



ЗРГИМ

XVI^{TO} СТРУЧНО СОВЕТУВАЊЕ НА ТЕМА:
Технологија на подземна и површинска експлоатација на минерални
суровини

ПОДЕКС – ПОВЕКС '25

Охрид
03 – 05. 10. 2025 год.

WEB КАЛКУЛАТОР ЗА ПРОЦЕНКА НА СТАБИЛНОСТ НА КОСИНИ НА ПОВРШИНСКИ КОП

Зоран Панов¹, Радмила Каранакова Стефановска¹, Душан Биков², Стојанче Мијалковски¹

¹Факултет за природни и технички науки, Универзитет „Гоце Делчев“, Штип, Северна Македонија

²Факултет за информатика, Универзитет „Гоце Делчев“, Штип, Северна Македонија

Апстракт: Овој труд претставува концептуален пристап за користење на WEB базиран онлајн калкулатор за проценка на стабилност на косини на површински копови. Целта е преку едноставен веб-пристап и избор на метода на гранична рамнотежа да се овозможи брза геотехничка анализа на профил на косина. Со внесување на основните влезни параметри на моделот и стартување на калкулаторот, корисникот добива излезни резултати во вид на графички прикажан профил и проценет фактор на сигурност. Вакеиот WEB калкулатор има практична примена како поддршка за студенти и инженери при брзи проценки на стабилноста на косини кај површински копови, патишта и кај други геотехнички објекти, при што значително се намалува времето потребно за иницијални геотехнички анализи. Калкулаторот е наменет за едноставна и брза примена со користење на некој стандарден browser, без потреба од дополнителни инсталации или конфигурации.

Клучни зборови: стабилност на косини, фактор на сигурност, површински копови, WEB калкулатор

WEB CALCULATOR FOR ESTIMATION OF SLOPE STABILITY OF OPEN PIT MINES

Zoran Panov¹, Radmila Karanakova Stefanovska¹, Dushan Bikov², Stojance Mijalkovski¹

¹Faculty of Natural and Technical Sciences, Goce Delcev University, Stip, North Macedonia

²Faculty of Computer Science, Goce Delcev University, Stip, North Macedonia

Abstract: This paper presents a conceptual approach to the use of a web-based online calculator for assessing the stability of slopes in opencast mines. The aim is to facilitate fast geotechnical analysis of a slope profile through simple web access and the selection of a limit equilibrium method. By entering the basic input parameters of the model and running the calculator, the user obtains output results in the form of a graphically displayed profile and an estimated factor of safety. Such a web calculator has practical applications as a support tool for students and engineers in performing rapid slope stability assessments of opencast mines, roads, and other geotechnical structures, significantly reducing the time required for initial analyses. The calculator is designed for simple and efficient use through a standard web browser, without the need for additional installations or configurations.

Key Words: slope stability, factor of safety, open pit mines, WEB calculator

1. ВОВЕД

Во рамките на развиениот веб-калкулатор е овозможен избор на четири класични методи на гранична рамнотежа кои најчесто се користат во геотехничката практика за анализа на стабилност на косини:

- Метода на ламели (метода на Фелениус);
- Метода на Бишоп;
- Метода на Јанбу и
- Метода на Спенсер.

Со овозможување на избор помеѓу овие четири методи, корисникот добива флексибилност да спореди резултати и да ја избере најсоодветната анализа за конкретниот геотехнички случај. WEB калкулаторот моментално функционира во експериментална фаза и е достапен на адресата: <https://gm.geotehnologija.mk/> [17]. Овој WEB калкулатор е дел од WEB порталот <https://geotehnologija.mk>.

Пристапот е можен преку било кој современ интернет пребарувач, како што се: Google Chrome, Mozilla Firefox, Microsoft Edge или друг компатибилен пребарувач.

WEB калкулаторот е имплементиран со Python Dash [9] и се изведува во форма на WSGI апликација. Python Dash го генерира „излезот“ кон корисникот, додека NGINX серверот [12] како reverse прокси ги прифаќа HTTPS барањата, врши TLS терминација, компресија со баферирање и ги препраќа кон внатрешниот WSGI сервер на апликацијата која „слуша“ локално (localhost:8050). Ваквата шема

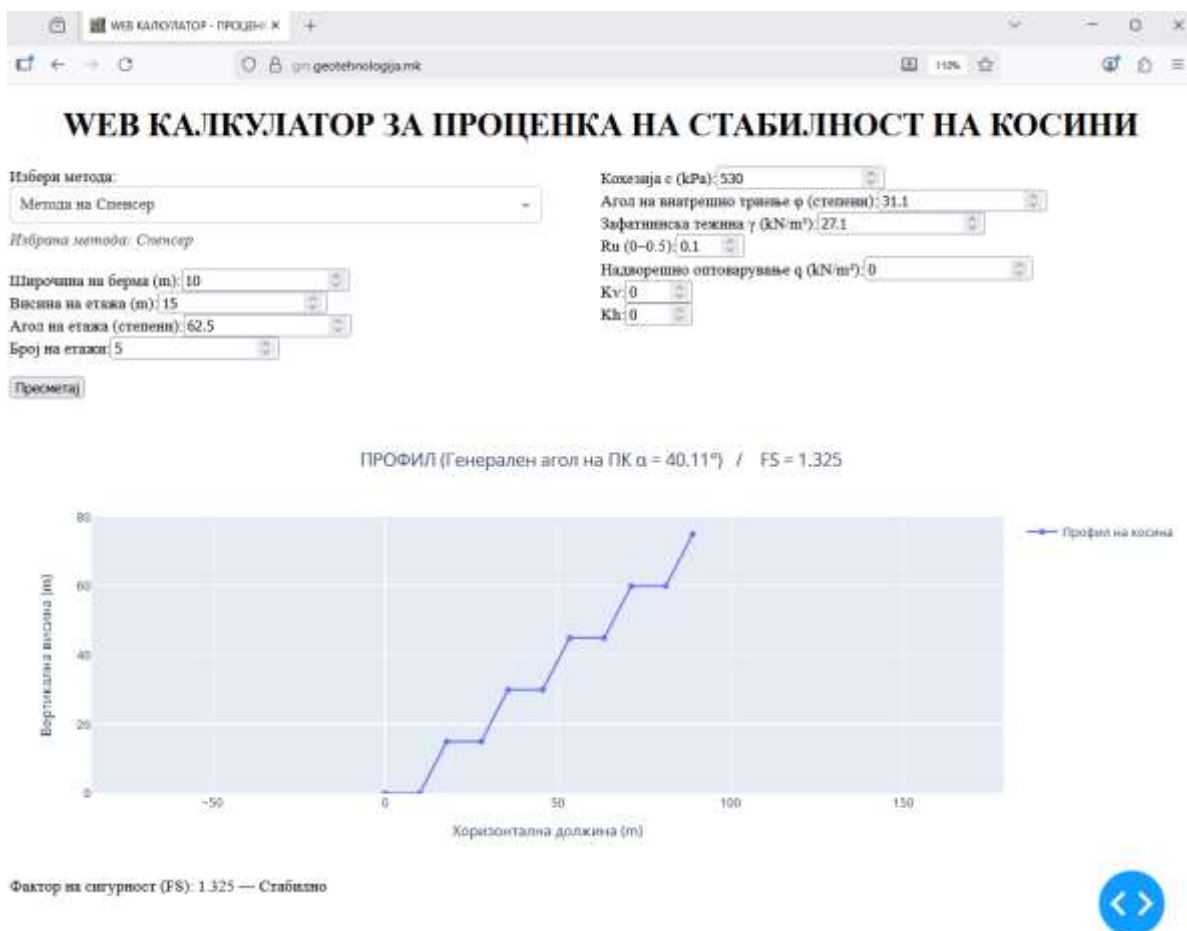
(NGINX пред WSGI) е индустриски препорачана за Python веб-сервиси [2] поради ефикасно ракување со конекции и статички содржини.

На сл. 1 е прикажан влезниот панел на WEB калкулаторот за проценка на стабилност на косини. Корисникот може да избере некоја од 4 – те методи на гранична рамнотежа и да ги внесе влезните параметри:

- геометрија на косината (широчина на берма, висина на етажа, агол и број на етажи),
- геотехнички параметри (с, φ, γ) и
- коефициент на порен притисок (R_u).

Освен овие влезни податоци, во овој калкулатор е предвидено и внесување на дополнителните информации како што се: надворешно оптоварување (q) и сеизмичките коефициенти (K_v , K_h). Ова е експериментална верзија. Додадените параметри (q, K_h и K_v) се вклучени во пресметката, но резултатите треба да се толкуваат со резерва. Предлагаме, за поверодостојни пресметки да се користат неутрални вредности односно $q=0$, $K_h=0$, $K_v=0$. Внесување на ненулти вредности би можело да се прави само со верифицирани влезни податоци и со консултации со експерти од сеизмика (за K_h и K_v) и геомеханика (q). Во спротивно можно е намалување на веродостојноста на излезните резултати.

По кликување на копчето „Пресметај“ започнува геотехничката анализа [5] [6] и се добива профил на косина, прикажан на графикон, како и пресметан фактор на сигурност (FS).



Слика 1. Влезен панел на WEB калкулаторот со избрани влезни податоци

2. МЕТОДОЛОГИЈА

Методологијата на веб-калкулаторот се заснова на 4 методи на граничната рамнотежа, кои се широко применувани во инженерската пракса при анализа на стабилност на косини [3] [13]. Овој пристап ја разгледува рамнотежата на потенцијалната лизгачка маса преку соодносот меѓу сили/моменти кои ја стабилизираат косината во однос на сили/моменти кои сакаат транслаторно да ја предвижат или превртат. Резултатот е изразен преку фактор на сигурност (FS), дефиниран како:

$$FS = \frac{\text{Сили кои стабилизираат}}{\text{Сили кои предвижуваат}} \quad (1)$$

$$FS = \frac{\text{Моменти кои стабилизираат}}{\text{Моменти кои превртуваат}} \quad (2)$$

Вредностите на факторот на сигурност даваат проценка за стабилност на косините [13] [14] [15]. Во нашата држава, вредноста на факторот на сигурност (FS) е дефинирана според Правилник за техничките нормативи за површинска експлоатација на лежишта на минерални суровини, Сл. Лист на СФРЈ 78/86 [16]. Иако ова е релативно стар правилник, сепак тој сеуште е важечки. Како и да е, ако вредноста на FS > 1.3 тогаш може да се констатира дека кај завршните косини на површинските копови геотехничката проценка укажува на стабилност. Во правилникот постои и објаснување за минималните вредности за FS и кај работните косини на површинските копови. За ова предлагам детално да се проанализираат, а потоа применат вредностите од табелите дадени во овој норматив. На пример ако сметаме дека е доволна минимална вредност на FS од 1.10, тоа значи дека најмалку 10 % се поголеми пресметаните сили и/или моменти кои ја стабилизираат косината во однос на оние кои сакаат да ја дестабилизираат. Се поставува прашањето, а што ако е згрешено во дефинирањето на влезните податоци за геотехничката анализа?

Во рамките на калкулаторот се вградени четири методи на гранична рамнотежа [8]. Во продолжение се дадени користените равенки во WEB калкулаторот за секоја од нив.

2.1. Метода на ламели (метода на Фелениус)

Ова е една од најстарите и најчесто применуваните методи. Позната е уште и како Шведска метода или Метода на Фелениус (нејзиниот основач). Косината се дели на повеќе вертикални ламели (slice method) [3] [8]. Рамнотежата се разгледува преку сума на сили по нормала и тангента. Методата на Фелениус (е едноставна и конзервативна метода со која се врши брза иницијална проценка на стабилноста на косини кај површински копови. Таа е особено применлива во раните фази на проектирање иако дава нешто „построги“ вредности на факторот на сигурност во споредба со некој од пософистицираните методи. Пресметката се врши преку следниот образец кој е користен во WEB калкулаторот.

$$FS = \frac{\sum(c' l_i + (W_i \cos \alpha_i) \tan \phi')}{\sum(W_i \sin \alpha_i)} \quad (3)$$

Каде:

c' – ефективна кохезија, (kN/m²)*

ϕ' – ефективен агол на триење, (rad)*

l_i – должина на база на i-та ламела, (m)

W_i – тежина на ламелата, (kN)*

α_i – агол на база на ламелата, (rad)*

Забелешка:

*Во софтверот е направена соодветна конверзија на единиците на влезните параметри

2.2. Метода на Бишоп (симплифицирана)

Во WEB калкулаторот е искористена симплифицираната (поедноставената) метода на Бишоп [1] [8]. Таа користи итеративна постапка при анализирање на рамнотежата на моменти за кружни лизгачки површини. Во анализата вклучува влијание на нормалните сили и делумна интеракција меѓу ламелите.

Оваа метода може да се класифицира како една од најшироко прифатените стандарди за проценка на геотехничката стабилност на косини пред сè поради едноставноста на пресметките и релативно високата точност. Пресметката се врши според следниот израз:

$$FS = \frac{\sum \left(\frac{c' l_i + (W_i - u_i l_i) \tan \phi'}{1 + \frac{\tan \phi' \tan \alpha_i}{FS}} \right)}{\sum(W_i \sin \alpha_i)} \quad (4)$$

Каде:

u_i – порен притисок (kPa)

Од последната равенка (4) се гледа дека FS го има на двете страни на равенството што укажува дека ова е класична итеративна постапка. Односно, претходната вредност на FS е влез за наредната итерација за негова пресметка. Итерацијата се врши до постигнување на одредена точност или извршување на одреден број на итерации. За методата на Бишоп обично се доволни 10 до 20 итерации за да се постигне стабилна вредност на факторот на сигурност. Во WEB калкулаторот, итерацијата се прекинува кога разликата меѓу две последователни вредности на FS е помала од зададената толеранција (± 0.001).

2.3. Метода на Јанбу (симплифицирана)

Оваа метода е исто така многу користена од групата на методи на гранична рамнотежа. Во WEB калкулаторот е користена неговата симплифицирана верзија. Методата на Јанбу [7] [8] овозможува анализа за кружни и некружни лизгачки површини. Се заснова на хоризонтална рамнотежа на сили, со воведување на т.н. корекциски фактор. Често дава нешто „полиберални“ (повисоки) вредности на FS. Затоа искуството покажува дека не треба да се користи без корелирање на резултатите со останатите методи на гранична рамнотежа. Пресметката се врши според изразот:

$$FS = \frac{\sum(c' l_i + (N'_i \tan \phi'))}{\sum T_i} \quad (5)$$

Каде:

N'_i – ефективна нормална сила,

T_i – подвижна (тангенцијална) сила.

Се користи корекциски фактор за глобална рамнотежа.

Односно резултатот на FS се множи со корекцискиот фактор (коефициент), односно:

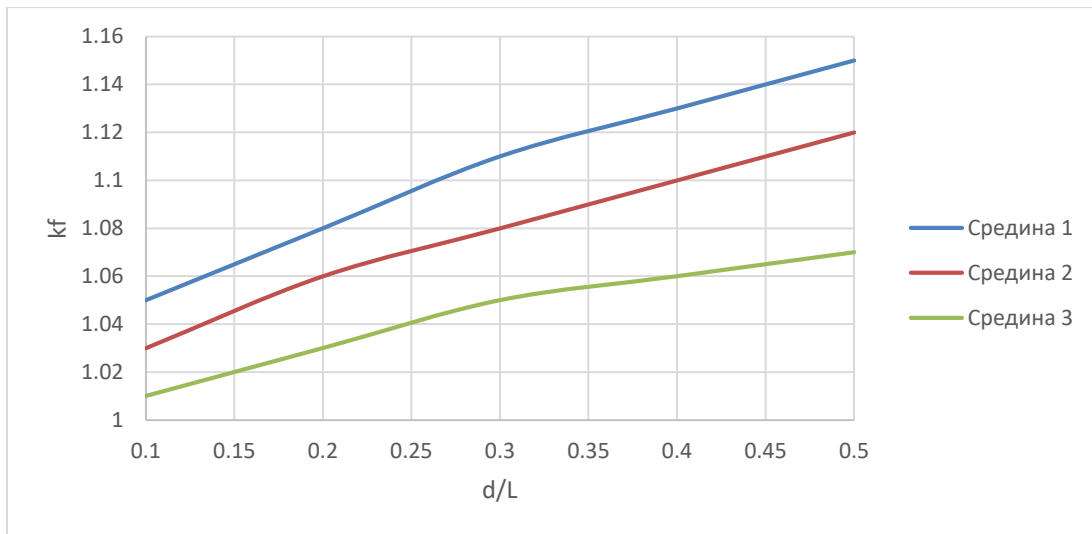
$$FS' = FS k_f \quad (6)$$

Каде:

FS' – корегирани фактор на сигурност

k_f – коефициент на корекцискиот фактор

Корекцискиот фактор зависи од геометријата на косината, односно длабочината мерена од површината до најдлабоката точка на претпоставената лизгачка рамнина (d) и должината на потенцијалната лизгачка рамнина (L) и од геотехничките параметри (c , ϕ). Истиот се користи поради тоа што методата на Јанбу не ги задоволува моментите во рамнотежата, туку само користи рамнотежа на сили [10]. Обично се усвојуваат вредности за корекцискиот фактор најчесто само преку односот на d/L . Изборот на вредност на корекцискиот фактор може да се изврши врз основа на дијаграмот на сл. 2.



Слика 2. Дијаграм на корекциски фактор
Средина 1 – $\phi > 0$, $c = 0$, Средина 2 – $c > 0$, $\phi > 0$, Средина 3 – $c > 0$, $\phi = 0$

2.4. Метода на Спенсер

Методата на Спенсер [8] [11] пресметката на стабилност ја врши преку истовремено задоволување на рамнотежа на сили и моменти. Оваа метода е една од од најпрецизните методи на гранична рамнотежа.

Погодна е за детални инженерски анализи и верификација на резултати од поедноставени (симплифицирани) методи, на пример од метода на ламели, Јанбу или Бишоп [4].

Спенсеровата метода е посложена и за нејзина пресметка најнапред се формулира систем од равенки:

$$\begin{aligned} \sum T_i &= 0 \\ \sum M_i &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Каде:

T_i – хоризонтални сили

M_i – моменти

Во методата на Спенсер сите „скриени“ хоризонтални и вертикални сили помеѓу ламелите се заменуваат со една унифицирана шема – еден постојан коефициент што ја дефинира нивната насока. Тоа ја прави пресметката поедноставна, а сепак доволно „реалистична“ за да би можеле да ја примениме. Факторот на сигурност се добива преку итеративно решавање на овој систем.

Освен ова во пресметките во WEB калкулаторот се дадени и следните опциони параметри:

Коефициентот на порен притисок R_u го дефинира влијанието на подземната вода врз ефективните напрегања во косината. При геотехничка анализа на стабилност колку е поголем R_u , толку се намалува ефективната нормална сила на лизгачката површина. Намалувањето на нормалната сила води до помал отпор на смолкнување кој предизвикува намалување на факторот на сигурност (FS), а со тоа зголемување на ризикот од лизгање. Ако $R_u = 0$ тогаш се претпоставуваат услови без подземна вода. Нормално во овој случај стабилноста е најголема. При вредности на $R_u = 0.2 - 0.3$ станува збор за делумно заситена косина, отпорот е значително намален. Ако е $R_u = 0.5$ тогаш станува збор за високо заситена косина, стабилноста е критично загрозувана.

Надворешно оптоварување е како дополнителен товар на површината на косината (на пример од: машини, насипи, згради и сл.). Овој параметар се додава на тежината на претпоставената клизна површина и со тоа ги зголемува вредностите на силите и моментите кои сакаат да ја дестабилизираат косината, па со тоа влијаат FS да се намали.

K_v – сеизмички (вертикален) коефициент го претставува ефектот на вертикални сеизмички сили симплифицирани како дел од тежината W . Најчесто овој коефициент се занемарува кај методите за геотехничка проценка. Но, добро би било, да се вклучи во нивната пресметка.

K_h – сеизмички (хоризонтален) коефициент е можеби најважниот елемент при сеизмичка анализа. Тој го претставува ефектот на хоризонтални инерцијални сили во косината. Се множи со тежината на ламелите и со тоа создава дополнителни подвижни сили во правец на лизгање. Со зголемувањето на K_h , FS се намалува.

Овие параметри се опциони и моментално се во експериментална фаза на користење. Нивната пресметка е базирана врз основа на податоците од Таб. 1.

Табела 1. Вредности на K_h и K_v

Услов / Сценарио	Хоризонтален коефициент, K_h	Вертикален коефициент, K_v	Напомена
Статичка анализа (без сеизмика)	0.00	0.00	Неутрални вредности (без влијание врз FS)
Мали земјотреси ($a_h/g \approx 0.1 g$)	0.05 – 0.10	0.00 – 0.05	За низок сеизмички ризик, вертикалното често се занемарува
Умерени земјотреси ($a_h/g \approx 0.2 g$)	0.10 – 0.15	0.05 – 0.10	Типично за умерен сеизмички ризик (некои региони на Балканот)
Силни земјотреси ($a_h/g \approx 0.3 g$)	0.15 – 0.20	0.10 – 0.15	Користи се кај критични анализи и инфраструктура
Еврокод 8 препорака	$K_h = \alpha_h \cdot g$	$K_v \approx 0.5 K_h$	α_h зависи од проектираното сеизмичко забрзување a/g

Каде:

α_h – предвидено забрзување (m/s^2)

g – земјино забрзување, $9.81 (m/s^2)$

α_h се пресметува како:

$$\alpha_h = \frac{a_h}{g} \quad (8)$$

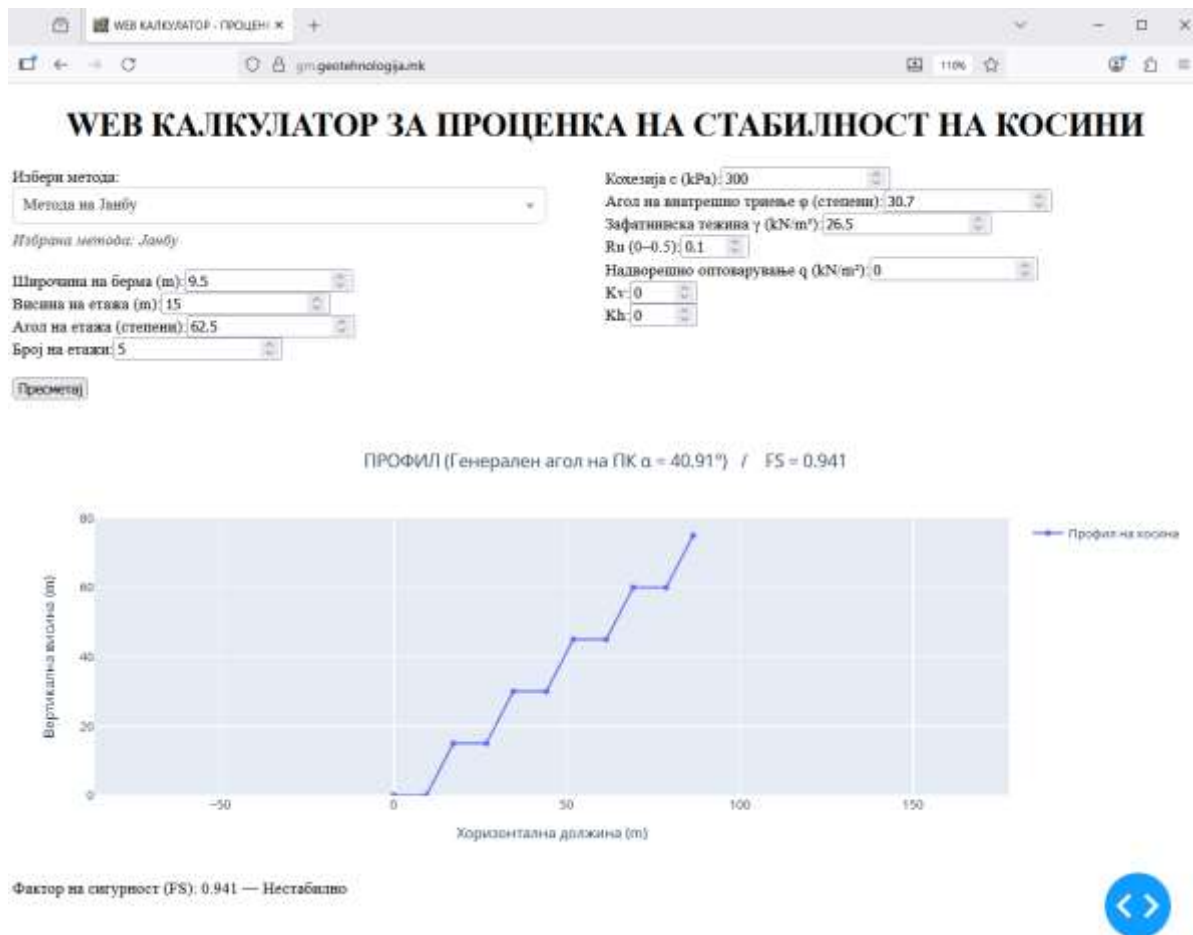
Каде:

a_h – хоризонтално сеизмичко забрзување (m/s^2)

Ако, на пример, проектираното земјотресно забрзување е $0.3g$, тогаш $\alpha_h = 0.4$, па одовде и $K_h = 0.2$, односно K_v е половина од K_h и ќе изнесува 0.1 .

3. РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЈА

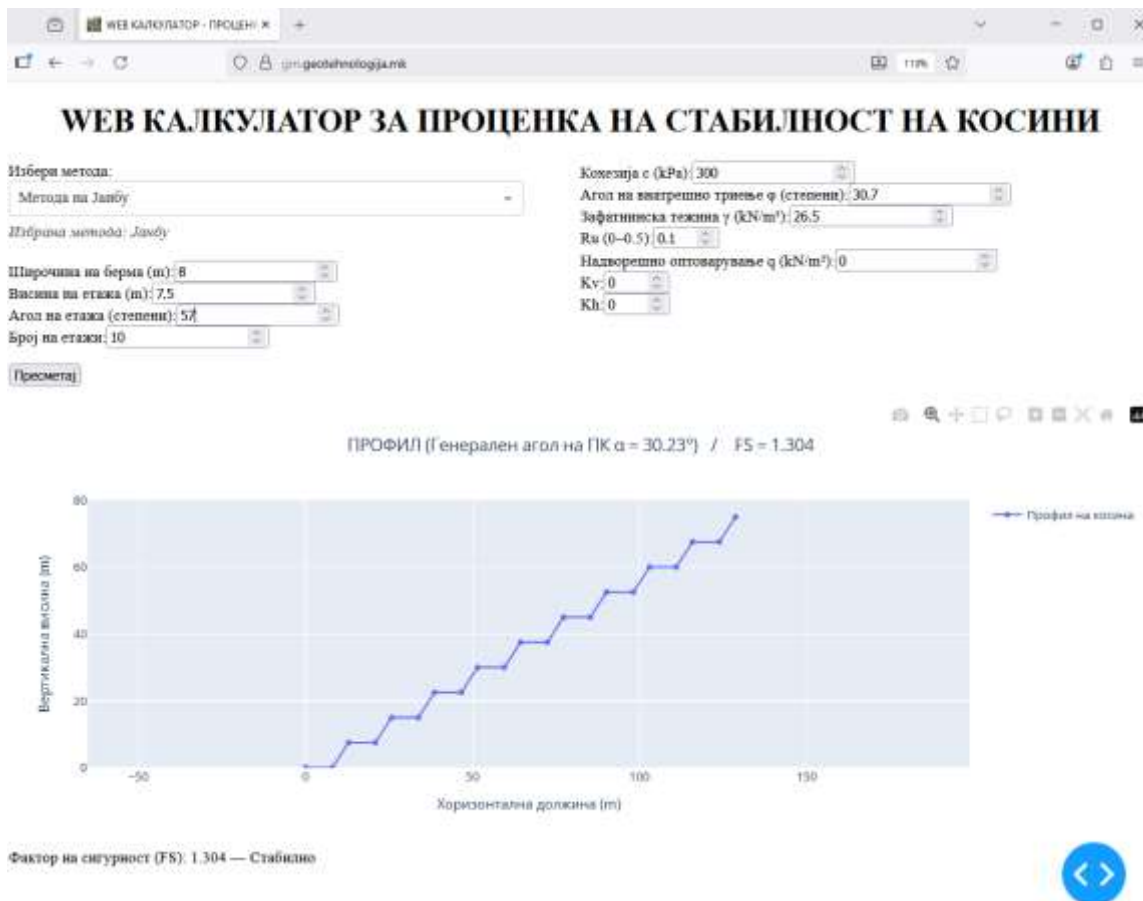
Во продолжение се дадени проценкир на стабилноста на косините со примена на WEB калкулаторот. Во наредната слика е дадена слика од панелот на овој калкулатор со внесени влезни податоци за пример на модел за пресметка на стабилноста на косините.



Слика 3. Панел од влезен модел 1

Според панелот на WEB калкулаторот (сл. 3) се гледа дека со овие влезни параметри (широчина на берма 9.5 метри, висина на етажа 15 метри, етажен агол од 62.5°, број на етажи 5) и коефициент на порен притисок $R_u = 0.1$, пресметаниот фактор на сигурност FS изнесува 0.941. Ова е нестабилна состојба. WEB калкулаторот дозволува промена на влезните параметри. На пример, ако се промени основната геометрија, односно следните влезни податоци: широчината на берма на 8 метри, висина на етажа на 7.5 метри (воведување на полуэтажи), намалување на етажниот агол на 57° како и зголемување на бројот на етажи на 10 (за да се постигне истата висина), по пресметката факторот на сигурност добива минимална вредност од 1.304 (сл. 4). Со ова се задоволува основниот критериум за стабилност на завршни косини.

Ова се само дел од можностите. Може да се прават најразлични анализи. Имено, за точно дефинирани геомеханички карактеристики на средината може да се утврди која е оптималната геометрија на површинскиот коп при постигнување на бараната минимална вредност на факторот на сигурност. Токму и ова беше главната идеја за изработка на овој WEB калкулатор, односно со неговата примена да се добиваат брзи проценки на стабилноста на косините, а со тоа да се создаде можност за изработка на модели на површински копови со оптимална основна геометрија.



Слика 4. Панел од корегиран модел 1

4. ЗАКЛУЧОК И ПРЕДЛОГ ЗА ПОНАТАМОШНИ ИСТРАЖУВАЊА

Во овој труд е разработен концептуален пристап кон изработка на WEB калкулатор за проценка на стабилноста на косините на површинските копови. Развиениот WEB калкулатор за проценка на стабилност на косини на површински копови претставува едноставна, достапна и практична алатка која овозможува изработка на брзи геотехнички анализи преку интернет прелистувач, без потреба од инсталација на специјализиран софтвер. Користењето на WEB калкулаторот ќе им овозможи на студентите и инженерите релативно брзо да ги внесат геометриски и геотехнички параметри, да изберат метода на гранична рамнотежа (Метода на ламели, Бишоп, Јанбу или Спенсер) и веднаш да добијат графички прикажан профил и пресметан фактор на сигурност (FS). Овој калкулатор овозможува едноставна и едукативна примена за подобро разбирање на разликите меѓу методите на гранична рамнотежа, брза проценка на стабилноста при различни услови, потоа дава можност за компаративна анализа меѓу резултатите од повеќе методи, што ја зголемува сигурноста на донесените инженерски одлуки. Овозможената online достапност го прави овој калкулатор корисен и за теренска примена, при што проценките за одредени геотехнички стабилности може да се изведуваат и на лице место на терен. За ова, потребен е само преносен компјутер или таблет/мобилен приклучен на Интернет.

Според наше мислење, WEB калкулаторот има потенцијал да стане корисна дигитална алатка не само во образованието, туку и во инженерската практика во рударството, геотехниката и градежништвото. На крај би сакале да напоменеме, дека овој калкулатор е во експериментална фаза. Добиените информации од неговите симулации треба да се прифатат со резерва. Истите не можат да ги заменат официјаните геотехнички анализи за стабилноста на косините. Како и да е, се надеваме дека овој труд ќе предизвика внимание кај пошироката стручна и научна јавност, пред сè од аспект на започнување на нова идеја за отворена применливост и десиминација на резултатите од истражувањето. Калкулаторот континуирано ќе се надградува со дополнителни влезни параметри и нови посоставени методи. Вашите повратни информации преку коментари, забелешки или мислења се добредојдени.

КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bishop, A.W. (1955) The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slope. *Geotechnique*, 10, 129-150. <https://doi.org/10.1680/geot.1955.5.1.7>
- [2] Chollet, F. (2018). *Deep Learning with Python*. Manning Publications.
- [3] Duncan, J.M. and Wright, S.G. (2005) *Soil Strength and Slope Stability*. John Wiley & Sons Inc.
- [4] Fredlund, D. G., & Rahardjo, H. (1993). *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. Wiley.
- [5] Harris, C.R., Millman, K.J., van der Walt, S.J. et al. Array programming with NumPy. *Nature* 585, 357–362 (2020). <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>
- [6] Hashim, S. (2024). Prediction of rock slope failure using multiple ML algorithms. *Geomechanics and Engineering*. 36. 489-509. 0.12989/gae.2024.36.5.489.
- [7] Janbu, N. (1954) Application of Composite Slip Surface for Stability Analysis. In: *Proceedings of European Conference on Stability of Earth Slopes, Sweden*, 43-49.
- [8] Панов, З. (2011), *Механика на карпи*, учебник, Универзитет „Гоце Делчев“ – Штип, Штип
- [9] Plotly Technologies Inc., “Dash Layout”, 2024, <https://dash.plotly.com/layout>
- [10] Rabie, M. (2014), Comparison study between traditional and finite element methods for slopes under heavy rainfall, *HBRC Journal*, Volume 10, Issue 2, August 2014, Pages 160-168
- [11] Spencer, E. (1967) A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-Slice Forces. *Geotechnique*, 17, 11-26.
- [12] Wang, J. & Kai, Z. (2021). Performance Analysis and Optimization of Nginx-based Web Server. *Journal of Physics: Conference Series*. 1955. 012033. 10.1088/1742-6596/1955/1/012033.
- [13] CEN. EN 1997-1:2004+A1:2004 Eurocode 7: Geotechnical design — Part 1: General rules. Brussels: European Committee for Standardization (CEN), 2004.
- [14] CEN. EN 1997-2:2007+A1:2007 Eurocode 7: Geotechnical design — Part 2: Ground investigation and testing. Brussels: CEN, 2007.
- [15] CEN. EN 1998-5:2004+A1:2004 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance — Part 5: Foundations, retaining structures and geotechnical aspects. Brussels: CEN, 2004.
- [16] Правилник за техничките нормативи за површинска експлоатација на лежишта на минерални сировини, Сл. Лист на СФРЈ 78/86.
- [17] Линк до WEB калкулаторот <https://gm.geotehnologija.mk/>