

資料番号	SA-97-13 RM-97-72
------	----------------------

バブルシステムを用いた 3次元有限要素自動分割法

横山貴之, Cingoski Vlatko, 金田和文, 山下英生

(広島大学)

1997年8月5日

社団法人 電 気 学 会

東京都千代田区五番町6-2

バブルシステムを用いた3次元有限要素自動分割法

横山 貴之*, Cingoski Vlatko, 金田 和文, 山下 英生
(広島大学)

Automatic 3D finite element subdivision using Bubble system

Takayuki Yokoyama, Vlatko Cingoski, Kazufumi Kaneda,
and Hideo Yamashita (Hiroshima University)

Abstract

In this paper, an extension of previously developed 2D dynamic bubble system for 3D automatic finite element mesh generation is presented. Initially, a set of nodes inside the analysis domain is generated using a physical bubble system based on the law of dynamics, followed by automatic generation of tetrahedral finite elements according to the Delaunay algorithm and utilizing previously generated nodes. The proposed method introduces an improved procedure for setting initial position of each bubble, and for definition of bubble's radii, which decreases the computation time significantly. Additionally, it requires modest amount of input data and provides high quality meshes with controlled mesh densities fast and easy. Several example meshes generated by the proposed method are also presented.

キーワード: バブルシステム, Delaunay法, 自動要素分割, ファンデルワールス力
(Bubble system, Delaunay algorithm, Automatic element subdivision, van der Waals forces)

1 はじめに

計算機性能の向上に伴い、有限要素法が様々な分野の大規模シミュレーションに用いられるようになってきた。一方、解析モデルの巨大化や複雑化は、要素分割に費やす時間を著しく増大させている。特に、要素分布や要素形状等を考慮に入れて分割を行う場合は、これを手動で行うと、分割に費やす労力は、多大なものとなる。また、複雑な3次元解析モデルの要素分割は、2次元場のそれに比べ、格段に複雑であり、3次元有限要素解析の広範な実用化を妨げる要因の一つとなっている。ところで、要素自動分割の必要条件は、(1)任意形状の分割が可能であること、(2)細かい要素と粗い要素を適宜配置できること、(3)要素の歪みをできるだけ排除でき、総要素数を制御できること、(4)入力データが少なく簡便であること、(5)処理時間が短いこと、などが上げられる。

これまでに、上記の条件を満たすような様々な四面体要素自動分割法が報告されている。これらには、X-Y平面分割を用いる積み上げ法、線分取り込み法[1]、ブロック分割法[2]、階層的部分分割法[3]、Delaunayの方法[4]に代表されるノード結合法などがある。しかし、これらには入力データが多量、要素の粗密を与えにくい、複雑な形状の解析領域に適用しにくい、扁平な要素が生じるなど、なんらかの問題点が含まれている。

近年の要素自動分割の傾向として、Delaunayの方法の優秀さから、ノード結合法に注目が集まっている。このノード結合法の問題点である、ノードの配置問題を解決する一

手法として、バブルの物理モデルを用いた手法が報告されている[5]。しかし、文献[5]には、解析空間内のバブルの半径決定法や、初期配置方法について明確に記述されていない。そこで、我々は、その問題を解決するために、解析空間内のバブルの半径決定法、初期配置の方法を提案し、バブルシステムを用いた自動分割法が、少ない入力データで、要素歪みの少ない、しかも滑らかな粗密分布が与えられることを示した[6]。今回は、この手法を3次元場へ拡張し、適用例を示し、その有用性について報告する。

2 バブルシステム

バブルは、半径と質量を持った球状粒子である。バブルシステムは、複数のバブルが次のようにニュートンの力学に基づいた運動方程式によって支配される物理モデルである。

$$m_i \frac{d^2 x_{ij}}{dt^2} + c_i \frac{dx_{ij}}{dt} = f_{ij} \quad (j=x,y,z) \quad (1)$$

ここで、 m_i 、 c_i は、それぞれバブル*i*の質量と粘性抵抗であり、 x_{ij} はバブル*i*の中心の*j*成分の座標、 f_{ij} はバブル*i*に働く*j*方向の外力である。この運動方程式を解くことにより、バブルの移動の様子をシミュレーションできる。

外力は、ファンデルワールス力をモデルとして、図1のように互いに接した状態を安定状態とし、互いに近づきあうと斥力が働き、離れあうと引力が働くものとする。また、ファンデルワールス力は、2つのバブルの中心間の距離*d*

を変数として図2に示すように与えられる。

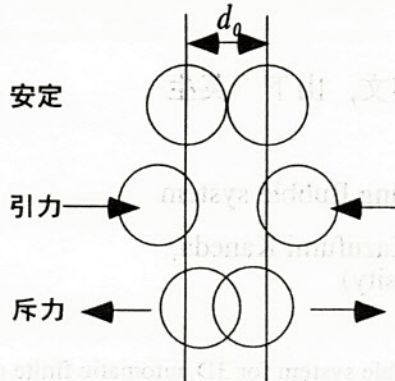


図1 バブル間力

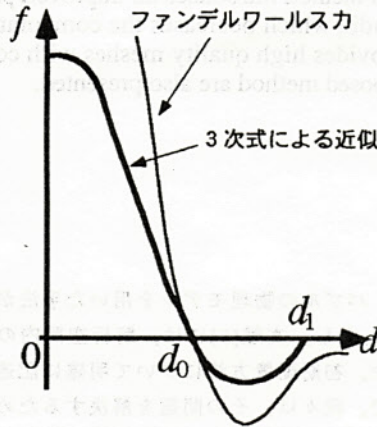


図2 ファンデルワールス力

ここで、 d_0 は、それぞれ2つのバブルが接した状態のバブルの中心間距離（安定距離）を示す。しかし、この場合、図2からも分かるように、2つのバブルが重なり合ったときに斥力が無限大になり、遠く離れたときにも無視できるくらい小さな力を考慮しなければならない。したがって、ここでは、ファンデルワールス力を3次関数で近似する[6]。

3 バブルシステムを用いた要素分割

本手法の概要は、図3に示すようにバブルシステムを用いた節点発生部とDelaunayの方法による四面体要素生成部からなる。本手法の入力データは、解析空間の物体形状パラメータとその頂点上でのバブルの半径のみである。なお、バブルの初期配置と半径決定のために、前処理として解析空間を四面体に分割する。これは、物体形状を決定する点のみを用いてDelaunayの方法により行うものとし、この分割処理を初期四面体分割と呼ぶことにする。

次にバブルの配置は、図4に示すようにに制約条件の多いものから順に行う。すなわち、頂点バブル、面バブル、空間バブルの順に配置する。なお、各バブルは次

のように定義するバブルのことである。頂点バブルは、頂点上に配置されたバブルであり、入力データにより指定された半径のバブルである。辺バブルはその移動が辺上に制限されたバブルのことをいい、面バブルは、面上を自由に移動できるバブル、空間バブルは、空間を自由に移動できるバブルのことをいう。

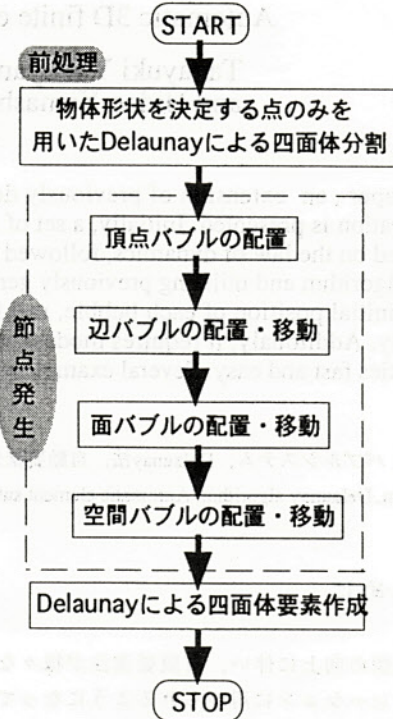


図3 フローチャート

各バブルは初期配置された後、各バブル間の力の平衡状態がとれるまで、移動シミュレーションを行い、最終的に得られたバブルの中心を節点とし、Delaunayの方法により四面体分割を行う。

次に、初期四面体分割により分割された四面体の利用方法について説明する。バブルの移動シミュレーションを早く収束させるためには、バブルを解析空間中に密に配置する方がよい。そこで、面バブルを発生させる時には、初期四面体分割によりできた四面体の物体境界面にある三角形面を選び、その三角形面毎に面バブルを発生させる。このようにすることにより物体境界面が凹形状をしていても、その面が三角形面に分割されているのでバブルの初期配置を容易に、短時間に行うことが可能となる。空間バブルも上述した理由から、初期四面体分割で作成された四面体毎に発生させる。しかし、バブルの移動シミュレーションについては、バブル配置時のように、三角形面毎、あるいは、四面体毎に行うのではなく、最終的に良い要素形状を得るために、面バブルは物体境界面の面全体で、空間バブルは、物体毎にその空間全体で移動シミュレーションを行う。

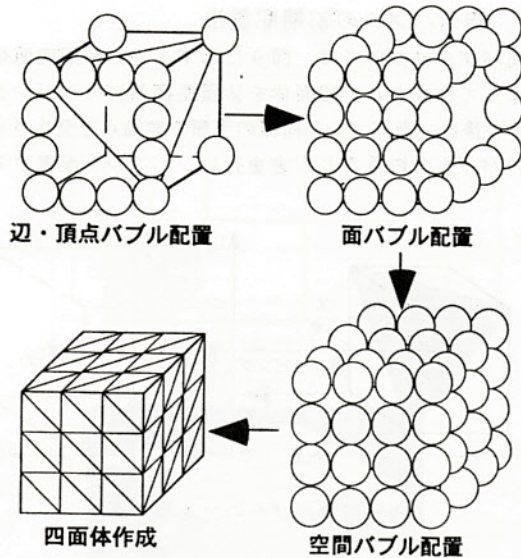


図4 バブル発生手順

4 バブルの半径決定法

解析空間中のバブルの半径決定については、次のように決定する。一般に、電磁界問題を有限要素法を用いて解析する場合、解析者が注目する物理量は、磁気ベクトルポテンシャルまたは電位である。開領域の問題に対しては、これらの分布は、その高いところから低いところへ、指数関数的に変化することが知られている。そこで、提案手法では、辺バブル、面バブル、空間バブルの半径を頂点バブルの半径から指数関数的に変化するように、面バブルは面積座標、空間バブルは体積座標を用いて決定する。例えば面バブルは、初期四面体の三角形面に配置するが、その半径は、面積座標変数を用いて以下のように決定する。

$$r(L_1, L_2, L_3) = Ae^{BL_2 + CL_3} \quad (2)$$

ここで、A, B, Cは、三角形の三頂点のバブルの半径より決まる定数であり、次のように決定する。(図5参照)

$$\begin{aligned} r(1, 0, 0) &= r_1 = A \\ r(0, 1, 0) &= r_2 = Ae^B \\ r(0, 0, 1) &= r_3 = Ae^C \end{aligned} \quad (3)$$

辺バブル、空間バブルについても同様に行う。

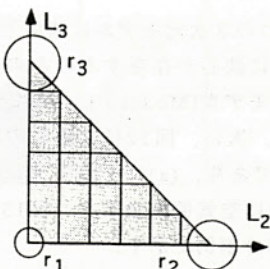


図5 半径決定法

なお、図2に示す d_0 の値は、辺バブル、面バブル、空間バブルに対して次のように決定する。辺上においては、 d_0 を始点と終点の頂点バブルの半径の和とし、面バブル、空間バブルにおいては、各面、物体を構成する頂点バブルの半径の平均値の2倍とする。

5 バブルの初期配置方法

バブルの初期配置は、バブルの移動シミュレーション時間の短縮を計る上で重要である。我々は、バブルの移動シミュレーションを行う空間毎に、下記の方法によりバブルの初期配置位置の決定を行った。

5.1 辺バブルの初期配置

辺バブルに関しては、図6に示すように辺の始点と終点のバブルの半径より決定される半径曲線(4)式により定義される)を用い、文献[6]と同じ方法で行う。この初期配置の状態ではバブルに及ぼす外力が0近くになっているため、バブル移動シミュレーションにかかる時間を減らすことができる。

$$r(x) = Ae^{Bx} \quad (4)$$

ここで、A, Bは辺の始点と終点のバブルの半径より決まる係数。

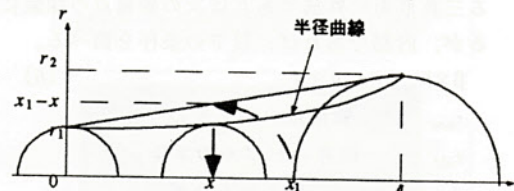


図6 半径曲線

5.2 面バブルの初期配置

面バブルに関しては、前節で述べた初期四面体の三角形面毎に以下の手順で配置する。

- 手順1 空間上の任意の三角形面をX-Y平面に変換し、それを覆うバウンディングボックスを作成する(図7)。
- 手順2 X-Y平面に変換された三角形面を、その三角形面の3つの頂点バブルのうち最小の半径の頂点が原点にくるように面積座標系にマッピングする。なお、三角形面の形状を決定する点の頂点バブルの半径の最小のものを r_{min} とし、手順1で求めたバウンディングボックスの最大辺の長さを l とする。
- 手順3 面積座標系にマッピングした三角形面の2辺(軸上の2辺)から構成される正方形を考え、各辺を次式により得られる分割数で等分割し、図7のような格子を作成する。

$$\text{分割数} = \frac{\alpha \times l}{2r_{min}} \quad (5)$$

但し、 α は、1以上の整数とする。このように分割してできた格子交点をバブルを配置する候補点と

する。

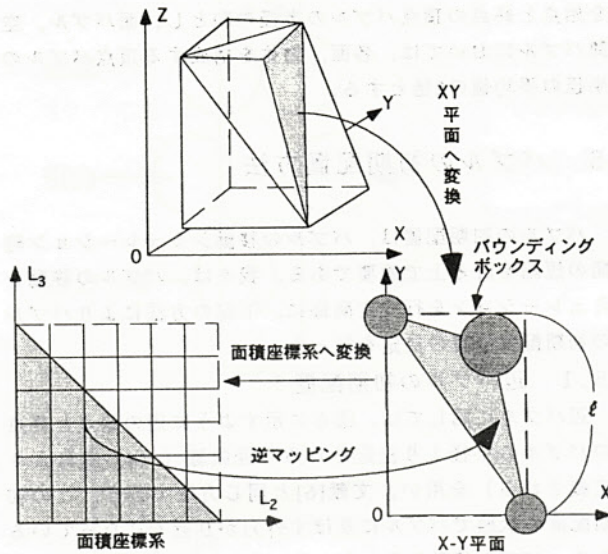


図7 面バブル配置手順

手順4 各候補点を1つずつ順に、実際の座標系に逆マッピングし、三角形面の内部であるかどうか調べる。三角形面の外部であれば次の候補点の探索に移るが、内部であれば、以下の条件を調べる。

$$\beta \times (r_{new} + r_{old}) < d \quad (6)$$

r_{new} : 候補点のバブルの半径

r_{old} : 既存のバブルの半径

d : バブル間の中心距離

$$0.5 < \beta \leq 1.0$$

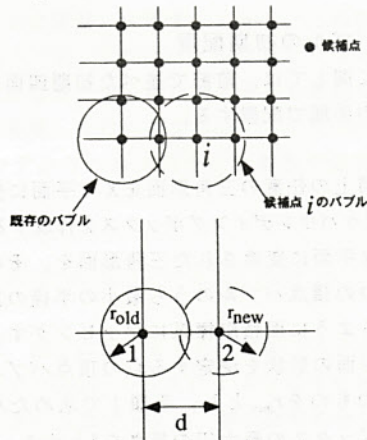


図8 重なり判定

候補点でのバブルが式(6)を満足していれば、この候補点にバブルを配置する(図8参照)。これを候補点が無くなるまで繰り返すと、バブルが密に充填される。また、式(5)の α は、候補点の数を決定するもので、式(6)の β は、バブルの初期配置時の重なり程度を決定するものであり、文献[6]より $\alpha=4$ 、 $\beta=0.75$ を用いている。

5.3 空間バブルの初期配置法

空間バブルについては、図9に示すように初期四面体分割によって作成された四面体を体積座標系にマッピングする。その後は、面バブルと同様の手順で候補点を発生させ、既存のバブルとの重なり判定を行い、バブルを配置する。

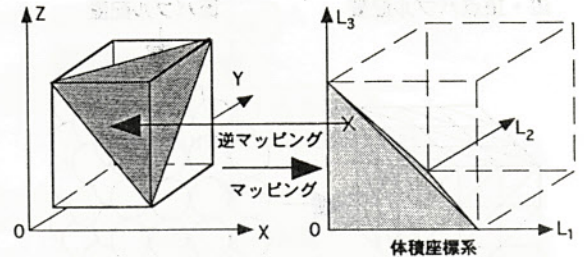


図9 空間バブルのマッピング

6 四面体分割

最終的に求めたバブルの中心を節点として、Delaunayの方法により四面体分割を行う。この時、異種物体の存在を考慮せずに、解析空間中の全ての節点を用いて四面体要素作成を行うと図10に示すように、異なった物体間において、その境界をまたぐ四面体が作成される恐れがある。そこで、Delaunay分割を物体毎に行うこととし、物体間をまたぐ要素が作成されることを防ぐ。また、物体毎に四面体分割を行うと凹な形状の物体や空気領域においては、物体外部にも四面体が作成されることとなるが、これは、四面体の重心を用いてその物体の内外判定を行うことにより、物体外部の四面体を取り除くこととする。

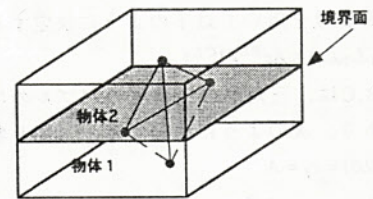
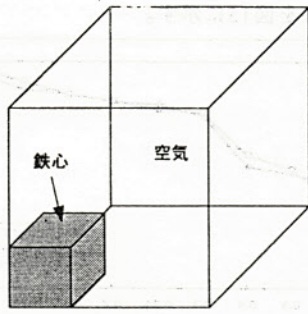


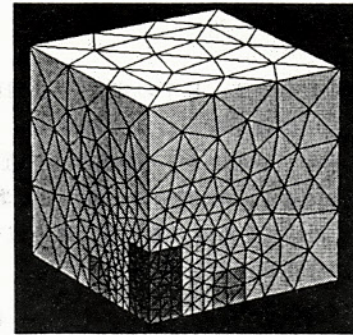
図10 物体間をまたぐ四面体

7 適用例

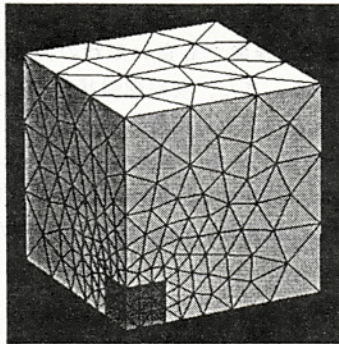
提案手法を3つの3次元モデルに適用した結果を示す。図11は、領域中に鉄心が存在するのみの簡単なモデルであり、(a)にそのモデル(Model I)、(b)に分割結果、(c)に空気領域を示す。次に、図12は、鉄心の周囲に矩形コイルがあるモデルであり、(a)にそのモデル(Model II)、(b)に分割結果、(c)に空気領域を示す。図13にリアクトルモデル(Model III)の分割例を示す。



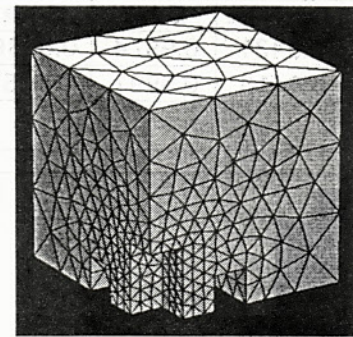
(a) Model I



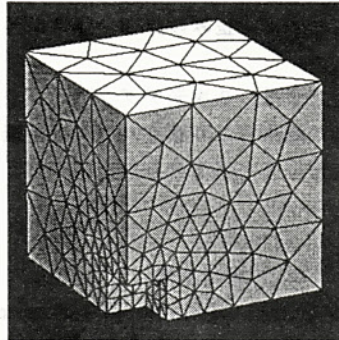
(b) 分割結果



(b) 分割結果

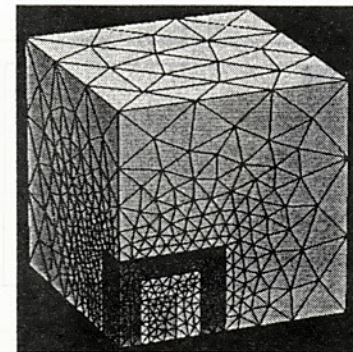


(c) 空気領域

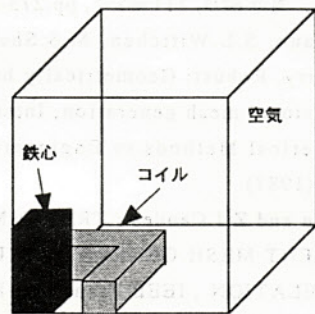


(c) 空気領域

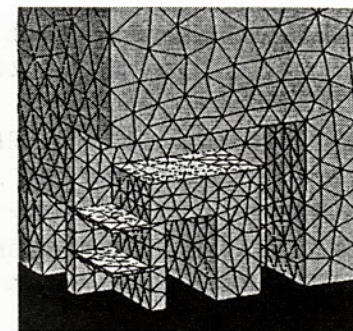
図11 簡単なモデル



(a) 分割結果



(a) Model II



(b) 空気領域拡大図

図13 リアクトルモデル

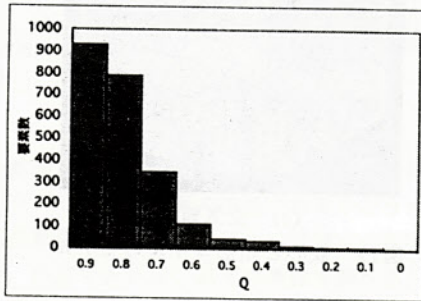
8 形状評価

適用したモデルについて、以下の式(7)を四面体要素の形状評価式として評価を行った。Qの平均値、最大値、最小値を表1に示す。このとき、Qの値が1に近いほど形状の良い正四面体に近く、0に近いほど偏平な要素となる。表1にModel I, IIのQの平均値、最大値、最小値を図14に全要素のQの累積分布状況を示す。

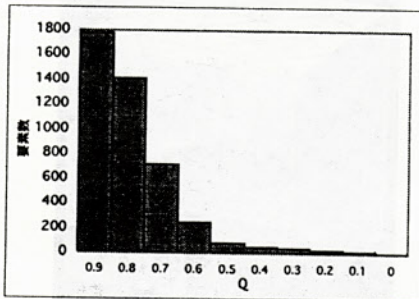
$$Q = \frac{\text{内接球の半径}}{\text{外接球の半径}} \times 3 \quad (7)$$

表1 形状評価

	Qの平均値	最大値	最小値
model I	0.8421	0.9974	0.0236
model II	0.8418	0.9991	0.0257



(a)



(b)

図14 Qの値の累積分布

Qの累積分布より、全要素数の約80%以上の要素のQの値が0.8以上であり、形状の良い要素が生成されていることがわかる。

バブルの移動シミュレーションは、その初期段階において1時間ステップでのバブル移動距離が大きく、時間の経過と共に移動が収束する。したがって、移動シミュレーションの収束条件として、1ステップでの移動距離が次式で与えられる ΔS_0 より小さくなれば収束したとみなしている。

$$\Delta S_0 = C \times \Delta S_{max} \quad (8)$$

ここで、 ΔS_{max} は、移動シミュレーションの初期段階に生ずる1ステップでのバブルの最大移動距離、Cは定数である。以下にCの値について検討を行う。(8)式のCをパラメータにとって、Qの平均値がどのように変化するかを調

査した。その結果を図15に示す。

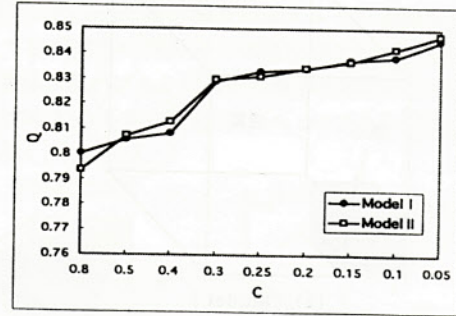


図15 CとQの関係

結果より、Cが0.3程度でも良い形状の要素が多くできていることが分かる。また、初期配置状態でも比較的良好な形状の要素のできるバブルの配置となっているため、収束に要する時間を短縮できる。収束回数は、C=0.1のとき120回程度であり、C=0.3のとき40回程度で収束した。なお、適用例に示した結果は、C=0.3として行った。

9 おわりに

バブルシステムを用いた3次元有限要素自動分割に対する一手法を提案した。本手法は、入力データが少なく、要素の粗密が与えやすく、歪みの少ない要素が得られることが特徴である。

今後の課題としては、3次元アダプティブ法への適用であり、誤差評価の結果により頂点バブルの半径を導出し、このシステムを用いて、要素の自動生成を行う方法の開発があげられる。

参考文献

- 1) Nguyen-Van-Phi: Automatic mesh generation with tetrahedron elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, VOL.18, pp.273-289 (1982)
- 2) 山下他: 位相幾何学的マッピングを用いた高速四面体要素自動作成法, 電学論D, 111巻2号, pp.273-289 (1991)
- 3) P.L.Baehmann, S.L.Wittchen, M.S.Shephard, K.R.Grice, M.A.Yarry, Robust: Geometrically based, automatic two dimensional mesh generation, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.24, pp.1043-1078, (1987)
- 4) D.N.Shenton and Z.J.Cendes: TREE-DIMENSIONAL FINITE ELEMENT MESH GENERATION USING DELAUNAY TESSELLATION, IEEE Trans. on. Magnetics-21, No.6, pp.2535-2538 (1985)
- 5) 嶋田憲司: 物理モデルによる自動メッシュ分割, 日本シミュレーション学会誌, Vol.12(1), pp.11-20, (1993)
- 6) 村川他: バブルシステムを用いた有限要素自動分割, 電気学会回転機・静止器研究会資料, SA-96-5, pp37-44 (1996)