

## 学術論文

# 3次元有限要素法による鋼片の移動を考慮した 電磁誘導加熱シミュレーション

Simulation of Induction Heating of Steel Billet Considering Its Movement using 3-D FEM

山下 英生	(広島大学)	滑 章博	(広島大学)
Vlatko ČINGOSKI	(広島大学)	金田 和文	(広島大学)
中山 道夫	(日本钢管(株))		

Hideo YAMASHITA, Member of JSAEM, Hiroshima University  
 Akihiro NAMERA, Hiroshima University, Kagamiyama1-4-1, Higashihiroshima, 724  
 Vlatko ČINGOSKI, Hiroshima University  
 Kazuhumi KANEDA, Hiroshima University  
 Mitio NAKAYAMA, Nihon Koukan Co.,Ltd.

For Induction Heating Simulation, 3-D finite element analysis of a magneto-thermal coupled problem with moving billet are presented. For better accuracy and due to the different characters of the approximated unknown variables, two appropriate solution spaces are considered: a vectorial characteristics of the magnetic field and eddy-current distributions; and a scalar space using nodal finite elements for the non-linear analysis of thermal field distribution. A moving billet with eddy-current flow is considered using appropriate step division for the nature of the coupled process. The mathematical background, analyzed models and obtained results are presented.

**Key Words :** Magneto-Thermal coupled problem, 3-D Finite Element Analysis,  
Induction Heating

## 1はじめに

連続鋳造において溶鋼を圧延する場合、連続鋳造後の鋼は一定の長さに切断され、圧延工程へ送られる。このときの鋼片の温度は、所望の温度より低くなってしまい、かつ不均一な分布をしている。このため、誘導加熱コイルを設置して温度を上げているが、鋼片端部の温度上昇が十分でない等の問題がある。そのため、鋼片温度を均一に保つよう、コイル等の最適設計が要求される。誘導加熱は、コイル電流による磁場により鋼片に渦電流が流れ、鋼片の温度が上昇する。したがって、このシミュレーションを行う場合、磁場と温度場の連成問題として処理する必要がある。さらに、鋼片は、この誘導加熱コイルの中を一定の速度で移動している。したがって、この鋼片の移動も考慮したシミュレーションが必要である[1]。文献[1]では、钢管曲げ装置における移動している钢管の誘導加熱解析を軸対称モデルを用いて解析している。しかし、軸対称モデルであるため、解析対象が軸対称なものに限られてしまう。本論文では、3次元有限要素法を用い、磁場のベクトル空間には辺要素を、温度場のスカラー空間には節点要素を適用した。そして鋼片の移動を考慮し

た連成解析により、誘導加熱コイル内を移動する鋼片の誘導加熱シミュレーションを行った。また、計算時間を短縮するための一手法として、磁場解析の一部を省略する方法を提案した。以下に、連成解析法、および解析結果について述べる。

## 2 磁場解析法

一般に、3次元場解析は未知数の増大とともに、記憶容量、解析時間も莫大なものとなる。本論文では、磁場解析に辺上に未知数をとる辺要素を用いている。この要素は、節点要素を用いた場合と比較して記憶容量、計算時間を大幅に短縮することができる[2],[3]。

辺要素を用いた場合には、渦電流解析において電位スカラーポテンシャル $\phi$ を未知変数から削除することができる。従って、基礎方程式は次式となる。

$$rot(\nu rot \mathbf{A}) = \mathbf{J}_o - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{A}$ ：磁気ベクトルポテンシャル、  
 $\nu$ ：磁気抵抗率、 $\sigma$ ：導電率、  
 $\mathbf{J}_o$ ：電流密度

(1) 式に、ガラーキン法を適用し、離散化すると解くべき方程式が得られる。

温度解析における鋼片の内部発熱源は渦電流によって与えられ、その発热量は次式によって得られる。

$$Q = \frac{1}{2} \int_{v_i} \frac{1}{\sigma_i(T)} \mathbf{J}_{e_i} \mathbf{J}_{e_i}^* dv_i \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{J}_{e_i}$ 、 $\mathbf{J}_{e_i}^*$ ：要素  $i$  の渦電流ベクトルとその共役複素数、

$\sigma_i(T)$ ：導体温度  $T$  の関数である導電率、

$v_i$ ：要素  $i$  の体積

鋼片の導電率は温度によってその値が変化する。本解析では、この導電率を温度の関数として取り扱い、各計算ステップで得られた鋼片の温度分布から、導電率を有限要素毎に算出して次の計算ステップの解析を行う。

鋼片の移動は、鋼片データそのものを移動させる方法と、逆にコイルデータを移動させる方法が考えられる。本論文では、磁場と温度場の連成を考慮し、さらにデータの扱いやすさから、コイルデータを移動することで対応させる。また、鋼片の移動を取り扱うために各計算ステップでコイル位置の異なる分割データをそれぞれ用意する必要がある。各ステップで再分割を行った場合、辺情報や境界上の要素探索などを改めて行わねばならない。そこで、本論文では各ステップにおけるコイル位置に合わせて、その近傍の要素の座標をコイル形状に一致させるように移動させる。これにより、各ステップごとに分割データの再分割を行わずして解析を行うことができる。この方法により、全ての計算ステップに対して別々の分割データを用意する必要がない。本論文では、解析精度を維持するために、誘導加熱コイル付近の鋼片の分割を小さくしている。そのためコイル位置に合わせて、鋼片の分割の粗密を変えた3つの分割データを用意して解析を行う。

### 3 非定常温度場解析法

鋼片部に対して3次元非定常場の温度解析を行う。非定常熱伝導方程式は、次式で与えられる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + Q \quad (3)$$

ここで、 $T$ ：温度、 $\rho$ ：密度、 $c$ ：比熱、

$\kappa$ ：熱伝導係数、 $Q$ ：単位時間、

単位体積当たりに供給される熱量

(3) 式中の時間微分の項には、クランク・ニコルソン差分式を用いる。また、境界条件としては、鋼片表面

に対し、次式で与えられる熱伝達係数を用いて、対流、放射による熱放散を考慮している [4]。

$$h_s = \frac{1}{T_s - T_\infty} [2.1(T_s - T_\infty)^{1.25} + 4.88\phi_{cg} \left\{ \left( \frac{T_s + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_\infty + 273}{100} \right)^4 \right\}] \quad (4)$$

ここで、 $h_s$ ：熱伝達係数、 $T_s$ ：鋼片温度  
 $T_\infty$ ：外部温度、 $\phi_{cg}$ ：総括熱吸収率

さらに、熱伝導係数、比熱の温度依存性を考慮するために、ニュートン・ラプソン法を用いて計算を行う。渦電流による発熱は鋼片の内部発熱として取り扱う。

### 4 解析手順

各時刻の計算ステップにおいて、その時刻における鋼片の位置と温度分布によって決まる導電率を用いて、磁場解析を更新し、その後、次の時刻の温度分布を計算する。この場合、毎回磁場計算を行うと、計算時間が多量にかかり、またデータ量の点からも改善が要求される。この点に関して、本論文では鋼片中央部が誘導加熱コイル部内にある場合、磁場解析を行わず、1回前の渦電流分布をそのまま鋼片中を移動させ、温度解析のみを行う方法を取る。これが可能となるのは、本論文で扱う鋼片の初期温度がその鋼片のキュリー温

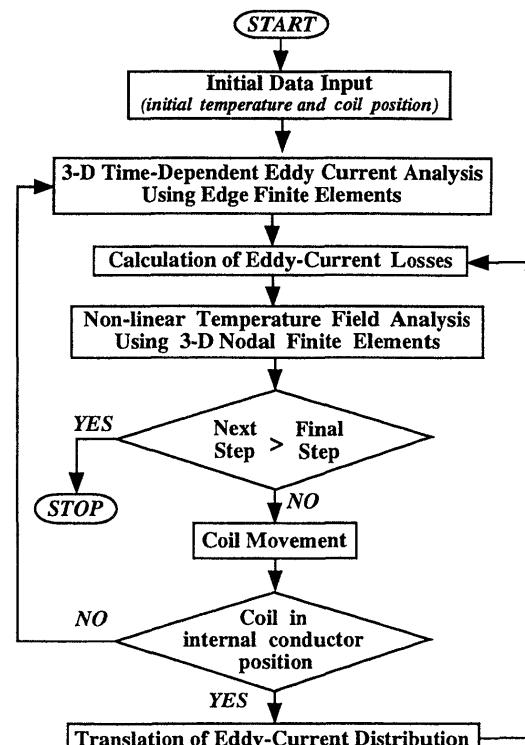


Fig.1: Algorithm

度以上であり、その後の加熱においてもその温度よりも低下する事がない。そのため、鋼片中央部が誘導加熱コイル内に位置する場合は磁場の分布に変化が少ないと、よって、磁場解析が省略可能となる。なお、鋼片端に誘導加熱コイルが位置する場合は鋼片の移動に伴う磁場の変動が大きいため、計算ステップごとに毎回磁場を更新する必要がある。

誘導加熱シミュレーションのアルゴリズムは Fig.1 のようになる。

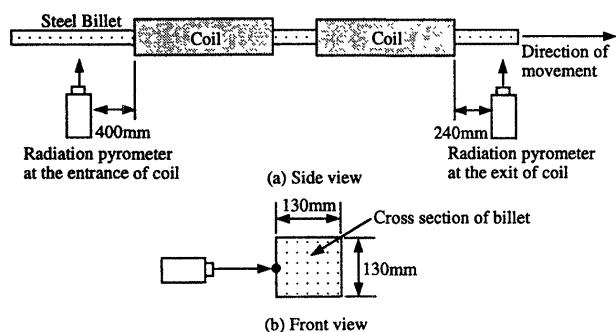


Fig.2 Experimental model

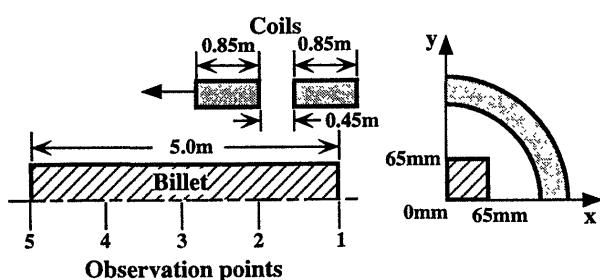


Fig.3. Analysis model

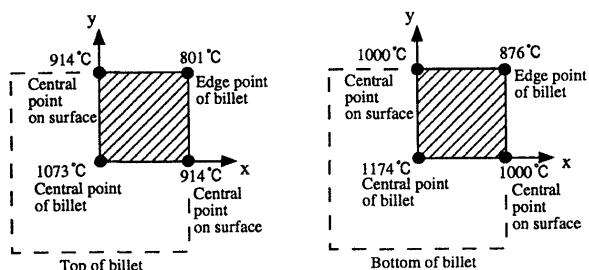


Fig.4 Initial Temperature

## 5 適用例

### 5.1 実測データとの比較

実測に用いられたモデルを Fig.2 に示す。測定は鋼片表面中心部のみで行なわれ、コイル入口、および出口での温度計の読みにより計測した。

次に解析に用いたモデルを Fig. 3 に示す。長さ 5 m の鋼片が 1 m の円筒状の誘導加熱コイル部を通過するときの鋼片の温度変化をシミュレートする。鋼片の速度は、16.3 m/min. であり、計算は時間ステップ幅 0.5 s ごとに行う。また、解析開始は、鋼片が誘導加熱コイル先端から 400mm 離れた位置からとし、後端がコイルを通過し終わるまでの 60 ステップの解析を行った。なお、初期温度分布は、鋼片先端、後端の計 8 点で Fig. 4 に示すように与えた。また、他の点についてはそれらの値を用いて内挿補間して与えた。

鋼片先端、後端における誘導加熱コイル出口での実測データと解析結果を Fig. 5、6 に示す。計測は 10 回を行い、そのデータを示す。図に示すように、実測データと本手法による解析結果が、最大誤差 4.1% 以内でよく一致していることがわかる。

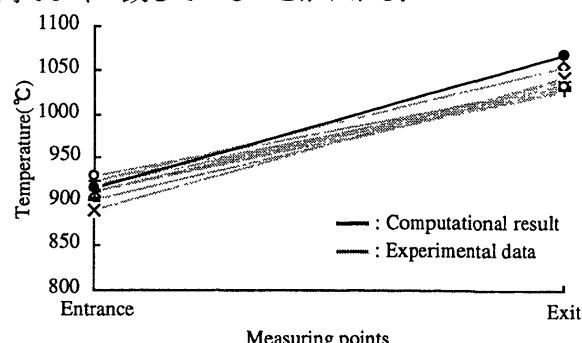


Fig.5 Comparison between experimental data and computational result (Top of billet)

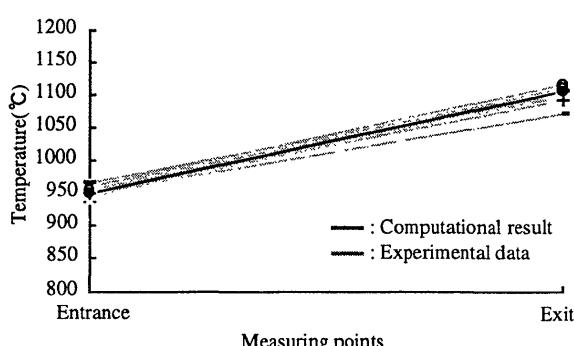


Fig.6 comparison between experimental data and computational result (Bottom of billet)

## 5.2 連続鋳造モデルの解析

次に、実際の連続鋳造で用いられているモデルによる解析結果を示す。連続鋳造では、鋼片は誘導加熱コイル部を約 8m/min. の低速で移動している。解析は解析時間間隔 1.0s で行ない、コイル部に鋼片が侵入する手前約 400mm の地点に鋼片先端がある場合から解析をはじめ、コイル部を鋼片後端が通過するまでの計 65 ステップの計算を行った。初期温度は、前節と同様に与えた。

本論文で提案している、磁場解析を一部省略する手法の妥当性を示すために、毎回磁場解析を行った時の温度分布との比較を Fig.7、8 に示す。毎回磁場解析を行なった時の解析結果を線グラフによって示している。また、本論文で提案している方法の結果を点データによって示している。図のように、両手法による解析結果はよく一致している。また、解析に要した計算時間を表 1 に示す。さらに、鋼片の温度分布の疑似カラー表示を Fig.9 に示す。

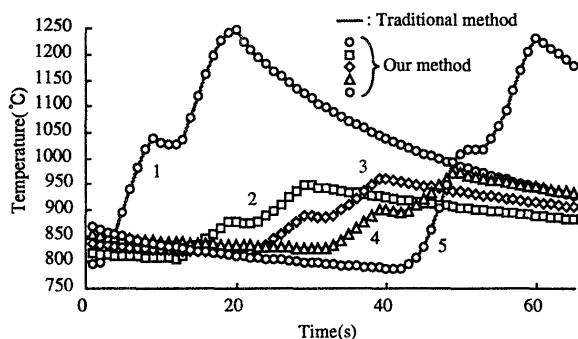


Fig.7 Temperature distribution at edge point of billet

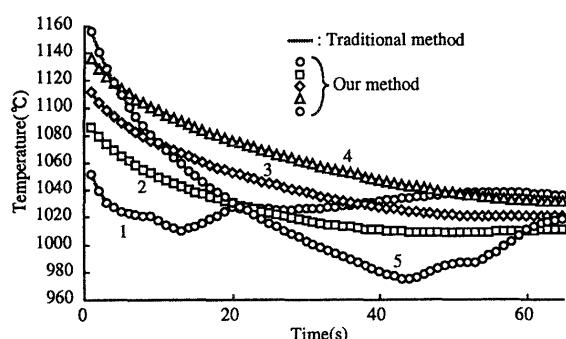


Fig.8 Temperature distribution at central point of billet

Table. 1: Computational Time

Computations	CPU time for Traditional method ( for all step) (min.)	Our method (min.)
Eddy-current	2037	1636
Eddy-current losses	19	48
Temperature field	33	33
Electric resistivity	7	5
Total	2096	1722

Computer : SGI INDIGO<sup>2</sup> (120MIPS)

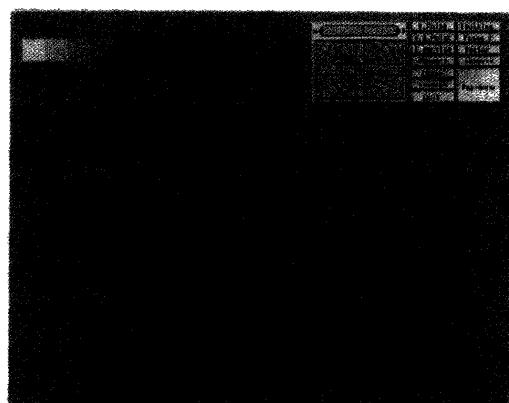


Fig.9 Temperature distribution after 40s

全計算時間の内、ほとんどを磁場解析に費やすため、本手法は計算時間の 20%程度を短縮することが出来る。なお、本手法で発熱量計算が多くかかっているのは、渦電流分布を移動させる処理がこれに含まれているためである。Fig.7、8 より、コイルが通過することにより急激に暖められた表面の温度が、ゆっくりと下がっていく様子が観察できる。また、鋼片内部への熱伝導は、非常にゆっくりしている。さらに、鋼片先端、後端面での温度上昇が内部の表面部に比べ、非常に高温となっている。これは、コイル部に鋼片が侵入する直前において、鋼片とコイル間との狭い領域に磁束が集中するため、鋼片の先端表面に渦電流が多く流れることにより、大きな発熱が生じるためであると考えられる。後端表面についても同様なことが言える。この温度上昇を低く抑えるためには、遮磁板などを設けるなどの対策が必要と考えられる。

## 6 まとめ

本論文は、誘導加熱コイル内を通過する鋼片の温度履歴を 3 次元場でシミュレーションを行う誘導加熱シ

ミュレーションシステムを示した。このシステムにより、鋼片の移動とともに変化する移動方向の温度分布を把握することが可能となった。また、得られた各時間ステップの温度履歴を疑似カラー表示し、さらにこれらをアニメーションとして表示することにより、時間変化を含めた観察が可能となり、観察者の把握が容易である。

(1995 年 3 月 14 日受付)

#### 参考文献

- [1] 伊藤、他：有限一境界要素法を用いた鋼管曲げ装置の誘導加熱解析、電学論 D, 110, 65 (1990)
- [2] T.Nakata, T.Takahashi, K.Fujiwara & Y.Shirai : "Comparison of Different Finite Elements for 3-D Eddy Current Analysis", IEEE Trans. Magn., MAG-26, 434 (1990)
- [3] T.Nakata, N.Takahashi, K.Fujiwara T Imai & K Muramatsu : "Comparison Various Methods of Analysis and Finite Elements in 3D Magnetic Field Analysis", IEEE Trans. Magn., MAG-27, 4073 (1991)
- [4] 日本工業炉協会：工業炉省エネルギー便覧 (1981)