува цена на чинење на главниот производ, а кога ќе се подели со бројот на производи/услуги, се добива цената на чинење на еден производ/услуга.

#### **4) Пример за составување калкулација на врзани производи**

Вкупните трошоци за подготвување на готвеното јадење “Телешко во тава” се 40000 ден., а подготвени се 35 такви јадења. Вкупната вредност пак, на телешкото месо кое се отстрани, но ќе се користи во подготовка на телешка чорба како спореден производ, е 5000 ден. Пресметај ја цената на чинење на главниот производ со примена на калкулација на врзани производи.

#### Калкулација на врзани производи

Главен производ	Количина	Вкупни трошоци	Трошоци само за главен производ	Цена на чинење
1	2	3	4	5
Телешко во тава	35	40000	35000	<b>1000</b>

Најнапред се пресметуваат трошоците за производство кои се однесуваат само за главниот производ (колона 1). Притоа, вкупните трошоци за подготвување “Телешко во тава”, но и за телешка чорба се 40000 ден. (колона 3). Кога од нив ќе се одземат 5000 ден. колку што чинат трошоците за подготвување на споредниот производ - телешка чорба, се добиваат трошоците само за главниот производ од 35000 ден. (колона 4). Кога пак, тие ќе се поделат со произведената количина - вкупно 35 тави од “Телешко во тава”, се добива цената на чинење од 1000 ден. (колона 5).

### 3.3.4. Калкулација по методот на директни трошоци

Овој вид калкулација поаѓа од поделбата на вкупните трошоци на фиксни и варијабилни. За разлика од претходните методи кои ја

утврдуваат полната цена на чинење (ги опфаќаат вкупно настанатите трошоци: фиксни + варијабилни), кај оваа метода во цената на чинење се пресметуваат само варијабилните (директните) трошоци. Овде, фиксните трошоци се третираат како расход на пресметковниот период и се покриваат од вкупниот приход.

Аналогно, се врши поделбата на општите трошоци на варијабилна и фиксна компонента. Притоа, варијабилниот дел од општите трошоци се применува во цената на чинење, додека фиксниот се покрива од вкупниот приход.

Оттука, според овој метод, вкупниот приход се распределува на следниот начин:

1. Вкупен приход
2. Минус директни трошоци
  - a. Матријал за изработка
  - b. Плати на директни работници
  - c. Варијабилен дел на општите трошоци
3. Бруто финансиски резултат (бруто добивка, вкупна маржа, разлика од реализација и сл.)
4. Минус фиксни трошоци (трошоци на капацитет)
  - a. Амортизација
  - b. Фиксен дел на општите трошоци
5. Нето финансиски резултат (добивка/загуба)

### **5) Пример за составување калкулација по методот на директни трошоци**

Во еден хотел остварени се 5000 ноќевања, по цена од 1200 ден. за едно ноќевање. Врз основа на податоците од сметководство кои се однесуваат на направените трошоци, пресметај го финансискиот резултат со примена на методот на директни трошоци.

Податоци од сметководство:

1. Матријали за изработка	1250000
2. Плати на директни работници	2000000
3. Временска амортизација	500000
4. Функционална амортизација	250000
5. Варијабилен дел од општите трошоци	400000
6. Фиксен дел од општите трошоци	700000
Вкупно:	5100000

Најнапред, од вкупните трошоци кои ги дава сметководството, потребно е да се разграничат кои се директни (варијабилни), а кои се

фиксни трошоци. Така, директни трошоци се точките: 1, 2, 4 и 5, додека фиксни трошоци се точките: 3 и 6.

Директни (варијабилни) трошоци

1. Матријали за изработка	1250000
2. Плати	2000000
3. Функционална амортизација	250000
4. Варијабилен дел од општи трошоци	400000
Вкупно:	3900000

Фиксни трошоци

1. Временска амортизација	500000
2. Фиксен дел од општите трошоци	700000
Вкупно:	1200000

Откако се разграничени и пресметани вкупните директни и фиксни трошоци, се пристапува кон пресметување на вкупниот приход. Тој се добива кога бројот на остварени кокевања се помножи со цената за едно нокевање, т.е.:

$$\text{Вкупен приход} = 5000 \cdot 1200 = 6000000 \text{ ден.}$$

Оттука, пресметката на финансискиот резултат е следна:

(1) Вкупен приход	6000000
(2) - Директни трошоци	3900000
(3) Бруто финансиски резултат (1-2)	2100000
(4) - Фиксни трошоци	1200000
(5) <b>Нето финансиски резултат (3-4)</b>	<b>900000 ден.</b>

Хотелот остварил добивка од 900000 ден.





## ВЕЖБА БР. 10

### ГЛАВА 7: ДЕЛБЕНА КАЛКУЛАЦИЈА

1) Во еден хотел во текот на еден месец остварени се 8000 ноќевања, а притоа се направени вкупни трошоци од 10000000 ден. Пресметај ја цената на чинење со примена на чиста дивизиона калкулација.

(Решение: 1250 ден.)

2) Повеќе години по ред, една туристичка агенција продава само еден вид новогодишен аранжман. Така, во текот на месецот декември, продадени се 400 новогодишни аранжмани, а притоа се направени вкупни трошоци од 1000000 ден. Пресметај ја цената на чинење со примена на чиста дивизиона калкулација.

(Решение: 2500 ден.)

3) Во еден хотел остварени се 300 ноќевања и тоа во:

- Во еднокреветна соба 50 ноќевања;
- Во двокреветна соба 160 ноќевања и
- Во двокреветна соба со дополнително легло 90 ноќевања.

Притоа, вкупните трошоци за погонска режија (за изработка) се 1000000 ден. и се во сооднос: 1,6:1,2:1. Пресметај ја цената на чинење со примена на дивизиона калкулација со помош на еквивалентни броеви. (Решение: Еднокреветна соба=4416 ден., двокреветна соба=3312 ден. и двокреветна со дополнително легло=2760 ден.)

4) Една туристичка агенција вкупно продала 200 новогодишни аранжмани во различни земји, и тоа:

- Во Бугарија 150 аранжмани;
- Во Словенија 15 аранжмани ноќевања и
- Во Хрватска 35 аранжмани.

Притоа, вкупните трошоци за погонска режија (за изработка) се 120000 ден. и се во сооднос: 1,5:1:0,7. Пресметај ја цената на чинење со примена на дивизиона калкулација со помош на еквивалентни броеви. (Решение: Бугарија=675, Словенија=450 и Хрватска=320)







## **ВЕЖБА БР. 11**

### **ГЛАВА 7: ДОДАВНА КАЛКУЛАЦИЈА, КАЛКУЛАЦИЈА НА ВРЗАНИ ПРОИЗВОДИ И КАЛКУЛАЦИЈА ПО МЕТОДОТ НА ДИРЕКТНИ ТРОШОЦИ**

1) Еден ресторан подготвува три вида производи, и тоа: кебапи, плескавици и вешалици. Притоа, минатиот месец биле произведени: 15000 кебапи, 2000 плескавици и 1000 вешалици. За истите да се произведат, направени се 150000 ден. директни трошоци, и тоа:

Производ	Плати за изработка	Матријали за изработка	Амортизација
Кебапи	25000	30000	5000
Плескавици	15000	20000	5000
Вешалици	20000	25000	5000

Вкупните индиректни трошоци на ресторанот изнесуваат 50000 ден. од кои: 30000 ден. се трошоци на погонска режија, а 20000 ден. се трошоци на управно-продажна режија. Пресметај ја цената на чинење на секој производ со примена на додавна калкулација.

(Решение: Цена на чинење: кебап 5 ден., плескавица 26 ден., вешалица 67 ден.)

2) Еден ресторан подготвува три вида коктели, и тоа: овошен, тропски и морски коктел. Притоа, минатиот месец биле подготвени: 100 овошни коктели, 70 тропски коктели и 120 морски коктели. За истите да се подготват, направени се 75000 ден. директни трошоци, и тоа:

Коктел	Плати за изработка	Матријали за изработка	Амортизација
Овошен	12000	13000	2000
Тропски	10000	11000	2000
Морски	13000	10000	2000

Вкупните индиректни трошоци на ресторанот изнесуваат 25000 ден. од кои: 15000 ден. се трошоци на погонска режија, а 10000 ден. се трошоци на управно-продажна режија. Пресметај ја цената на чинење на секој производ со примена на додавна калкулација.

(Решение: Овошен=355 ден., тропски=430 ден. и морски=280 ден.)

3) Вкупните трошоци за подготвување на готвеното јадење “Јагнешко во тава” се 7000 ден., а подготвени се 5 такви јадења. Вкупната вредност пак, на јагнешкото месо кое се отстрани, но ќе се користи во подготовка на јагнешка чорба како спореден производ, е 1500 ден. Пресметај ја цената на чинење на главниот производ со примена на калкулација на врзани производи.

(Решение: “Јагнешко во тава”=1100 ден.)

4) Вкупните трошоци за подготвување на готвеното јадење “Пастрмка на рибарски начин” се 9200 ден., а подготвени се 5 такви јадења. Вкупната вредност пак, на рибните делови кои се отстранија, но ќе се користат во подготовка на рибина чорба како спореден производ, е 1800 ден. Пресметај ја цената на чинење на главниот производ со примена на калкулација на врзани производи.

(Решение: “Пастрмка на рибарски начин”=1480 ден.)

5) Во еден хотел остварени се 25000 ноќевања, по цена од 1500 ден. за едно ноќевање. Врз основа на податоците од сметководство кои се однесуваат на направените трошоци, пресметај го финансискиот резултат со примена на direct costing методата.

1. Матријали за изработка	3250000
2. Плати на директни работници	7000000
3. Временска амортизација	900000
4. Функционална амортизација	450000
5. Варијабилен дел од општите трошоци	800000
6. Фиксен дел од општите трошоци	1500000

(Решение: Добивка=23600000 ден.)



**ВЕЖБА БР. 12**  
**КРАТКА АНАЛИЗА НА ЗАДАДЕНА ТЕМА**