ПРИМЕНАТА НА МЕТОДОТ НА ГРАФОВИ ВО ГЕОГРАФИЈАТА И ВОЕНАТА ГЕОГРАФИЈА

Јове ТАЛЕВСКИ, Ристе ТЕМЈАНОВСКИ
Воена академија "Генерал Михаило Апостолски" - Скопје
Природно-математички факултет, Институт за географија - Скопје

Апстракт*: Примената на теоријата на графовите во географијата во последно време е мошне голема и таа направи речиси револуционерен пристап во областа на сообраќајната географија. Како гранка на тополигијата, теоријата на графовите, е тесно поврзана со практичните проблеми во физичката, хуманата и воената географија, а особено во областите на сообраќајната мрежа, електричната мрежа, хидрографијата, економијата, хемијата итн.*

Во овој труд се елаборирани позначајни карактеристики на графот со посебен акцент на алгоритамот за решавање на најкраток пат помеѓу два града во Република Македонија.

Системот на патиштата и железниците зависи од квантитетот и квалитетот на природните и создадените вредности во просторот. Во развиените земји системот на патната и железничката мрежа и другите комуникации е многу погуст изразен преку должни километри на усвоена единица површина (1км^2, 10 км^2 , 100 км^2 итн). Најкратkиот пат многупати има главна улога во минимизирањето на транспортните трошоци во мрежата и сообраќајните метежи, а во воени услови често пати успешното извршување на задачите зависи од времето на транспортот и совладувањето на дадената маршрута.

Сообраќајната инфраструктура има стратегиска улога во целокупната техничка инфраструктра во мир и во војна, и заради тоа претставува предмет на проучување и на географијата и на воената географија.

Патната мрежа има важна улога, пред се за реализирање на планираните борбени дејства, за мобилизацијата, координацијата во командувањето и раководењето со воените сили, како и за сите други воени активности.

Клучни зборови: *алгоритам, теорија на графот, најкраток пат, патна мрежа, географија, воена географија.*

APPLICATION OF GRAPH THEORY IN DOMAIN THE GEOGRAPHY AND MILITARY GEOGRAPHY

Abstract: The application on graph theory to geography has come within last three decade and makes revolutionized the approaches to transport network. Graph theory, a branch of topology is closely related with practice problems in physical and human geography – rivers and transport network, in economy, electricity network, chemistry etc.

This work treats a wide range of transport features with emphasized on the algorithm to resolving the shortest route between two towns for example of Republic of Macedonia.

Road system and rail systems in almost all developed countries are dependent of flow characteristics in transport network. Almost the shortest path sometimes has main role of minimal cost flow path trough network and reduce the traffic jam.

Key words: *algorithm, graph theory, the shortest path, road network,*

ВОВЕД

За прецизно и сеопфатно географско прикажување, анализа и картографска интерпретација на сообраќајната мрежа, неопходна е примена на соодветни методи кои би овозможиле квалитетно изработување на дадената задача. За таа цел во географските истражувања, во зависност од целта и задачите на истражуваната појава се користат најразлични статистичко-математички методи. За сообраќајната инфраструктура: пореално прикажување на степенот на поврзаност на патната мрежа, густината, обликот, односно опфатот на патната мрежа, растојанието помеѓу одделни места, а сето ова како предуслов за истражување на проточноста, брзината и циркулацијата на луѓето применета е теоријата на графови.

Граф е фигура составена од математички збир точки(темиња на графот) кои може да бидат неповрзани, делумно поврзани или пак целосно поврзани со линии (ребра или рабови на графот).

Теоријата на графови е математичка дисциплина, гранка на топологијата која има широка примена во разни области на науката и човековата дејност. Теоријата на графовите, како посебна математичка дисциплина се смета дека е основана во 1936 година, кога е објавена монографијата на D. König: “Theorie der endlichen und unendlichen Graphen, 1936; II edition, New York, 1950. Иако многу порано големиот швајцарски математичар Ојлер (Euler Leonhard 1707-1783) со активирањето на дискусијата на Кенигсбершките мостови[1], ги поставил темелите на теоријата на графови. Нејзиниот развој е посебно значаен со развојот на општата теорија на системи кога графот станува погодно средство за структурно прикажување на системот. Графовите се појавуваат во хемијата како структурни формули на молекулите; во електрониката, како шеми на електрични кола; во кибернетиката, како дијаграми на компјутерските програми и сл. Во воената географија и картографијата со топографијаа, теоријата на графови има огромно значење за пресметување на најблиско растојание помеѓу два објекти, како и за потребното време за совладување на дадена маршрута.

[1] Проблемот на Кенигсбершките мостови (сега Калининград, руска аутоклава во Источна Прусија) го поставиле жителите на градот во решавањето на следниот проблем: Дали може да се поминат со едно одење преку сите седум мостови, но на тој начин низ секој мост да се помине само еднаш? (Цветковиќ Д., Шокаровски Р. : Основи на теоријата на графови. Скопје: Математички институт, 1975. стр. 5.)

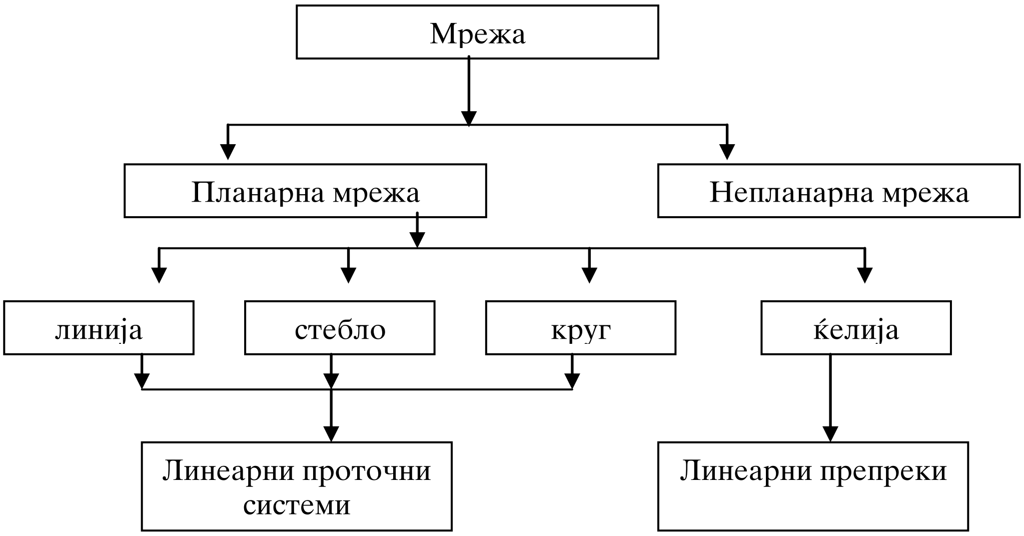
Примена на теоријата на графови во географските истражувања

Концентрацијата на средствата за производство во одреден географски простор предизвикува и концентрација на население што од своја страна бара погусти системи на сите видови комуникации заради трансфер на суровини, полуфабрикати, фабрикати, населени и сл.

Потребата за такво комуницирање е посебно изразена во големите градови и нивните метрополитенски подрачја. Тоа бара густа, често пати мошне развиена улична мрежа, заради што потребното време за совладување на растојанијата многу се зголемува. Тежнението на луѓето е да се намалува времето за совладување на растојанијата, што често пати претставува голем проблем. Затоа е мошне важно за совладување на растојанието помеѓу два пункта, два реони, две населби и тн. да се одбираат најпогодни т.е. најкуси патни врски, за чие совладување е потребно најмалку време. Но, често пати најкусата врска не е и најбрза. Брзината, односно намалувањето на времето потребно за поминување на одредена релација зависат од квалитетот на врската. Комбинација помеѓу квалитетот и должината на врската е еден од критериумите при планирањето и трасирањето на идните сообраќајни врски помеѓу подрачја што треба да бидат меѓусебно поврзани.

Примената на графовите во географските истражувања за прикажување и анализа на сообраќајните мрежи, просторната циркулација, а посебно во анализа на нодалните (јазолни) региони, е од особено значење. Во рамките на општата теорија на системите нодалните региони се опфаќаат како отворени системи без постоење на јасни граници. Во нив градовите, селата, стопанските и други објекти се поврзани преку постојана циркулација на луѓе, стока и информации. Во анализата на таквите региони и подрачја (било да се тие мали просторни единици или големи целини) постојат неколку степени[2]. Тие можат да бидат изразени во форма на движења, мрежа, јазли, хиерархиски и во вид на површини и полиња.

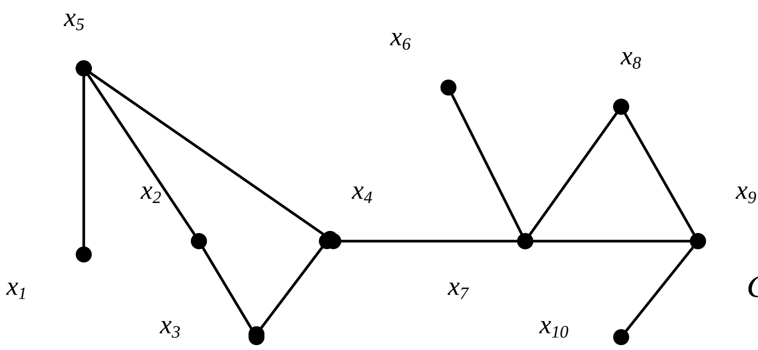
[2] Hagget P. (1965): Locational analysis in Human Geography, London



Сл. 1 Тополошка класификација на мрежа.

Во географската терминологија најмногу се користи дефиницијата на Кански (Kansky, 1963) според која графот претставува "збир на географски локалитети меѓусебно поврзани со бројни врски во систем". Според тоа графот се состои од два основни елементи: јазол (нод-nodus) и врска.

Јазлите и врските може да имаат повеќекратно значење во зависност од природата на истражуваната материја. На пример, јазлите, покрај другото, можат да означуваат карактеристики на локација, големина, капацитет итн, додека врските оддалеченост помеѓу јазлите, односно капацитет на врската. Во математиката елементите на графот се нарекуваат темиња и ребра. Темињата се означуваат со буквите x,y, z или со индекси -x_j, y_j, z_j; j=1,2...Ребрата се означуваат со (x,y) или u, v, w, u_i, v_i, i=1,2…xu, а често пати и со само една буква u, v.

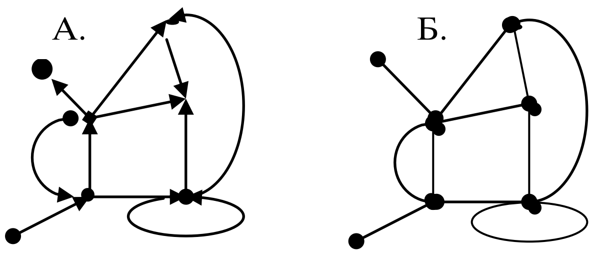


Сл.2 Приказ на граф

Кај нодалниот (јазолниот) регион јазлите можат да бидат градови, села, објекти, а врските можат да бидат патишта, железнички пруги, речни текови, нафтоводи, телефонски врски, авионски коридори и сл. Мрежата што ја формираат јазлите и врските со теоријата на графови се прикажува графички. Тоа практично значи дека информациите кои се однесуваат на циркулацијата и особините на врската се занемаруваат, за да се посвети поголемо внимание на важните просторни елементи на мрежата.

За прикажување и анализа на патната мрежа можат да се применаат ориентирани и неориентирани графови. Ориентирани графови се применуваат кога се работи за точно дефинирана насока на движење помеѓу две или повеќе места, а неориентираните кога не е утврдена насоката.

Со неориентираните графови можат да се анализираат тополошките карактеристики на мрежата. Ориентираните графови ги прикажуваат насоките на циркулација.



А. Ориентиран граф Б. Неориентиран граф

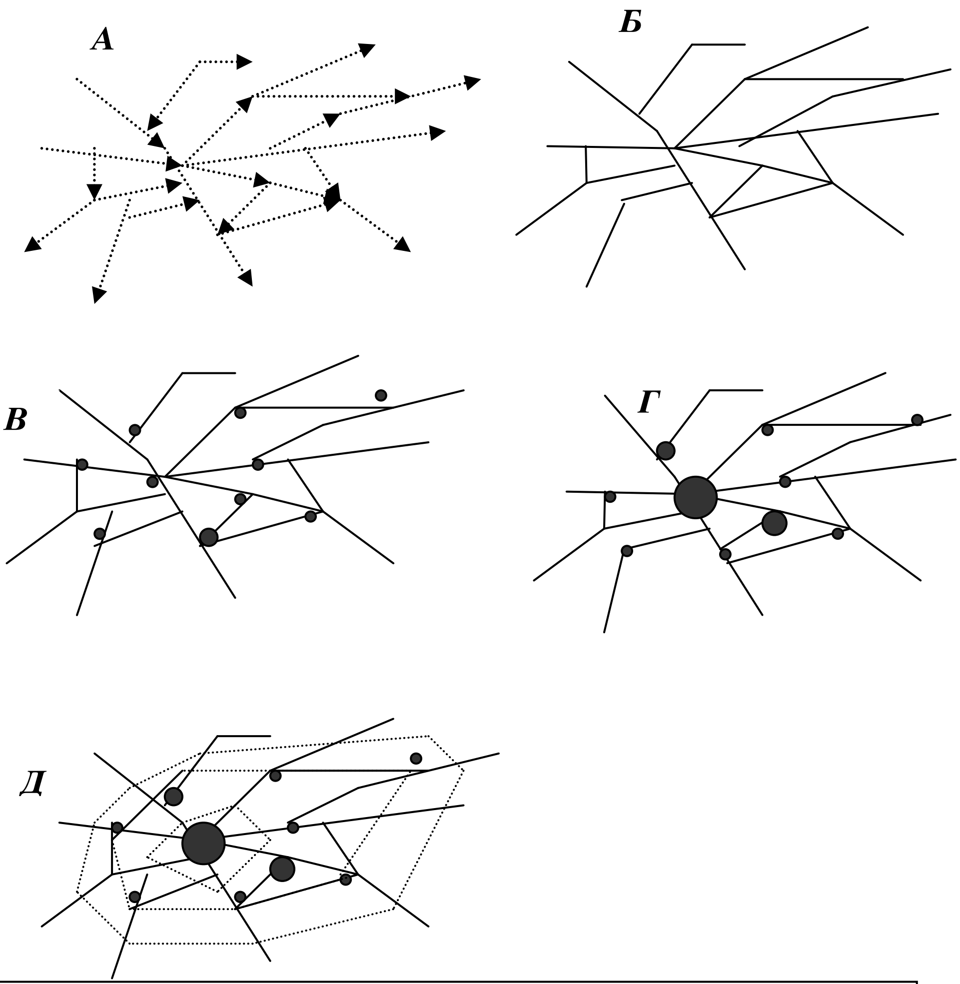
Сл.3 Приказ на ориентиран и неориентиран граф

Мрежата која ја сочинуваат јазлите и врските во системот на графот може да биде планска и непланска. Планската мрежа може да содржи повеќе облици (модели) како на пример: линиски (модел на едноставен пат), стеблест (модел на дрво), цикличен (кружен модел) и ќелиски (клеточен модел).

За прикажување на сообраќајната патна мрежа најзначајни се следните тополошки вредности:

- централитет на мрежата;
- поврзаност и
- облик.

За анализа на тополошките карактеристики на графот постојат повеќе тополошки мерки базирани на теоријата на графовите.



Сл. 4 Степени на анализа на регионалниот систем:
А. движење; Б. мрежа; В. јазли (чворови); Г. хиерархија;
Д. површини и полиња (Според Хагет, 1965)

За прикажување на степенот на поврзаност на патната мрежа се користи т.н. β (бета) индекс. Тој го покажува односот помеѓу врските и јазлите во мрежата според формулата:

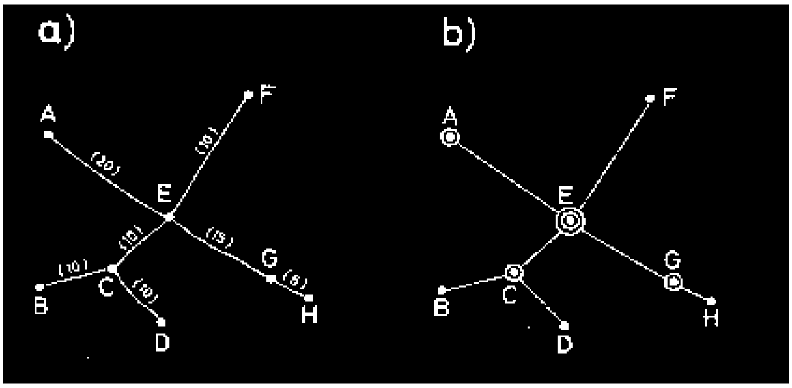
$\beta = \boldsymbol{v/c}$,

во кој $\boldsymbol{v}$ означува број на врски, а

$\boldsymbol{c}$ број на јазли.

Ако вредноста на β индексот е под 1, тоа укажува дека мрежата има облик на дрво и на неповрзан граф; ако вредноста е 1 тоа укажува дека мрежата има кружна форма; и ако вредноста е помеѓу 1 и 3 тоа укажува на комплексна мрежа.

Вредноста на β индексот успешно може да се користи за прикажување на степенот на поврзаност на различни подрачја и земји. Поголемата вредност одговара на повисок степен на поврзаност на сообраќајната мрежа. Исто така може успешно да се користи и за проучување на еволуцијата на сообраќајната мрежа, како



Сл. 5 Приказ на граф и нодална регија

квантитативни показател на поедини фази од нејзиниот развој.

За мерење на централитетот на мрежата се користи кениговиот број (König 1936), кој го покажува максималниот број на најкратки врски од едниот до другиот врв на графот. При тоа јазолот со најмал кенигов број има централно место во мрежата. Растојанието помеѓу јазлите може да биде искажано во метри, километри, милји и др., или пак во време. Во однос на добиената средишна локација јазлите можат да бидат заменети со редни броеви

На пример, на сликата број 5 е претставен еден замислен простор во кој постојат осум центри (А-Н). Центрите се поврзани со одредени врски кои всушност го прикажуваат меѓусебното растојание во км. Осумте центри се поврзани со седум врски кои сочинуваат мрежа со следниве тополошки елементи: β индексот изнесува 0.87 што значи дека има форма на дрво; кениговиот број на центрите H, D, и B е 4; на A и F изнесува 3; на центарот E е два со што зазема централно место во мрежата, бидејќи има најмал кенигов број.

За пресметување на β индексот на патната мрежа на Република Македонија утврдени се 228 врски помеѓу 227 јазли на мрежата на магистрални и регионални патишта во Република Македонија кои се прикажани во графичкиот приказ на Карта бр. 1.

Според овој метод мрежата на магистрални и регионални патишта во Република Македонија, бета индексот ќе изнесува:

$$\beta = \frac{v}{c},$$

$$\beta = \frac{288}{227} = 1.26$$

при тоа: врски (***v***) се сите магистрални и регионални патишта, а јазли (***c***) се:

1. почеток и крај на патниот правец, односно дали за почеток и крај е земен магистрален или регионален патен правец;
2. поголемо населено место, односно градски центар, во кој завршува, или почнува патниот правец;
3. пресекување на магистрален со магистрален пат;
4. пресекување на магистрален со регионален пат;
5. пресекување на регионален со регионален пат.

Значи вредноста на бета индексот (β)изнесува **1.26.** Тоа укажува дека Република Македонија располага со комплексна патна мрежа, но споредено со развиените западноевропски земји сеуште заостанува во однос на поврзаноста, каде β индексот се движи помеѓу 2 и 3.

Посебно важен параметар за развиеноста на сообраќајната мрежа е односот на нејзината поврзаност во однос на максималната поврзаност со патишта. Со примена на теоријата на графови, може на повеќе начини да се прикаже нејзиниот степен на поврзаност. Како доста погоден за таа намена се издвојува индексот α (алфа), кој претставува однос помеѓу дадениот број на основните циклуси на мрежата и максималниот број циклуси кои во неа може да се издвојат.

За површинските графови индексот се одредува со равенката:

$\alpha = (V_n - C_n + G_n)/(2C_n - 5) \cdot 100$ каде,

C_n- број на јазли

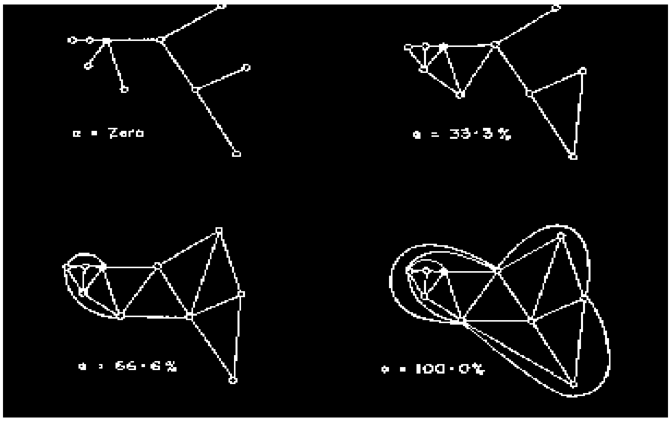
V_n- број на врски

G_n- број на компоненти на графот

при тоа во зависност од добиените вредности ги имаме следните случаи:

За состојбата со патната мрежа во Република Македонија пресметувањето на алфа индексот изгледа вака:

$$\alpha = (288\text{-}227+1) / (2 \cdot 227\text{-}5) \cdot 100$$
$$\alpha = (61+1) / (454\text{-}5) \cdot 100$$
$$\alpha = (62 / 449) \cdot 100$$



Сл.6 Зголемување на вредноста на индексот α *во зависност од зголемувањето на бројот на внатрешните врски (според Хагет 1965)*

$$\alpha = 13.8\ \%$$

Преку пресметувањето на алфа индексот (α) може да се констатира дека поврзаноста на патиштата во Република Македонија изнесува 13.8%, и се наоѓа на едно ниско ниво во однос на идеалната максимална меѓусебна поврзаност на патиштата со 100%. Меѓутоа ова вредност не останува константна, туку таа може да се менува во зависност на идните нови проекции на патиштата, новите поврзувања и пресекувања, категоризацијата на патиштата, поврзувањето на населените места во географскиот простор и сл.

Сообраќајната мрежа има одредени геометриски карактеристики кои во зависност од нејзиниот карактер и густина можат да бидат помалку или повеќе сложени. Геометриските анализи на сообраќајната мрежа го наметнуваат и прашањето на конфигурација на сообраќајната линија, нивната тесна поврзаност и зависноста од факторите кои влијаат на создавање на мрежата. Густината на патната мрежа кој се пресметува по следната формула е мошне значаен елемент:

$$a = \frac{D \cdot 100}{P}$$

каде D е должината на комуникација, а P површиата во км^2.

Според оваа формула густината на патната мрежа во Република Македонија изнесува:

$$a = \frac{10465 \cdot 100}{25713} = \frac{1046500}{25713} = 40.7$$

Во високорзвиените земји, кои располагаат со квалитетна и густа патна мрежа овој број е многу повисок. Така на пример во Јапонија изнесува 291, Германија 200, Австрија 126.8 км/100 км^2.

Сложените анализи на густината на патната мрежа можат да се вршат и во однос на бројот на население. Така на пример со формулата

$$a' = \frac{D \cdot 10.000}{L}$$

каде L е бројот на население, со што се одредува комуникацијата на 10.000 жители.

За Република Македонија според оваа формула, комуникацијата на 10.000 жители изнесува:

$$a' = \frac{10465 \cdot 10.000}{1945932} = \frac{104650000}{1945932} = 53,77886$$

Врз основа на овие две формули може понатаму да се најде густината на мрежата во однос на површината на државата и бројот на население.(K. Warakowska 1969)[3].

$$A = \sqrt{a \cdot a'}$$

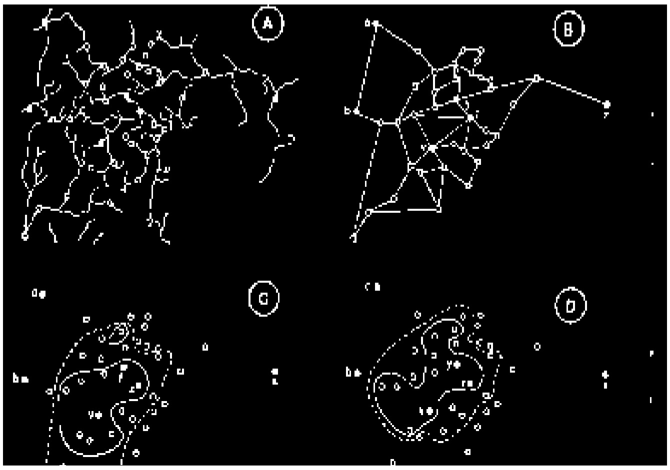
$$A = \sqrt{\frac{D \cdot 100}{P} \cdot \frac{D \cdot 10000}{L}} = \frac{D \cdot 1000}{\sqrt{P \cdot L}}$$

За Република Македонија според оваа формула густината на мрежата во однос на површината и бројот на жителите изнесува:

[3] Динић Јован (1976): Саобраћајна географија, Београд, Научна књига, 1976 (стр.25)

A= $\sqrt{40.7 * 53.77'} = \sqrt{2188.439} = 46.7$

Со помош на теоријата на графовите во сообраќајната географија може доста прецизно да се пресмета и еволуцијата во развојот на патната мрежа во определено географско подрачје или населено место. Така на пример на следната слика уште во 1965 година е прикажан пример за развојот на патната мрежа во Москва.



Сл.7 Користењето на параметрите на теоријата на графови за утврдување на релативната достапност на Москва во XII и XIII век од низа други руски градови. Во долниот десен агол (Д), со полна линија се извоени десетте најдобро поврзани градови, а со испрекинатата линија 20 други такви градови (според Хагет 1965)

Одредување најкраток пат во графот на примерот од патната мрежа на Република Македонија

Во практиката често пати се наметнува потребата на изнаоѓање најкраток пат за да се стигне до одредена дестинација, заради намалувањето на времето и трошоците за патување.

За таа цел може да се користи алгоритмот на Форд за изнаоѓање на најкраток пат. Се бара најкраткиот пат меѓу темето x и темето y во ориентиран (или неориентираниот) граф G, во којшто на секое ребро му е одредена ”должина” $l(U) \geq 0$.

Темињата на графот G се нумерираат со x_1, x_2, x_3,...x_p, така што x_1=x, x_p=y. Целта на задачата е да се најде најкус пат меѓу x_1 и x_p.

На секое теме x_i, i=1,2,....p, му се препишува етикета - број λ_i, ставајќи на почетокот $\lambda_1 = 0, \lambda_i = \infty$ за i=2,3,..p.

За секое ориентирано ребро (x_i, x_j) се испитува условот дали

$$\lambda_j - \lambda_i > l(x\ , x_j) \qquad 1*$$

Ако е исполнет овој услов тогаш етикетата, бројот λ_j на темето x_j ја менува во $\lambda_j' = \lambda_i + l(x_i, x_j)$, а во спротивно - бројот λ_j останува непроменет. Ако се разгледува проблемот на неоринетирано ребро (x_i, y_j) во неориентиран граф, тогаш условот (1*) се тестира и за $\lambda_j - \lambda_i$ и за $\lambda_i - \lambda_j$, а понатаму се постапува исто како кај ориентирано ребро.

Оваа постапка се врши се додека не се постигне да важи следниот услов:

$\lambda_j - \lambda_i \leq l(x\ , x_j)$, за секое ребро ($x_i$, x_j) во G 2*

За да се постигне условот (2*) некои ребра може да бидат третирани и по два и повеќе пати. При тоа мора да се напомене следното: ако за G не постои пат помеѓу x_1 и x_p, тогаш и после овој чекор темето x_p ќе има етикета ∞. Но, во овој случај испитуваме два града кои се поврзани со патна мрежа, што значи дека се работи за сврзан граф.

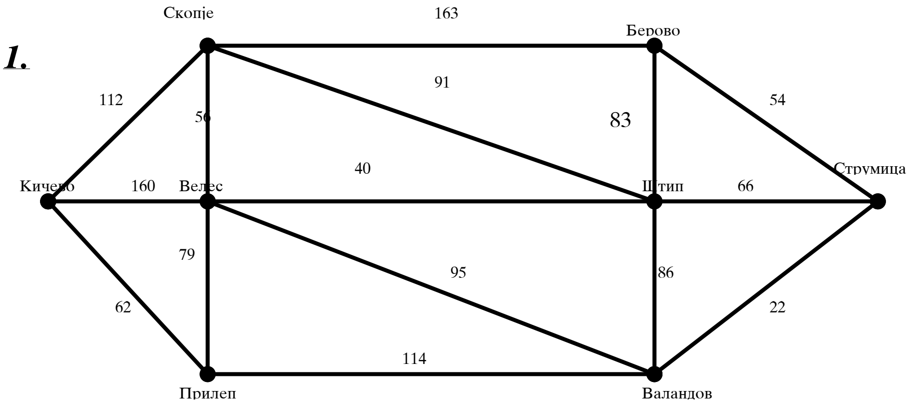
Штом се постигне условот (2*), тогаш најкус пат помеѓу x_1 и x_p се конструира на следниот начин:

Се тргнува од последното теме, што значи од назад, за кое важи $\lambda_p - \lambda_{n1} = l(x_{n1}, x_p)$. Бројот λ_p во процесот се намалува, а x_{n1} е последното теме коешто послужило за намалување на λ_p. Од исти причини, постои и теме x_{n2} за кое $\lambda_{n1} - \lambda_{n2} = l(x_{n2}, x_{n1})$ итн. Конечно, ќе се најде и теме x_{nk} за кое важи $\lambda_{nk} - \lambda_1 = \lambda_{nk} - 0 = l(x_1, x_{nk})$. Бараниот најкус пат меѓу x_1 и x_p е патот

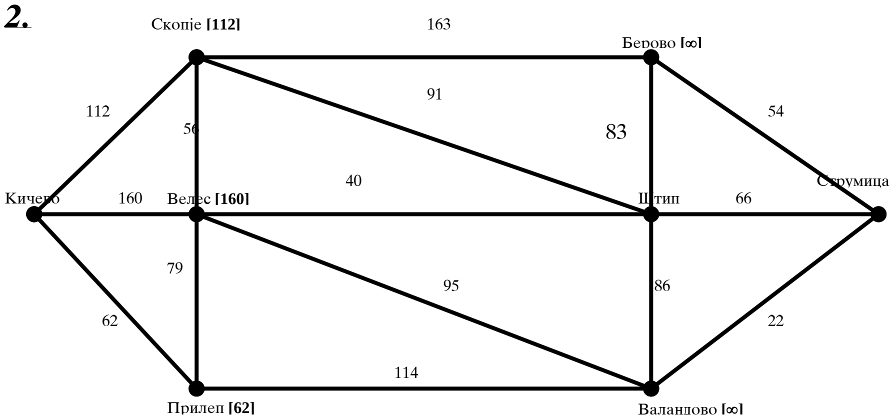
$P_0 = (x_1, x_{nk}, x_{nk-1}, .. x_{n2}, x_{n1}, x_p)$.

Овој алгоритам ќе го употребиме за изнаоѓање на најкус пат помеѓу два града во Република Македонија, во овој случај најкус пат помеѓу градовите Кичево и Струмица. Должината на ребрата на графот ја покажуваат оддалеченоста на градовите во километри.

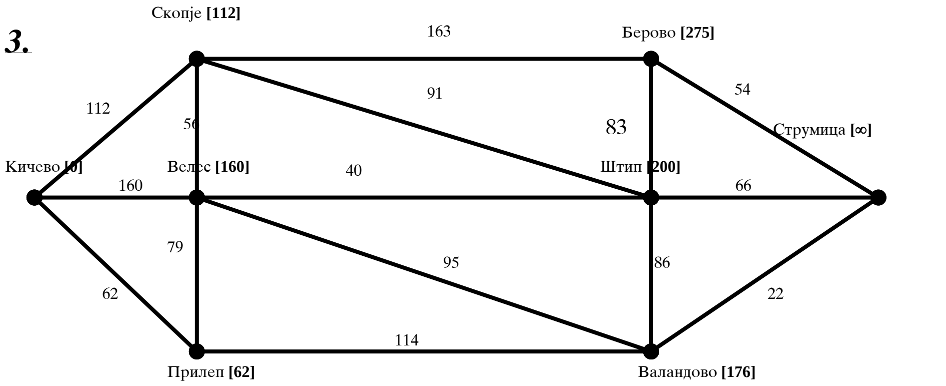
1.



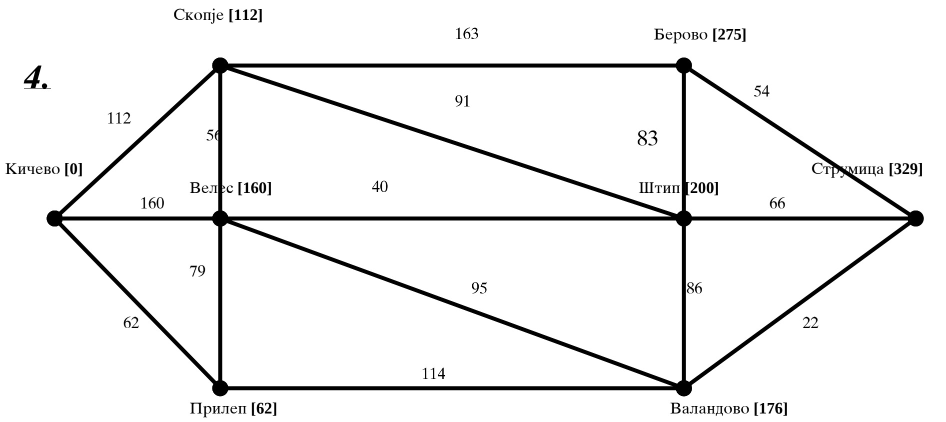
2.



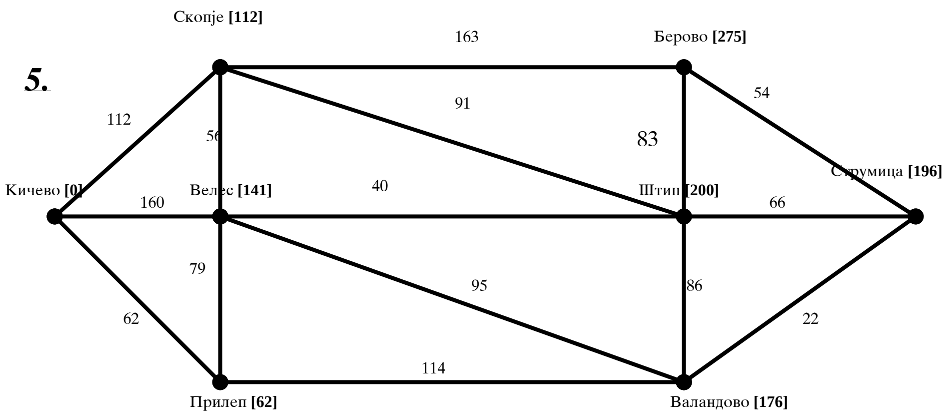
3.


Скопје **[112]**
163
Берово **[275]**
91
54
112
56
83
Струмица **[∞]**
Кичево **[0]**
Велес **[160]**
40
Штип **[200]**
160
66
79
95
86
62
22
114
Прилеп **[62]**
Валандово **[176]**

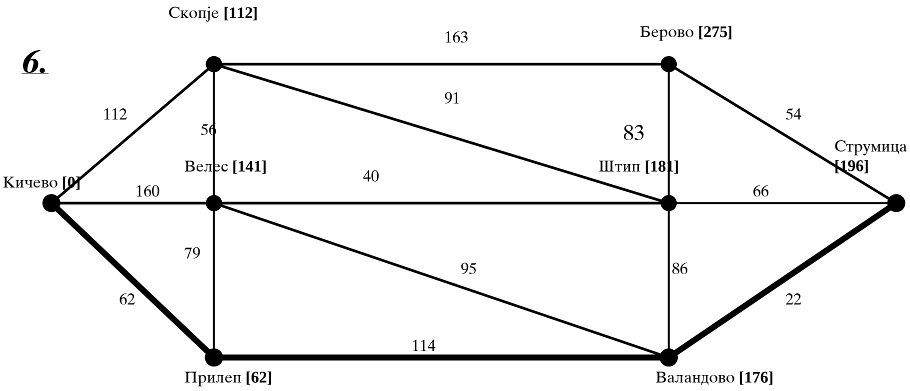
4.


Скопје **[112]**
163
Берово **[275]**
91
54
112
56
83
Кичево **[0]**
Струмица **[329]**
Велес **[160]**
40
Штип **[200]**
160
66
79
95
86
62
22
114
Прилеп **[62]**
Валандово **[176]**

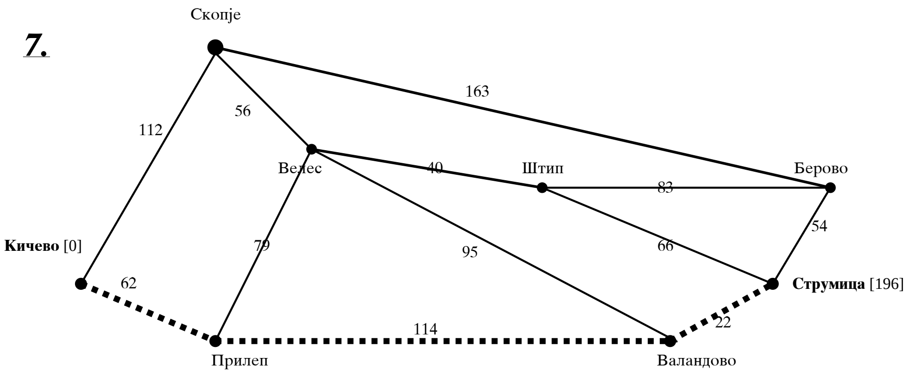
5.


Скопје **[112]**
163
Берово **[275]**
91
54
112
56
83
Струмица **[196]**
Кичево **[0]**
Велес **[141]**
40
Штип **[200]**
160
66
79
95
86
62
22
114
Прилеп **[62]**
Валандово **[176]**

6.



7.



Финален приказ на алгоритмот за најкус пат на примерот на Република Македонија

На крајот кога ќе се соберат должините на ребрата се добива вкупната должина на оддалеченоста помеѓу градовите Кичево и Струмица, која изнесуа 198 км.

Овој алгорирам има широка примена во Географските информациски системи. Денес современите автомобили со вградени уреди за навигација, со вградени ГПС уреди, го користат овој модел за наоѓање најкраток пат меѓу објекти во поголемите градови, или помеѓу градовите во една или повеќе земји.

Еден сегмент на пребарување од програмата на Microsoft Auto route express, каде е прикажана патеката на најкраток пат од Скопје до Париз.

Пример за имплементацијата на алгоритмот за најкраток пат претставува и програмата на Microsoft Auto route express за Европа. Во неа на многу практичен начин се искористени погодностите на теоријата на графови. Со внесување на почетна и крајна дестинација, може да се најде најкраткиот пат, или најкраткото време за стигнување до саканата цел. При тоа корисниците на оваа програма имаат можност да реализираат свои желби за посета на разни знаменитости (културно-историски споменици, споменици на природата, кампови, музеи и сл.) кои со голема точност се исцртуваат на самата карта каде е исцртана и патеката на движење до саканата цел.

Заклучок

Методот на графови зазема значајно место во географските истражувања, посебно во прикажувањето, планирањето и анализата на линиските инфрастуктури, како сообраќајната инфраструктура, посебно патната мрежа, водната инфраструктура (речната мрежа), телекомуникациската инфраструктура и сл. за поголеми или помали регионални целини. Во анализата на таквите региони и подрачја (било да се тие мали просторни единици или големи целини), се добиваат резултати, кои претставуваат значаен фактор за идното моделирање на географскиот простор. Мошне прецизни податоци се добиваат, ако за идното планирање на просторот со патната мрежа се опфаќаат помали просторни целини (подрачје, регион и сл, каде се опфаќаат магистралните, регионалните и локалните патишта. Исто така прецизни податоци се добиваат и за планирањето на патна мрежа во градски или рурални населби. Овој метод се користи и во софтверите кои се користат во ГИС и програмите ArcView, Auto Cad Map и др. Има широка употреба во сите современи туристички агенции, авио компании, авто-мото здруженија (за помош на возачите при патување на поголеми дестинации). Ги користат воените и полициските служби во западноразвиените земји, единиците за брза помош и др. Во овој приказ се опишани некои врски помеѓу два града во Република Македонија (Кичево и Струмица). Елаборирање на постапката како да се реши алгоритмот на најкраток пат во патната мрежа. Всушност, овој алгоритам овозможува да се добие и најкратко време во решавањето на проблемот на најкраток пат.

Врз основа на наведениот пример за одредување на најкраткиот пат меѓу Кичево и Струмица, евидентно е дека графот може да се користи во магистралната и регионалната сообраќајна инфраструктура во Република Македонија како и за сообраќајната инфраструктура во поголемите градови, а особено за градот Скопје.

Резултатите од применувањето на графот се мошне значајни и од аспект на одбраната. Во случајот е користен помеѓу два града, а многу е ефикасен за две точки помеѓу повеќе улици во поголемите градови.

Summary

From everything above exposed, we can conclude that theory of graphs takes significant place in implementation of geographical researching. We point out the meaning of this method in planning, drafting and analyzing of linear infrastructure, such as traffic infrastructure (particular road network), hydrology (river systems), telecommunications systems and bigger or smaller regional parts. The result of this analysis present significant factor in future modeling of geographical area. We can obtain very precision results in planning of roads network in urban and rural settlements. This model is using in many GIS software such as ArcView, Autocad Map etc. This mathematical model find out in wide rang domains. It can be used for the purposes of the space and town planning, touristical movement in Touristical agencies, aircraft company, emergency and police offices etc. In this section we discribe some intersting relationship between two touns in Republic of Macedonia Kicevo and Strumica. We show how to solve the shortest path problem in road network. In fact, this algorithm allows us to obtain the best current time for solving a shortest path problem.

Литература:

1. **Vresk Milan (1975):** O primenjeni teorije grafa u analizi nodalne regije. Savez geografski društava Hrvatske. Geografski glasnik: Geographical Bulletin. XXXVI-XXXVII (1975)
2. **Dinić Jovan (1976):** Soobraćajna geografija, Beograd, Naučna knjiga, 1976
3. **Ravindra K. A., Magnanti L. T., Orlin B. J. (1993):** Network Flows: Theory, Algorithms and Applications. New Jersey: Prentice Hall, 1993.
4. **Sić Miroslav (1990):** Problematika razvoja autocesta u Hravtskoj i Jugoslaviji na pragu 90.godina. Savez geografski društava Hrvatske. Geografski glasnik: Geographical Bulletin. 52 (1990)
5. **Темјановски Ристе (2000):** Патната инфраструктура како генерички ресурс за циркулација на луѓето во Република Македонија. Скопје: Природно-математички факултет, 2000. [магистерски труд, во ракопис].
6. **Cvetković Dragoš (1990):** Teorija grafova i njene primene. Beograd: Naučna knjiga, 1990.
7. **Цветковиќ Д., Шокаровски Р. (1975):** Основи на теоријата на графови. Скопје: Матемаички институт, 1975.
8. **Chorley J. Richard, Hagget Peter(1970):** Integrated models in Geography: Part IV of Models in Geography. London: University paperbacks. 1970.
9. CD Microsoft Auto Route Express 2000