

МАТЕМАТИКА

за средно стручно образование

4



СТРУКА/СЕКТОР: Геолошко-рударска и металуршка/Геологија, рударство и металургија, Градежно-геодетска/Градежништво и геодезија, Електротехничка/Електротехника, Машинска/Машинство, Сообраќајна/Сообраќај, транспорт и складирање, Текстилно-кожарска/Текстил, Кожа и слични производи и Хемиско технолошка/Хемија и технологија

Лимонка Коцева Лазарова

Билјана Златановска

**МАТЕМАТИКА ЗА ЧЕТВРТА ГОДИНА
(изборен)**

СРЕДНО СТРУЧНО ОБРАЗОВАНИЕ

Геолошко-рударска и металуршка/Геологија, рударство и металургија, Градежно-геодетска/Градежништво и геодезија, Графичка/Графичарство, Економско-правна и трговска/Економија, право и трговија, Електротехничка/Електротехника, Здравствена/Здравство и социјална заштита, Земјоделска-ветеринарна/Земјоделство, рибарство и ветеринарство, Лични услуги/Лични услуги, Машинска/Машинство, Сообраќајна/ Сообраќај, транспорт и складирање, Текстилно-кожарска/ Текстил, кожа и слични производи, Угостителско-туристичка/ Угостителство и туризам, Хемиско-технолошка струка/Хемија и технологија и Шумарско-дрвопреработувачка/Шумарство и обработка на дрво

МАТЕМАТИКА ЗА ЧЕТВРТА ГОДИНА (изборен)

средно стручно образование

Геолошко-рударска и металуршка/Геологија, рударство и металургија, Градежно-геодетска/Градежништво и геодезија, Графичка/Графичарство, Економско-правна и трговска/Економија, право и трговија, Електротехничка/Електротехника, Здравствена/Здравство и социјална заштита, Земјоделска-ветеринарна/Земјоделство, рибарство и ветеринарство, Лични услуги/Лични услуги, Машинска/Машинство, Сообраќајна/ Сообраќај, транспорт и складирање, Текстилно-кожарска/Текстил, кожа и слични производи, Угостителско-туристичка/ Угостителство и туризам, Хемиско-технолошка струка/Хемија и технологија и Шумарско-дрвопреработувачка/Шумарство и обработка на дрво

Автори:

Лимонка Коцева Лазарова

Билјана Златановска

Рецензенти:

Марија Митева

Јагода Танушоска

Исмаил Амети

Лектор:

Слаѓан Спасовски

Стручна редакција:

Ристо Малчески

Уредник:

Елена Стефановска

Илустрации:

Лимонка Коцева Лазарова

Билјана Златановска

Издавач: Министерство за образование и наука на Република Северна Македонија,
ул. „Св. Кирил и Методиј“ бр. 54, 1000 Скопје

Графичко и техничко уредување: Ели Василевска Илиевска – APC СТУДИО

Место и година на издавање: Скопје, 2025 година

Со одлука за одобрување на учебникот по предметот Математика, изборен, четврта година, средно стручно образование, струка: Геолошко-рударска и металуршка, Градежно-геодетска, Графичка, Економско-правна и трговска, Електротехничка, Лични услуги, Машинска, Сообраќајна, Текстилно-кожарска, Угостителско-туристичка, Хемиско технолошка, број 26-316/1 од 14.03.2024 година, донесена од Националната комисија за учебници.

Предговор

Учебников е наменет пред сè за учениците од IV година во средните стручни училишта во Република Северна Македонија каде се застапени струките: Геолошко-рударска и металуршка/Геологија, рударство и металургија, Градежно-геодетска/Градежништво и геодезија, Графичка/Графичарство, Економско-правна и трговска/Економија, право и трговија, Електротехничка/Електротехника, Здравствена/Здравство и социјална заштита, Земјоделска-ветеринарна/Земјоделство, рибарство и ветеринарство, Лични услуги/Лични услуги, Машинска/Машинство, Сообраќајна/ Сообраќај, транспорт и складирање, Текстилно-кожарска/ Текстил, кожа и слични производи, Угостителско-туристичка/ Угостителство и туризам, Хемиско-технолошка струка/Хемија и технологија и Шумарско-дрвопреработувачка/Шумарство и обработка на дрво, како основен учебник по предметот математика (изборен). Но, тој може да се користи и како литература за секој кој сака да го изучува материјалот што се содржи во него.

Во учебникот се опфатени следните модуларни единици:

1. Диференцијално сметање (за економска струка/сектор);
2. Интегрално сметање (за економска струка/сектор);
3. Матрици (за сите останати струки/сектори);
4. Аналитичка геометрија во простор (за сите останати струки/сектори);
5. Неопределен интеграл (за сите останати струки/сектори);
6. Определен интеграл и примена (за сите останати струки/сектори).

Модуларните единици се разработени согласно наставната програма, која е предвидена да се реализира на часовите по математика за горе наведените струки од IV година во средните стручни училишта.

Секоја модуларна единица како една целина е поделена на наставни единици. Наставните единици обработуваат содржини, кои не се наменети за обработка на само еден наставен час. Наставникот по негово видување може да ги обработи на повеќе наставни часови.

Во секоја наставна единица како дел од модуларната единица се обработува конкретна наставна содржина во која јасно и недвосмислено се воведени нови поими, врската помеѓу нив, како и врската со претходно изучени поими. Тие се поткрепени со решени примери и задачи за решавање преку кои ученикот ќе ги усвои новите поими. На крајот од секоја наставна единица се дадени задачи за самостојна работа, кои ќе му помогнат на ученикот да го провери своето знаење за веќе изученото. На крајот од секоја модуларна единица се дадени задачи за повторување и утврдување на стекнатите знаења од модуларната единица. Успешното решавање на овие задачи од страна на ученикот ќе му овозможи за продлабочување на веќе стекнатите знаења.

На крајот од учебникот се дадени кратки одговори на задачите за самостојна работа од секоја наставна единица и задачите за повторување и утврдување на секоја модуларна единица, кои служат на ученикот за потврда на точно и успешно решената задача.

На крај искрено се надеваме дека овој учебник ќе му помогне на секој ученик за успешно совладување на потребниот материјал по предметот математика предвиден за изучување во IV година од горе наведените насоки во средните стручни училишта. Ние како автори ќе бидеме горди и задоволни, ако овој учебник дополнително ја одржи или разбуди љубовта на секој ученик кон математиката.

Од авторите

СОДРЖИНА

Модуларна единица 1 – Диференцијално сметање	7
1. Поим за извод на функција.....	8
2. Таблица на изводи од основни елементарни функции	14
3. Правила за диференцирање	18
3.1. Извод од производ на константа и функција	18
3.2. Извод од збир на функции	19
3.3. Извод од производ на функции	20
3.4. Извод од количник на функции	22
4. Извод на сложена функција.....	24
5. Извод од имплицитна функција и логаритамски извод.....	27
6. Поим за диференцијал	29
7. Извод од параметарски зададена функција	31
8. Равенка на тангента и равенка на нормала	32
9. Изводи од повисок ред	39
10. Монотоност и локални екстреми на функција	40
11. Конвексност/конкавност и превојни точки на функција	51
12. Испитување на тек и скицирање на график на функција.....	56
13. Примена на извод за решавање на проблеми од екстреми	69
14. Задачи за повторување на модуларната единица.....	79
Модуларна единица 2 – Интегрално сметање	81
1. Неопределен интеграл	82
2. Основни својства на неопределениот интеграл и таблица на основни интеграл 86	
3. Метод на замена	90
4. Метод на парцијална интеграција.....	95
5. Поим за определен интеграл.....	98
6. Основна теорема на интегралното сметање	104
7. Интеграција со смена кај определен интеграл	109
8. Парцијална интеграција на определен интеграл.....	114
9. Плоштина на рамнински лик	118
10. Волумен на ротационо тело	125
11. Задачи за повторување на модуларната единица	131
Модуларна единица 3 – Матрици.....	133
1. Поим за детерминанти од втор и трет ред.....	134

2. Својства на детерминанта од втор и трет ред.....	140
3. Решавање на систем од три линеарни равенки со три непознати и дискусија за множеството решенија	147
4. Поим за матрица.....	158
5. Операции со матрици	164
6. Инверзибилна и инверзна матрица.....	170
7. Решавање на матрични равенки.....	175
8. Решавање на систем од три линеарни равенки со три непознати	178
9. Гаусов метод на елиминација	180
10. Задачи за повторување на модуларната единица.....	183
Модуларна единица 4 – Аналитичка геометрија во простор.....	185
1. Скаларен производ на вектори.....	186
2. Векторски производ на вектори	192
3. Мешан производ на вектори.....	195
4. Општ облик на равенка на рамнина	197
5. Нормален облик на равенка на рамнина	201
6. Сегментен облик на равенка на рамнина	204
7. Равенка на рамнина низ три точки	208
8. Заемен однос на две рамнини	210
9. Растојание од точка до рамнина.....	214
10. Равенки на права во простор.....	216
11. Заемен однос на права и рамнина	223
12. Заемен однос на две прави	227
13. Растојание помеѓу две прави	235
14. Задачи за повторување на модуларната единица.....	239
Модуларна единица 5 – Неопределен интеграл.....	241
1. Неопределен интеграл	242
2. Основни својства на неопределениот интеграл и таблица на основни интеграли	246
3. Метод на замена	251
4. Метод на парцијална интеграција.....	256
5. Задачи за повторување на модуларната единица.....	261
Модуларна единица 6 – Определен интеграл.....	262
1. Поим за определен интеграл.....	263
2. Основна теорема на интегрално сметање	269

3. Интеграција со смена кај определен интеграл	273
4. Парцијална интеграција на определен интеграл.....	280
5. Плоштина на рамнински лик	285
6. Задачи за повторување на модуларната единица.....	291
Решенија:	293