



УНИВЕРЗИТЕТ „ГОЦЕ ДЕЛЧЕВ“ - ШТИП
ТЕХНОЛОШКО - ТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
Наука и технологија за композитни материјали

м-р Филип Кочоски

РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ЗА ДИЗАЈН НА СИМЕТРИЧНИ И
АСИМЕТРИЧНИ КОМПОЗИТНИ ДЕЛОВИ

- докторска дисертација -

Штип, 2024

м-р Филип Кочоски

**РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ЗА ДИЗАЈН НА СИМЕТРИЧНИ И
АСИМЕТРИЧНИ КОМПОЗИТНИ ДЕЛОВИ**

Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

КОМИСИЈА ЗА ОЦЕНКА И ОДБРАНА:

Интерен ментор: Проф. Д-р Винета Сребренкоска

Редовен професор на Технолошко-технички факултет при
Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Екстерен ментор: Проф. Д-р Емилија Фиданчевски

Редовен професор на Техолошко-металуршки факултет при
Уневрзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

ЧЛЕНОВИ НА КОМИСИЈАТА ЗА ОЦЕНКИ И ОДБРАНА:

Претседател: Проф. Д-р Светлана Ристеска

Редовен професор на Институт за современи композити и
роботика во Прилеп

Член: Проф. Д-р Винета Сребренкоска

Редовен професор на Технолошко-технички факултет при
Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Член: Проф. Д-р Емилија Фиданчевски

Редовен професор на Техолошко-металуршки факултет при
Уневрзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Член: Проф. Д-р Благој Голомеов

Редовен професор на Факултет за природни и технички науки
при Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Член: Проф. Д-р Владо Гичев

Редовен професор на Факултет за информатика при
Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Научно поле: 215 Материјали

Научна област: 21503 Композитни материјали

Датум на одбрана: 21.02.2024

Датум на промоција:

ПОСВЕТА

На мајка ми Иванка.

Таму некаде каде што се преплетуваат љубовта и науката, ти го посветувам овој завршен труд мајко. Твојата љубов ме водеше низ ова патување, исто како што твојот дух продолжува да ја инспирира мојата потрага по знаење. Додека навлеував во длабочините на знаењето, твојата меморија шепотеше во шумолењето на страниците, брмчењето на лабораториската опрема и тивките моменти на размислување. Стоеќи на раскрсницата на откривањето, го носам твоето сеќавање со себе, наоѓајќи утеха во зборовите „Најубавото нешто што можеме да го доживееме е мистериозното“. Во оваа мистерија те пронаоѓам тебе, и преку моите напори, твоето наследство живее.

Со вечна љубов и благодарност.

БЛАГОДАРНОСТ

Изразувам голема благодарност на татко ми Ѓорѓија кој ме научи на трпение како најважна човечка особина, како во животот така и во науката.

Особено ѝ се заблагодарувам на Проф.д-р Винета Сребренкоска која како ментор на оваа докторска дисертација ми пружи голема помош и поддршка, и со нејзината упорност, искуство и знаење овие идеи и истражувања прераснаа во вистинско научно дело.

Се заблагодарувам на Проф. д-р Светлана Ристеска за нејзината поддршка и учество во експерименталните истражувања.

Искрена благодарност до екстерниот ментор Проф.д-р Емилија Фиданчески и останатите членови на комисијата Проф.д-р Благој Голомеов и Проф.д-р Владо Гичев за корисните сугестии при изработката на дисертацијата.

Се заблагодарувам на стручниот тим од компанијата „Ламинати“ од Прилеп за отстапениот лабораториски простор при изработката на експерименталните примероци и за добронамерните насоки.

Благодарност до компанијата „Микросам“ од Прилеп која ми ја всади и израсна идејата за композитни материјали, која за десет години ми пренесе неизмерно знаење во областа.

Благодарност до сите кои не се споменати погоре, колеги, соработници и останати, а кои на било каков начин придонесоја во реализацијата на оваа докторска дисертација.

Рецензирани и објавени трудови од областа на докторската дисертација:

1. Srebrenkoska, S.; **Kochoski, F.**; Srebrenkoska, V.; Risteska, S.; Kotynia, R., (2023) ***“Effect of Process Parameters on Thermal and Mechanical Properties of Filament Wound Polymer-Based Composites Pipes.”*** Polymers, 15, 2829
2. **Kochoski F.**, Dukovski V., Samak S., (2022) ***“Mathematical Model of Parametric Domain Design Approach for Filament Winding Path on Complex Composite Parts”***, Vol. 11, iss. 04, International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), 231-237
3. **Kochoski F.**, Dukovski V., Samak S., Cvetkoska D., Petkoska B., (2022), ***“Manufacturing Thermoplastic Composites by Laser Automatic Tape Placement Toolless Technology with Dual robot system”***, Vol. 11, iss. 04, International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), p238-244
4. Dimovski I., Gjumandeloski I., **Kochoski F.**, Paipuri M., Veneva M., Risteska A., (2022), ***“Computer Aided (Filament Winding) Tape Placement for Elbows, Practically Oriented algorithm”***, Balkan Journal of Applied Mathematics and Informatics (BJAMI) 2018, Vol1, No 1, p89-104
5. Samak, S., Dimovski, I., Trompeska, M., Hristoski, M., **Kochoski, F.**, Dukovski, V., (2018), ***“Computer-based simulation and validation of robot accuracy improvement method and its verification in robot calibration procedure”***, ETAI 2018 International Conference, ETAI Society of Macedonia, p44
6. Cvetkoska D., **Kochoski F.**, (2019), ***“Functional Dependence of Laser power and Layup Speed for Automatic Fibre Placement Temperature Control”***, KNOWLEDGE - International Journal, 34(3), p613–619
7. Dimovski I., Trompeska M., Cvetkoska D., **Kochoski F.**, (2016) ***“Visualization tools integrated in multivariate calculus instruction and their impact on the quality of students’ knowledge”***, International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT) – Volume 39 Number 1, p22-30
8. Dimovski, I., Samak, S., Cvetkoska, D., Trompeska, M., **Kochoski, F.**, (2015) ***“Speed control in numeric controlled systems”***, Математички билтен Vol.39(LXV) No.1

Меѓународни конференции:

1. Dijana Cvetkoska, **Filip Kochoski**, (2019) - Functional Dependence of Laser power and Layup Speed for Automatic Fibre Placement Temperature Control. In 22nd International Conference in Kavala, Greece, 2019
2. Igor Dimovski, Ice Gjumandeloski, **Filip Kochoski**, Mahendra Paipuri, Milena Veneva, Aleksandra Risteska, (2018) – First Winter Modeling Week in Macedonia, TD 1409 MI-NET Cost Action

НАСЛОВ: Развој на математички модели за дизајн на симетрични и асиметрични композитни делови

Апстракт

Истражувањата во рамките на оваа докторска дисертација се насочени на развој на математички модели при дизајнирање на симетрични и асиметрични композитни делови за примена при нивно производство со технологијата за намотување на влакна (filament winding technology, FW). Композитните материјали нудат уникатни предности во однос на традиционалните материјали и се карактеризираат со релативно високи соодноси јакост/тежина, одлични термички и електрични својства, а тоа ги прават привлечни за различни индустрии. Последните години значајно е зголемено користењето на композитни материјали и постои континуирано побарување од страна на индустриските капацитети, а тоа ја наметнува потребата за развој на подобрени методи за дизајн на композитните делови. Развојот на математички моделите вклучува истражувања поврзани со различни влијателни фактори, како својствата на материјалите, геометријата, условите на процесирање, условите на оптоварување на композитниот дел и друго.

Во рамките на оваа докторска дисертација развиени и подобрени се математички модели за патека на влакна со примена на технологија за намотување на влакна за добивање на композитни делови. Точноста на математичките модели е потврдена преку симулации на патеките на влакната врз симетрични и асиметрични форми и експериментално тестирање на произведени композитни симетрични примероци. Преку анализа на добиените резултати донесени се заклучоци за однесувањето на композитните примероци според предвидените модели. Истражувањето има важна примена во разни индустрии, како вселенската, воздухопловната, автомобилската, воената, поморската итн. каде што се применуваат композитни делови како носечки материјали.

Докторската дисертација почнува со преглед на композитните материјали, нивните својства, видови и примена. Исто така, објаснета е предноста од користењето на композитните материјали во однос на традиционалните материјали во разни индустрии. Понатаму, опишан е технолошкиот процес на

технологијата за намотување со влакна и на методите за дизајн на композитни делови.

Првиот дел од дисертацијата е насочен на развој на математички модели на патеките на движење на влакната во FW технологијата за добивање на симетрични композитни делови, како цевки, резервоари и сл. За прецизно и точно добивање на моделите разгледуван е аголот на намотување на влакната како влијателен фактор, а останатите процесни фактори се земени константни според искуството од индустријата која ја применува оваа технологија. Покрај дизајн на патека на влакната за добивање на композит, направен е и целосен дизајн на цевка за да се потврди точноста на моделот преку експериментални тестирања. Врз основа на развиените математички модели за патека на влакна и дизајн на цевка, произведени се симетрични композитни примероци (композитни цевки) со различни агли на намотување: 10° , 30° , 45° , 60° и 90° и примероци со комбинација на аглите на намотување. Сите произведени композитни примероци се лабораториски тестирани за јачината на истегнување (hoop tensile strength) за исполнување на барањата за квалитет на композитните цевки: отпорност на висок внатрешен притисок. Од добиените резултати беше заклучено дека предвиденото однесување на симетричните композитни делови (композитни цевки) соодветствува со резултатите од тестирањата на така произведените примероци. Преку ова истражување развиени се математички модели за дизајнот на патека на влакна врз симетрични површини, што резултира во оптимизирано и прецизно производство на композитни цевки и минимално генерирање на отпаден материјал.

Вториот дел од докторската дисертација е насочен на истражувања за подобрување и развој на нови методи за дизајн на математички модел за патека на влакна за добивање на посложени асиметрични композитни делови. Дополнително, направени се и графички симулации на дизајните. Предвидувањето на однесувањето на асиметричните композитни цевки е направено врз основа на заклучоците од експерименталните тестирања од првиот дел за симетрични композитни цевки и со логички пресликувања на тоа однесување врз посложените асиметрични модели.

Докторска дисертација дава значајни сознанија за прецизно намотување на влакната преку развиените и подобрените математички модели за добивање на квалитетни композитни делови за употреба во различни индустрии.

Клучни зборови: математички модели, дизајн на патека, симетрични композити, асиметрични композити

TITLE: Development of Mathematical Models for Design of Symmetric and Asymmetric Composite Parts

Abstract

Research within this doctoral dissertation is focused on the development of mathematical models for the design of symmetric and asymmetric composite parts for application in their production with filament winding technology (FW). Composite materials offer unique advantages over traditional materials and are characterized by relatively high strength-to-weight ratios, excellent thermal and electrical properties, making them attractive to a variety of industries. In recent years, the use of composite materials has increased significantly and there is a continuous demand from industrial facilities, which imposes the need for the development of improved methods for the design of composite parts. The development of mathematical models includes research related to various influencing factors, such as material properties, geometry, processing conditions, loading conditions of the composite part and others.

In the framework of this doctoral dissertation, mathematical models for fiber paths have been developed and improved using fiber winding technology for obtaining composite parts. The accuracy of the mathematical models has been verified through simulations of fiber paths on symmetrical and asymmetrical shapes and experimental testing of manufactured composite symmetrical samples. Through the analysis of the obtained results, conclusions were made about the behavior of the composite samples according to the predicted models. Research has important applications in various industries, such as space, aerospace, automotive, military, marine, etc. where composite parts are applied as bearing materials.

The doctoral dissertation begins with an overview of composite materials, their properties, types and applications. The advantage of using composite materials over traditional materials in various industries is also explained. Furthermore, the technological process of fiber winding technology and composite part design methods are described.

The first part of the dissertation is aimed at developing mathematical models of fiber movement paths in FW technology for obtaining symmetrical composite parts, such as pipes, tanks, etc. For precise and accurate obtaining of the models, the fiber winding angle was considered as an influential factor, and the other process factors

were taken constant according to the experience of the industry that applies this technology. In addition to the design of the fiber path to obtain the composite, a complete tube design was also made to verify the accuracy of the model through experimental testing. Based on the developed mathematical models for fiber path and tube design, symmetrical composite samples (composite tubes) with different winding angles: 10° , 45° , 60° and 90° , and samples with a combination of winding angles were produced. All manufactured composite samples are laboratory tested for hoop tensile strength to meet the quality requirements for composite pipes: resistance to high internal pressure. From the obtained results it was concluded that the predicted behavior of the symmetrical composite parts (composite pipes) corresponds to the results of the tests of the thus produced samples. Through this research, mathematical models have been developed for the design of fiber paths on symmetrical surfaces, resulting in optimized and precise production of composite pipes and minimal generation of waste material.

The second part of the doctoral dissertation is focused on research on the improvement and development of new methods for the design of a mathematical model for a fiber path for obtaining more complex asymmetric composite parts. In addition, graphic simulations of the designs were made. The prediction of the behavior of asymmetric composite pipes is made based on the conclusions of the experimental tests of the first part for symmetric composite pipes and with logical mappings of that behavior on more complex asymmetric models.

Doctoral dissertation provides significant insights into precision fiber winding through developed and improved mathematical models to obtain quality composite parts for use in various industries.

Keywords: mathematical models, path design, symmetric composites, asymmetric composites

Листа од слики

Слика 1.1: Хелидијално намотување на влакна (лево) и радијално намотување (десно).....	41
Слика 1.2: Основен концепт на технологијата на намотување со конци.....	44
Слика 2.1: Континуирани патеки на асиметрични површини генерирани со принцип на параметарски домен.....	61
Слика 4.1: Шематски приказ на моделот за подобрување на процес за производство на композитни цевки.....	69
Слика 4.2: Шематски приказ на двете главни насоки за ротациони површини	77
Слика 4.3: Рамнотежа на силата на елементарно влакно (лево) и рамнотежа на латерална сила (десно)	81
Слика 4.4: Елементарен дел на ориентирано влакно.....	84
Слика 4.5: Оптоварувања и геометрија на купола	90
Слика 4.6: Геометрија на торус и патека на влакно.....	94
Слика 4.7: Агли на намотување на негеодезиски патеки со различни коефициенти на пролизгување.....	98
Слика 4.8: 3D модел на колено, мандрел со прирабник и композитен производ	99
Слика 4.9: Претставување на аголните интервали на θ	101
Слика 4.10: 3D модел на S-форма	103
Слика 4.11: 3D модел на T-форма составена од стандардни форми: C-цилиндар, T-торус, P-рамнина, C1/2-полу цилиндар	105
Слика 4.12: Состојба на премостување	108
Слика 4.13: „Крива цевка“	110
Слика 4.14: Геометриски карактеристики на „Крива цевка“	111
Слика 4.15: Параметарски простор и патека.....	113
Слика 4.16: Динамичка вискозност на смолниот систем од 25°C - 100°C.....	119
Слика 4.17: Динамичка вискозност на смолниот систем од 25°C, 40°C, 60°C и 80°C	119
Слика 4.18: Производство на композитни цевки со различен агол на намотување	120
Слика 4.19: Произведени композитни цевки со технологија на намотување: различни агли	121

Слика 4.20: Изглед на прстенест примерок за тестирање на јачината на истегнување.....	122
Слика 4.21: Изглед на помошен алат заедно со примерокот за тестирање на јачината на истегнување.....	122
Слика 4.22: Универзална машина за испитување на јачина на истегнување: Zwick/Roell Z400 со максимална сила од 400 МПа	123
Слика 4.23: Илустрација на склопениот прицврстувач за тестирање на истегнување врз NOL прстен.....	124
Слика 5.1: Агли на намотување на влакна	126
Слика 5.2: Шеми на намотување врз купола од резервоар.....	128
Слика 5.3: Шема -5/2 на резервоар, симулирани две последователни шеми од ред 5 со чекор на прескокнување 2.....	129
Слика 5.4: Геометрии на симетрични модели: цевка (лево-горе), резервоар (десно-горе), двостран сад (лево-долу) и конусоидна капсула (десно-долу) ..	129
Слика 5.5: Контура на композитен слој (виолетово) над контура од мандрелот (црно).....	130
Слика 5.6: Симулација на 45° патека на влакна на симетричните модели: цевка (лево-горе), резервоар (десно-горе), двостран сад (лево-долу) и конусоидна капсула (десно-долу).....	131
Слика 5.7: Графички приказ од симулација на цевка на четири различни ориентации на слој.....	134
Слика 5.8: MATLAB дијаграми од симулација на цевка на поларен 10° ориентиран слој и графици на корелација	135
Слика 5.9: MATLAB дијаграми од симулација на цевка на хелидијален 45° ориентиран слој и графици на корелација	137
Слика 5.10: MATLAB дијаграми од симулација на цевка на хелидијален 60° ориентиран слој и графици на корелација	139
Слика 5.11: MATLAB дијаграми од симулација на цевка на радијален 90° ориентиран слој и графици на корелација	140
Слика 5.12: Симулација на 45° слој на конусоидна капсула, двостран сад и резервоар во Rhinoceros 3D	142

Слика 5.13: MATLAB дијаграми од симулација на конусоидна капсула (горе) и двостран сад (долу) на хелидијален 45° ориентиран слој и графици на корелација.....	143
Слика 5.14: Перспективна симулација во Rhinoceros 3D на конусоидна капсула и двостран сад со патека на крајот ориентирана за 45°	144
Слика 5.15: MATLAB дијаграми од симулација на резервоар на хелидијален 45° ориентиран слој и графици на корелација	145
Слика 5.16: Негеодезиска 45° патека на влакното врз резервоар симулирана во Rhinoceros 3D	145
Слика 5.17: Геодезиска 45° (лево) и минимум геодезиска 11.54° (десно) патека на влакно врз резервоар симулирано во Rhinoceros 3D	146
Слика 5.18: Радијален (лево) и Транзиционен (десно) слој врз резервоар симулирани во Rhinoceros 3D.....	147
Слика 5.19: Разлика помеѓу изотензоидна (црвено) и елипсоидна (плаво) купола	148
Слика 5.20: Разлики помеѓу изтензоидна и елипсоидна купола преку MATLAB графици на корелација	148
Слика 5.21: Променливо растојание помеѓу геодезиските патеки врз конкавна/конвексна површина.....	149
Слика 5.22: Ефект на премостување преку конкавна површина.....	149
Слика 5.23: Графикони на напрегање и деформација на примероци од серија A1 на од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z400 ..	152
Слика 5.24: Графикони на напрегање и деформација на примероци од серија A2 од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z400	153
Слика 5.25: Графикони на напрегање и деформација на примероци од серија A3 од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z400	154
Слика 5.26: Графикони на напрегање и деформација на примероци од серија A4 од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z400	155
Слика 5.27: Графикони на сила и поместување на примероци од серија A5 од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z050	156
Слика 5.28: Влијание на аголот на намотување на јачината на истегнување	157
Слика 5.29: Влијание на аголот на намотување на модулот на истегнување	157

Слика 5.30: Оштетувања направени при испитувања на истегнување на прстенестите примероци со различен агол на намотување со сплит-диск методата	159
Слика 5.31: Геометрија на 3D модел колено со распон 90° и симулирана геодезиска 75° патека на влакно	163
Слика 5.32: Минимум агол на намотување врз торус ограничен до максимум $R=500\text{mm}$	164
Слика 5.33: Геометрија на 3D модел колено со распон 120° и симулирана 73° геодезиска патека на влакно	164
Слика 5.34: Перспективна симулација во Rhinoceros 3D на колена со распон 90° (лево) и распон 120° (десно) со геодезиска патека на крајот ориентирана за 75° и 73° , соодветно	165
Слика 5.35: Перспективна симулација во Rhinoceros 3D на колено со распон 90° со негеодезиска (црвено) и геодезиска (плаво) патека на крајот ориентирана за 75°	166
Слика 5.36: Геометрија на 3D модел колено со распон 90° и големи цилиндрични екстензии и симулирана 75° геодезиска патека на влакно	167
Слика 5.37: Геометрија на 3D модел колено со распон 90° и големи цилиндрични екстензии и симулирана 75° негеодезиска патека на влакно	167
Слика 5.38: Перспективна симулација во Rhinoceros 3D на колено со распон 90° и големи цилиндрични екстензии со негеодезиска (црвено) и геодезиска (плаво) патека на крајот ориентирана за 75°	168
Слика 5.39: MATLAB симулација и дијаграм на релација θ - ϕ на колено со распон 90° и геодезиска патека на влакно ориентирано за 75°	169
Слика 5.40: MATLAB дијаграм на агол на намотување наспрема позицијата на оската на колено со распон 90° и ориентација на агол 75° на еден циклус релативно на насоката на оската и големата кружница	170
Слика 5.41: Геометрија на 3D модел на S-форма со цилиндрични екстензии и симулирана негеодезиска патека на влакно	171
Слика 5.42: Перспективна симулација во Rhinoceros 3D на S-форма со негеодезиска патека на влакно	171
Слика 5.43: MATLAB симулација на T-форма во Фаза I на патека на влакно, перспектива (лево) и долен поглед (десно)	172

Слика 5.44: MATLAB симулација на Т-форма во Фаза II на патека на влакно, перспектива (лево) и долен поглед (десно)	173
Слика 5.45: MATLAB симулација на Т-форма во Фаза III на патека на влакно, перспектива (лево) и долен поглед (десно)	173
Слика 5.46: MATLAB симулација на Т-форма, перспектива.....	174
Слика 5.47: Можни ограничувања на патеките на влакна кај Т-форма, црвени стрелки – недостаток од материјал, плави стрекли - пренатрупување.....	175
Слика 5.48: MATLAB симулација на Т-форма со целосна покриеност, перспектива	175
Слика 5.49: Основна геометрија на Т-форма (лево) и модификувана (десно)	176
Слика 5.50: Симулација во Rhinoceros на модифицирана Т-форма во три фази	176
Слика 5.51: Две различни симулации на развојни површини со ориентација 45° на геодезиска патека.....	179
Слика 5.52: Две перспективи на развојна површина со геодезиска патека на влакно.....	180
Слика 5.53: Симулација на патека врз делумно развојна површина во облик на потковица со петтоаголен пресек.....	181
Слика 5.54: Перспективен приказ на површина во облик на потковица со петтоаголен пресек и отстапување на патеката	182
Слика 5.55: Концепт идеја на 55° хелидијална патека на влакно врз систем од цевки (како делумно развојна површина).....	182
Слика 5.56: Концепт идеја на радијална патека на влакно врз систем од цевки (како делумно развојна површина)	183
Слика 5.57: Геометриска конструкција на произволна (неразвојна) површина и симулирана патека на влакно.....	184
Слика 5.58: Цевчеста површина во форма на лак со различни триаголни пресеци обратно ориентирани на краевите и симулирана патека на влакно	184
Слика 5.59: S-форма со триаголен пресек и NURBS лакови и симулирана патека на влакно.....	185
Слика 5.60: Колено со четириаголен пресек и симулирана патека на влакно	186
Слика 5.61: Концепт идеја на патека на конец врз спирална цевка	186

List of figures

Figure 1.1: Helical filament winding (left) and Radial filament winding (right).....	41
Figure 1.2: Basic concept of filament winding technology	44
Figure 2.1: Continuous paths on asymmetric surfaces generated with parametric domain principle	61
Figure 4.1: Schematic representation of the process improvement model for the production of composite pipes.....	69
Figure 4.2: Schematic representation of the two main directions for surfaces of revolution.....	77
Figure 4.3: Elementary fiber force equilibrium (left) and lateral force equilibrium (right)	81
Figure 4.4: An elementary piece of oriented fiber.....	84
Figure 4.5: Loads and geometry of dome.....	90
Figure 4.6: Geometry of a toroid and fiber path.....	94
Figure 4.7: Winding angles for non-geodesic paths with various slippage coefficients	98
Figure 4.8: 3D model of elbow, mandrel with flange and composite product	99
Figure 4.9: Representation of angle intervals of θ	101
Figure 4.10: S-Shape 3D model.....	103
Figure 4.11: T-shape 3D model composed of regular forms: C-cylinder, T-toroid, P-plane, C1/2-half cylinder.....	105
Figure 4.12: Bridge condition	108
Figure 4.13: “Curved tube”	110
Figure 4.14: Geometric characteristics of “Curved tube”	111
Figure 4.15: Parametric space and curve path.....	113
Figure 4.16: Dynamic viscosity of the resin system at 25°C-100°C.....	119
Figure 4.17: Dynamic viscosity of the resin system at 25°C, 40°C, 60°C and 80°C	119
Figure 4.18: Production on composite pipes with different winding angle	120
Figure 4.19: Produced composite pipes with filament winding technology: different winding angle	121
Figure 4.20: Illustration of split-disk test specimen for tensile testing	122

Figure 4.21: Illustration of test fixture with specimen for tensile testing.....	122
Figure 4.22: Universal testing machine: Zwick/Roell Z400 with max stress of 400MPa	123
Figure 4.23: Illustration of the assembled tensile test specimens on NOL ring	124
Figure 5.1: Filament winding angles.....	126
Figure 5.2: Winding patterns on vessel dome	128
Figure 5.3: Pattern -5/2 on vessel, simulated two consecutive patterns of 5 by skipping step of 2	129
Figure 5.4: Geometries of symmetric models: tube (left-up), vessel (right-up), double sided tank (left-down) and conic capsule (right-down)	129
Figure 5.5: Composite layer contour (violet) over mandrel contour (black)	130
Figure 5.6: Simulation of 45° fiber path on symmetric models: tube (left-up), vessel (right-up), double sided tank (left-down) and conic capsule (right-down)	131
Figure 5.7: Graphical view of tube simulation on four different oriented layers	134
Figure 5.8: Diagrams of MATLAB Tube simulation on Polar 10° oriented layer and correlation graphs	135
Figure 5.9: Diagrams of MATLAB Tube simulation on helical 45° oriented layer and correlation graphs	137
Figure 5.10: Diagrams of MATLAB Tube simulation on helical 60° oriented layer and correlation graphs	139
Figure 5.11: Diagrams of MATLAB Tube simulation on radial 90° oriented layer and correlation graphs	140
Figure 5.12: Simulation of 45° layer on conic capsule, double-sided tank and vessel in Rhinoceros 3D.....	142
Figure 5.13: Diagrams of MATLAB conic capsule (upper) and double-sided tank (lower) simulation on helical 45° oriented layer and correlation graphs	143
Figure 5.14: Perspective Rhinoceros 3D simulation on conic capsule and double- sided tank with fiber path 45° oriented	144
Figure 5.15: Diagrams of MATLAB vessel simulation on helical 45° oriented layer and correlation graphs	145
Figure 5.16: Non-geodesic 45° fiber path on vessel simulated in Rhinoceros 3D .	145
Figure 5.17: Geodesic 45° (left) and minimum geodesic 11.54° (right) fiber path on vessel simulated in Rhinoceros 3D	146

Figure 5.18: Radial (left) and Transitional (right) layer on vessel simulated in Rhinoceros 3D	147
Figure 5.19: Difference between isotensoid (red) and ellipsoidal (blue) dome	148
Figure 5.20: Difference between isotensoid and ellipsoidal dome through MATLAB correlation graphs	148
Figure 5.21: Variable distance between geodesic paths on concave/convex surface	149
Figure 5.22: Bridging effect over concave surface	149
Figure 5.23: Stress and deformation graphs of samples – series A1 from Zwick/Roell Z400 universal tensile testing machine	152
Figure 5.24: Stress and deformation graphs of samples – series A2 from Zwick/Roell Z400 universal tensile testing machine	153
Figure 5.25: Stress and deformation graphs of samples – series A3 from Zwick/Roell Z400 universal tensile testing machine	154
Figure 5.26: Stress and deformation graphs of samples – series A4 from Zwick/Roell Z400 universal tensile testing machine	155
Figure 5.27: Force and displacement graphs of samples – series A5 from Zwick/Roell Z050 universal tensile testing machine	156
Figure 5.28: Effect of winding angle on hoop tensile strength	157
Figure 5.29: Effect of winding angle on hoop tensile modulus.....	157
Figure 5.30: Damages made during tensile tests of the split-disk specimens with different winding angles of the glass fibers.....	159
Figure 5.31: Geometry of 3D model of elbow with 90° span and simulated geodesic 75° fiber path.....	163
Figure 5.32: Minimum winding angle on torus limited do maximum R=500mm.....	164
Figure 5.33: Geometry of 3D model of elbow with 120° span and simulated geodesic 73° fiber path.....	164
Figure 5.34: Perspective Rhinoceros 3D simulation on elbows 90° span (left) and 120° span (right) with geodesic fiber path 75° and 73° oriented, respectively	165
Figure 5.35: Perspective Rhinoceros 3D simulation on elbow 90° span with non-geodesic (red) and geodesic (blue) fiber path 75° oriented.....	166
Figure 5.36: Geometry of 3D model of elbow with 90° span and large cylindrical extensions and simulated geodesic 75° fiber path	167

Figure 5.37: Geometry of 3D model of elbow with 90° span and large cylindrical extensions and simulated non-geodesic 75° fiber path	167
Figure 5.38: Perspective Rhinoceros 3D simulation on elbow 90° span and large cylindrical extensions with non-geodesic (red) and geodesic (blue) fiber path 75° oriented	168
Figure 5.39: MATLAB simulation and diagram of θ - ϕ relation of elbow 90° span and geodesic fiber path 75° oriented.....	169
Figure 5.40: MATLAB diagram of winding angle to axis position on elbow 90° span and 75° angle orientation on one cycle relative to axis direction and great circle...	170
Figure 5.41: Geometry of 3D model of S-shape with cylindrical extensions and simulated non-geodesic fiber path	171
Figure 5.42: Perspective Rhinoceros 3D simulation on S-shape with non-geodesic fiber path	171
Figure 5.43: MATLAB Simulation on T-Shape Stage I fiber path, perspective (left) and bottom view (right).....	172
Figure 5.44: MATLAB Simulation on T-Shape Stage II fiber path, perspective (left) and bottom view (right).....	173
Figure 5.45: MATLAB Simulation on T-Shape Stage III fiber path, perspective (left) and bottom view (right).....	173
Figure 5.46: MATLAB Simulation on T-Shape, perspective view	174
Figure 5.47: T-Shape possible limitations of fiber path, red arrows – lack of material, blue arrow – over stacking material.....	175
Figure 5.48: MATLAB Simulation on T-Shape full coverage, perspective view	175
Figure 5.49: Basic geometry of T-Shape (left) and modified (right).....	176
Figure 5.50: Rhinoceros simulation on modified T-Shape in three stages	176
Figure 5.51: Two different simulations on developable surfaces with 45° oriented geodesic path.....	179
Figure 5.52: Two perspectives of developable surface with geodesic fiber path ...	180
Figure 5.53: Path simulation on a partially developable horseshoe-shaped surface with a pentagonal cross-section	181
Figure 5.54: Perspective view on horseshoe-shaped surface with a pentagonal cross-section and path deviation.....	182

Figure 5.55: Concept idea of helical fiber 55° path on pipe system (as partially developed surface)..... 182

Figure 5.56: Concept idea of radial fiber path on pipe system (as partially developed surface) 183

Figure 5.57: Geometric construction of custom (non-developable) surface and simulated fiber path..... 184

Figure 5.58: An arc-shaped tubular surface with various triangular cross-sections reversely oriented at the ends and simulated fiber path 184

Figure 5.59: S-Shape with triangular cross-section and NURBS arcs and simulated fiber path 185

Figure 5.60: An Elbow shaped surface with rectangular cross-section and simulated fiber path 186

Figure 5.61: Concept idea of fiber path on spiral tube..... 186

Листа од табели

Табела 4.1: Карактеристики на компонентите на смолниот систем.....	118
Табела 4.2: Сооднос на компонентите.....	118
Табела 4.3: Карактеристики на смолниот систем.....	118
Табела 5.1: Споредба на реалниот радијален агол во зависност од радиусот на мандрелот и ширината на влакната	127
Табела 5.2: Активна и транзициона должина на патеката на влакната, шема, покриеност и замотување на цевка.....	141
Табела 5.3: Резултати од јакост на истегнување на епруветите – прстени според сплит-дискот тестовите	158

List of tables

Table 4.1: Characteristics on resin system components.....	118
Table 4.2: Components ratio	118
Table 4.3: Characteristics on resin system	118
Table 5.1: Comparing actual radial angle depending of mandrel radius and fiber width	127
Table 5.2: Active and transition fiber path length, pattern, coverage and dwell on tube	141
Table 5.3: Hoop tensile strength results of split-disk tests	158

СОДРЖИНА

1	ВОВЕД.....	27
1.1	Мотивација на истражувањето.....	27
1.2	Композитни материјали и современи технологии за производство на композитни материјали	37
1.3	Преглед на технологијата со намотување на влакна	43
1.4	Значајност од развој на математички модели за композитни делови... 47	
2	ПРЕГЛЕД НА ЛИТЕРАТУРА	54
2.1	Историски преглед на технологијата со намотување со влакна.....	54
2.2	Постоечка литература за математичко моделирање со намотување на влакна	55
2.2.1	Симетрични композитни делови.....	55
2.2.2	Асиметрични композитни делови	56
2.3	Предности и недостатоци на актуелните техники за моделирање	62
3	ЦЕЛ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО	66
4	МЕТОДИ НА ИСТРАЖУВАЧКА РАБОТА.....	69
4.1	Моделирање на технологијата со намотување на влакна преку механичка анализа	71
4.2	Математички модели на континуирани патеки врз симетрични и несиметрични форми.....	74
4.2.1	Дефинирање на математички модел на симетрични форми	74
4.2.1.1	Основи и концепти на фундаментална форма, криви во простор и кривини.....	76
4.2.1.2	Модел на геодезиски и негеодезиски патеки	79
4.2.1.3	Модел на континуирани патеки врз ротациони тела	82
4.2.2	Модели на континуирани патеки врз асиметрични форми.....	93
4.2.2.1	Модел на континуирани геодезиски и негеодезиски патеки врз торусни форми.....	93

4.2.2.2	Модели на континуирани патеки врз композитни L, S и T спојници	98
4.2.2.3	Модел на континуирани патеки врз произволни форми преку параметарски домен.....	109
4.3	Примена на математичкиот модел со симулација на симетрични композити	116
4.4	Производство на симетричен дел (стаклени композитни цевки).....	117
4.4.1	Избор на карактеристики за квалитет: јакост на истегнување	121
5	РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЈА	125
5.1	Резултати од математичките модели за патека на влакното на симетрични композитни делови	125
5.2	Резултати од испитување на симетрични композитни цевки.....	150
5.3	Резултати од математичките модели за патека на влакното на асиметрични композитни делови.....	163
5.4	Резултати од математичките модели за патека на влакното на произволни композитни делови преку параметарски домен.....	177
5.5	Значајност од истражувањето за технологијата со намотување на влакна	188
5.6	Ограничувања на истражувањето.....	190
6	ЗАКЛУЧОК	192
7	РЕФЕРЕНЦИ.....	196

1 ВОВЕД

1.1 Мотивација на истражувањето

Композитните материјали се класа на инженерски материјали чијашто примена во последните години многу се применуваат во различни индустрии. Композитите се составени од два или повеќе конституентни материјали, секој со различни својства, комбинирани заедно за да создадат материјал со подобрени перформанси и карактеристики. Уникатната комбинација на материјалите овозможува композитите да покажат супериорни механички, термички и електрични својства во споредба со традиционалните материјали.

Конституентите на композитните материјали најчесто се категоризираат во две главни компоненти: матрица и зајакнувач. Материјалот за матрица дејствува како сврзувач и ги држи материјалите зајакнувачи заедно, со тоа што му овозможува поддршка и пренос на силите. Чести материјали за матрици се полимери, метали, керамики и нивни композити. Материјалите за зајакнувачи пак, од друга страна, најчесто се во форма на влакна или честиси, и му додаваат цврстина, крутост и други специфични својства на композитот. Зајакнувачите можат да бидат направени од материјали како карбонски влакна, стаклени влакна, арамидни влакна¹, дури и природни влакна.

Комбинацијата на материјалите за матрица и зајакнувач резултираат со композит кој нуди исклучителни механички својства, како голема цврстина, крутост и јакост. Дополнително, композитите можат да покажат и посакувани карактеристики како отпорност на корозија, на влага, како и нивната мала тежина. Овие напредни својства ги прават композитите многу посакувани за индустриите од воздухопловство и автомобилизам до спортски реквизити.

Изборот на материјали за матрица и зајакнувач зависи од желбата за својства на композитот и во побарувањето на неговата специфична намена. Изборот на материјал за зајакнувач ја определува цврстината и крутоста на композитот, додека материјалот за матрица влијае врз издржливоста на композитот, како и влијанието од околината. Со избор на комбинација и поставување на овие

¹ се добиваат со мешање на парафенилен диамин и терефталил хлорид во органски растворувач за да се формира полипарфенилен-терфталамид (Ноа, 2009)

материјали, инженерите и истражувачите можат да дизајнираат композити со специфични карактеристики во пресрет на побарувањата на разни примени.

Целата идеја (според (Chawla, 1998)) и генерална филозофија околу композитните материјали (а со тоа и дизајнот со нив) е тоа што, главно, може да се направи материјал за која било посакувана функционалност. Оттука, поаѓаме со функција, а не со материјал, во смисол да се пресретнат некои механички и/или термички услови на напрегања во самиот производ од композит.

Користењето на композити ги револуционизираше многу индустрии со овозможување на развој на полесни, појаки и многу поефикасни производи. Во воздухопловството, композитите целосно ги заменија традиционалните материјали во структурите на авионите, намалуваќи ја нивната тежина и зголемувајќи ја ефикасноста на потрошувачка на гориво. Во автомобилскиот сектор, композитите се искористени во конструкциите на полесни каросерии, со што се намали значително емисијата на гасови. Во индустријата за градежништво наоѓаат голема примена токму поради отпорноста на корозии и во флексибилниот дизајн со што доведува до иновативни архитектонски решенија.

Додека композитните материјали нудат многу предности, има и предизвици кои треба да се потенцираат. Дизајнот и производство на композити бара специјализирано знаење и експертиза. Анизотропската природа на композитите, што значи дека нивните својства зависат од насоката на зајакнувачите, претставува предизвик во предвидувањето на нивното однесување под различни услови на оптоварување. Дополнително, контролата на квалитет, трошокот и процесите на рециклирање се теми кои бараат континуирано истражување и развој.

Развојот на математички модели за дизајн на симетрични и асиметрични композитни делови е основа за оптимизација на нивните перформанси која нуди предвидување на нивното однесување, и како таков претставува водач во процесот на дизајн на композити. Моделите треба да обезбедат точна претстава за структурата и однесувањето на композитите, а преку истражување и развој на соодветни методи, истите треба кај композитот да обезбедат исполнување на бараните перформанси врз основа на анализирани параметри.

Генерално, воведот во композитните материјали поставува основа за разбирање на композициите, својствата и намената. Ги потенцира предностите и предизвиците поврзани со композитните материјали и ги нагласува потребите за напредни математички модели како поддршка на дизајнот на симетрични и асиметрични композитни делови. Преку понатамошно истражување и развој, композитите имаат потенцијал на континуирана трансформација на индустриите и овозможување на креации со иновативни и одржливи решенија.

Композитните материјали наоѓаат широка примена во различни индустрии токму поради нивните уникатни комбинации на својства и разноврсност. Нивната лесна тежина, голема јакост, издржливост и флексибилност во дизајнот ги прават композитите идеални за широка примена. Еве неколку клучни области каде што најчесто се користат композитните материјали:

- *Воздухопловство*: воздухопловната индустрија на широко ги применува композитните материјали токму поради нивната природа на лесна тежина, јакоста и издржливоста. Композитните материјали се користат во структурите на авионите, вклучувајќи ги крилјата, телото, опашката и внатрешните компоненти. Со намалување на тежината на авионот, композитите придонесуваат во подобрување на ефикасноста при трошење на гориво, зголемен капацитет на носивост и подобрени перформанси.
- *Автомобилство*: композитните материјали играат витална улога во индустријата за автомобили поради намалувањето на нивната тежина што, исто така, ја подобрува потрошувачката на гориво. Композитни компоненти се користат во каросериите, шасиите, ентериерот, како и во компонентите за суспензија. Со замена на традиционалните материјали со композити во возилата, тие можат да постигнат висока редукција на тежина без да ја загорзат сигурноста и перформансите.
- *Обновлива енергија*: композитните материјали имаат значајна примена во секторот за обновлива енергија, посебно во ветерници и сончеви панели. Перките на ветерните турбини вообичаено се прават од композитни материјали поради големата јакост и крутост и отпорност на влијанијата од околината. Композитите, исто така, се користат и во производство на

сончеви панели, со што придонесуваат со нивната лесност, трајност и отпорност на корозија.

- *Морнарство*: придобивките на морнарската индустрија од користењето на композитните материјали како алтернатива е во бродоградителството на бродови, јахти и морски структури. Композитите нудат одлична отпорност од корозија од морската вода и обезбедуваат висок однос на јакост со тежина што резултира со бродови кои се побрзи и со ниска потрошувачка на гориво. Дополнително, композитите овозможуваат флексибилен дизајн за правење на сложени форми и произволни компоненти.
- *Градежништво и инфраструктура*: композитните материјали најдуваат примена во индустријата за градежништво во конструкциите на мостови, архитектонски структури и инфраструктурни компоненти. Композитите му нудат предности како нивната голема јакост, отпорност од корозија и флексибилност на дизајн со што му овозможуваат на конструкциите да бидат полесни и поиздржливи. Се користат како зајакнувачки арматури, фасади и подни системи.
- *Спорт и рекреација*: композитните материјали ја револуционизираа индустријата за спорт и рекреација со овозможување на полесна опрема со високи перформанси. Композитните материјали се користат во производство на тениски рекети, голфски палки, велосипеди, ски, шлемови и заштитни елементи. Супериорната јакост и крутост на композитите придонесува во подобрување на перформансите и издржливоста во нивната намена.
- *Електроника*: композитните материјали наоѓаат примена во индустриите за електроника во печатењето на интегралните кола каде што композитите со специфични својства на диелектричност како изолазија и термичко распределување. Композитите, исто така, се користат во електрични куќишта, конектори и изолациски компоненти.
- *Медицина и здравство*: Композитните материјали се користат во медицината за намена како што се протетика, ортопедски импланти и забни компоненти. Композитите нудат биокомпатибилност, јачина и способност да имитираат природни ткива, што резултира со подобрена удобност и функционалност на пациентот.

Ова се само неколку примери за различниот опсег на апликации за композитни материјали. Постојаниот развој на композитните технологии, заедно со напредокот во производните процеси, овозможува понатамошно истражување на нови апликации и усовршување на постоечките. Уникатната комбинација на својства понудени од композитите продолжува да поттикнува иновации во различни индустрии, што ги прави клучен материјал за современите инженерски решенија.

Композитните материјали нудат бројни предности шти ги прават атрактивни за широка примена. Меѓутоа, тие имаат, исто така, и одредени ограничувања кои треба да се земат предвид. За ефективна примена на композитните материјали потребно е добро познавање на предностите и ограничувањата на истите.

Предности на композитните материјали:

- *Голем сооднос на јакост-тежина*: Композитните материјали поседуваат исклучителна цврстина и крутост додека истовремено се лесни. Овој висок сооднос јакост-тежина овозможува развој на лесни структури без да се загрози интегритетот или перформансите на структурата. Тоа е особено повољно во индустриите како што се воздухопловната и автомобилската, каде што намалувањето на тежината е критично.
- *Прилагодливи својства*: Композитните материјали нудат флексибилност за приспособување на нивните својства според специфичните барања за примена. Со избирање соодветни материјали за зајакнување, материјали за матрица и техники на изработка, инженерите можат да дизајнираат композити со посакуваните карактеристики како што се јакост, крутост, топлинска спроводливост, електрична спроводливост и отпорност на корозија.
- *Флексибилност на дизајн*: Композитите обезбедуваат флексибилност на дизајнот, овозможувајќи создавање на сложени форми и структури кои тешко се постигнуваат со конвенционални материјали. Со ориентирање и поставување на материјалите за зајакнување, инженерите можат да ги оптимизираат својствата на материјалот во различни насоки, што резултира со структури кои ефикасно ги распределуваат оптоварувањата и ги подобруваат вкупните перформанси.

- *Отпорност на корозија и хемикалии*: Многу композитни материјали покажуваат одлична отпорност на корозија и хемикалии, особено оние со неметални матрици. Ова својство ги прави композитите погодни за примена во агресивни средини, како што се морски и хемиски центри за преработка.
- *Издржливост и механичка отпорност*: Композитните материјали покажуваат супериорна издржливост и оптоварување од удар во споредба со традиционалните материјали. Тие можат да издржат циклично оптоварување и да ја апсорбираат енергијата за време на удари, што ги прави погодни за апликации каде издржливоста и отпорноста на ненадејни оптоварувања се критични.
- *Термичка стабилност*: Композитите покажуваат добра термичка стабилност, одржувајќи ги нивните механички својства на широк опсег на температури. Оваа особина ги прави погодни за апликации подложени на екстремни температурни услови, како што се воздухопловни компоненти и индустриска опрема.

Ограничувања на композитните материјали:

- *Цена*: Композитните материјали може да бидат поскапи од традиционалните материјали поради високата цена на суровините, специјализираните производни процеси и квалификуваната работна сила потребна за изработка. Цената на композитните материјали останува ограничувачки фактор за нивното широко усвојување, особено во индустриите чувствителни на трошоци.
- *Сложено производство*: Производството на композитни материјали често бара специјализирана опрема, капацитети и експертиза. Процесите на изработка може да бидат сложени и одземаат многу време, вклучувајќи прецизна контрола на температурата, притисокот и условите за стврднување. Оваа сложеност ги зголемува трошоците за производство и може да ја ограничи приспособливоста на производните процеси.
- *Анизотропно однесување*: Композитите покажуваат анизотропно однесување, што значи дека нивните својства варираат во зависност од насоката на применетите оптоварувања. Дизајнирањето и анализата на композитните структури бара разгледување на анизотропијата на

материјалот, што додава сложеност на процесот на дизајнирање и бара напредни техники за инженерска анализа.

- *Рециклирање и отстранување*: Композитните материјали претставуваат предизвик во однос на рециклирањето и отстранувањето. Повеќето композитни материјали не се лесни за рециклирање поради сложеноста на одвојувањето на матрицата и материјалите за зајакнување. Исто така, треба да се реши правилното отстранување на композитниот отпад за да се минимизира влијанието врз животната средина.
- *Контрола на квалитет*: Обезбедувањето постојан квалитет и сигурност на композитните материјали може да биде предизвик. Варијациите во производните процеси, својствата на материјалот и техниките на изработка може да резултираат со недоследности и дефекти во композитните делови. Неопходни се ригорозни мерки за контрола на квалитетот за да се одржи доверливоста и перформансите на производот.
- *Ограничена поправливост*: Поправката на оштетените композитни структури може да биде сложена, особено за напредни композити. Процесот на поправка често бара специјализирани техники и експертиза, што бара повеќе време и го прави поскап во споредба со поправката на традиционалните материјали.

И покрај овие ограничувања, континуираните напори за истражување и развој се фокусирани на справување со овие предизвици и проширување на можностите на композитните материјали. Напредокот во науката за материјали, производствените технологии и техниките за рециклирање имаат за цел да ги подобрат перформансите, да ги намалат трошоците и да ја подобрат одржливоста на композитните материјали. Тековните истражувања се фокусирани на развивање поекономични методи на производство, подобрување на техниките за рециклирање и отстранување, подобрување на способноста за поправка и оптимизирање на целокупниот животен циклус на композитните материјали.

Понатаму, предностите на композитните материјали често ги надминуваат нивните ограничувања, особено во апликации каде што нивните уникатни својства се критични. Способноста да се постигнат лесни структури, голема јакост и приспособени својства може да резултира со значителни придобивки

како што се зголемена ефикасност на горивото, подобрени перформанси и намалено влијание врз животната средина.

За да се ублажат ограничувањата на композитните материјали, од суштинско значење е да се земат предвид специфичните барања на секоја намена за време на фазата на избор на материјал и дизајн. Ова вклучува евалуација на фактори како што се економичност, изводливост на производството, размислувања за одржување и поправка и опции за отстранување на крајот на работниот век. Соработката помеѓу научниците за материјали, инженерите, производителите и регулаторните тела игра клучна улога во поттикнувањето на напредокот, обезбедувањето контрола на квалитетот и промовирањето на одржливи практики во индустријата за композитни материјали.

И покрај се, иако композитните материјали нудат бројни предности, тие исто така имаат одредени ограничувања кои треба внимателно да се разгледаат. Со тековните напори за истражување и развој, композитните материјали продолжуваат да се развиваат, поместувајќи ги границите на она што е можно во однос на перформансите, издржливоста и одржливоста. Со разбирање на нивните предности и ограничувања, засегнатите страни можат да го искористат целосниот потенцијал на композитните материјали и да донесуваат одлуки за нивните соодветни намени.

Останува на крај од овој дел да се напоменат и актуелните практики за дизајн на композитни материјали.

Дизајнот на композитните структури вклучува уникатен сет на размислувања поради различните својства и однесувања на композитните материјали. Со текот на годините, дизајнерските практики за композити еволуираа за да се справат со специфичните предизвици и можности претставени од овие материјали. Овде, истражуваме некои од актуелните практики за дизајн што се користат во областа на композитни материјали:

- *Избор на материјал:* Првиот чекор во композитниот дизајн е избор на соодветна комбинација на материјали за зајакнување и матрица врз основа на посакуваните барања за изведба. Факторите како што се механичките својства, топлинските карактеристики, отпорноста на околината и трошоците играат клучна улога во изборот на материјалот. Напредни софтверски алатки и бази на податоци се достапни за да им

помогнат на инженерите во оценувањето и споредувањето на различните опции за материјали.

- *Дизајн на ламинат*: Композитните конструкции често се составени од повеќе слоеви или ламинати, секој со различни ориентации и секвенци на натрупување на материјали за зајакнување. Дизајнерите користат специјализирани софтверски алатки за да ги оптимизираат конфигурациите на ламинатот и да ја одредат најефикасната шема за поставување. Со прилагодување на ориентацијата и дебелината на секој слој, анизотропните својства на материјалот може да се искористат за да се максимизираат структурните перформанси.
- *Структурна анализа*: точната структурна анализа е од суштинско значење за предвидување на однесувањето на композитните компоненти под различни услови на оптоварување. Анализата на конечни елементи (FEA) најчесто се користи за симулирање и евалуација на структурниот одговор на композитните структури. Напредните софтверски пакети инкорпорираат способности за композитно специфични анализи, дозволувајќи им на инженерите да ги проценат факторите како што се дистрибуција на напрегање, крутост, свиткување и режими на дефект.
- *Производство*: Дизајнирањето за производственост е од клучно значење во композитните апликации. Дизајнерите треба да ги земат предвид факторите како што се ракувањето со материјалот, обликувањето, алатките и ограничувањата на процесот во фазата на дизајнирање. Тесната соработка со производствени експерти помага да се осигура дека дизајнот може ефективно да се преведе во композитна компонента што може да се изработи.
- *Техники на спојување и прицврстување*: Спојувањето на композитните компоненти може да биде предизвик поради хетерогената природа на материјалот. Различни методи како што се лепење со лепило, механичко прицврстување и техники на хибридно спојување се користат за да се создадат цврсти врски помеѓу композитните делови. Дизајнерите мора внимателно да го разгледаат заедничкиот дизајн, компатибилноста на материјалите и влијанието врз структурниот интегритет.

- *Тестирање и валидација*: Тестирањето и валидацијата на прототипот се клучни чекори во процесот на дизајнирање за да се потврдат предвидените перформанси на композитните структури. Физичкото тестирање, како што се тестирање на статичко и динамичко оптоварување, се спроведува за да се потврди структурното однесување, да се идентификуваат режимите на дефект и да се процени точноста на аналитичките модели. Резултатите од тестирањето даваат вредни повратни информации за рафинирање на дизајнот и обезбедување усогласеност со барањата за безбедност и изведба.
- *Дизајн на одржливост*: Со зголемен акцент на одржливоста, дизајнерите ги вклучуваат размислувањата за влијанието врз животната средина и исфрлањето на крајот од животниот век на композитните структури. Дизајнирањето за расклопување, можност за рециклирање и инкорпорирање на обновливи или рециклирани материјали се важни фактори во одржливите практики на композитен дизајн.
- *Индустриски стандарди и упатства*: Постојат бројни индустриски стандарди и упатства за да се обезбедат најдобри практики за композитен дизајн. Организациите како што се ASTM International, ISO и асоцијациите специфични за индустријата објавуваат стандарди поврзани со тестирање на материјали, методологии за дизајн и контрола на квалитетот. Почитувањето на овие стандарди помага да се обезбеди конзистентност, доверливост и безбедност во композитниот дизајн и производство.

Овие актуелни практики за дизајнирање на композитни материјали имаат за цел да ги оптимизираат структурните перформанси, изработката и одржливоста. Постојаниот напредок во науката за материјали, производствените технологии и софтверот за дизајн дополнително ги подобруваат можностите и доверливоста на композитните структури. Соработката помеѓу дизајнерите, инженерите, добавувачите на материјали и производителите е клучна за ефикасно спроведување на овие дизајнерски практики и поместување на границите на композитните апликации.

1.2 Композитни материјали и современи технологии за производство на композитни материјали

Материјалите се основни елементи на сите природни и направени од човекот структури. Технолошкиот процес е поврзан со континуирано подобрување на постоечките својства на материјалите исто како и експанзијата на структурни класи и типови од материјали. Обично, нови материјали се појавуваат поради потребата за подобрување на ефикасноста на структурите и нивните перформанси (Vasiliev & Morozov, 2013).

Најпроста дефиниција (според (Tuttle, 2013)) за композитен материјал е „материјал составен од два или повеќе материјали поврзани заедно за да формираат друг материјал“. Kaw (Kaw, 2006) дава поопширна дефиниција, според која композит е структурен материјал кој е комбинација на два или повеќе конституенти кои се комбинираат на макроскопско ниво. Едниот конституент се нарекува зајакнувач, а другиот во кој се поврзува се нарекува матрица. Композитите се хетерогени материјали и нивните својства ќе зависат од повеќе фактори вклучително и внатрешните карактеристики на конците и матрицата (Delhaes, 2003).

Континуираните конци се економични и преставуваат форма на зајакнување со конци кои можат да се ориентираат во согласност со насоката на напрегање во структурата (Noorabadi, Jam, Taghavian, & Fotuhie, 2013).

Композитните материјали се познати по нивните исклучителни механички, термални и електрични својства, кои ги прават високо посакувани за широк ранг на примена. Овие својства се резултат на комбинација на различни материјали конституенти во композитната структура. Разбирајќи ги својствата на композитните материјали е круцијално за нивен ефективен дизајн и примена.

Понатаму, во ова истражување, композитните материјали како дел од технологијата, нема да бидат предмет на истражување со нивните особености и карактеристики, туку главниот акцент е ставен на геометрискиот дизајн на делови од композити и производство на истите со примена на автоматизација во технолошкиот процес. Сепак мотивацијата на истражувањето се некои од клучните својства кои ги покажуваат композитните материјали:

- *Јакост и крутост*: композитните материјали се познати по нивниот висок однос на јакост со тежина. Со вклучување на јаки и крути материјали за

зајакнувачи, како на пример карбонски или стаклени влакна во матрицата, композитите можат да покажат супериорна јакост и крутост во споредба со традиционалните материјали. Ова овозможува развој на лесни структури кои можат да издржат јаки оптоварувања и напрегања.

- *Лесност*: една од најзначајните предности на композитните материјали е нивната слаба густина, која придонесува во нивната природа на лесни материјали. Со замена на потешки материјали, како металот, со композити, редуцијата на тежина може да се постигне без да се жртвува структурниот интегритет. Ова својство е практично највредно во индустриите каде редуцијата на тежина е критична.
- *Трајност и издржливост*: композитите покажуваат одлични особини на трајност и издржливост. Тие можат да издржат циклични оптоварувања и повторувачки напрегања без значајни деградации. Ова својство ги прави композитите погодни за намени кои бараат пролонгирано животно сервисирање и отпорност на условите од средината, како ветерни турбини и поморски структури.
- *Отпорност на корозија*: многу композитни материјали покажуваат вродена отпорност на корозија поради нивната неметална матрица. За разлика од металите, кои се подложни на корозија, композитите можат да опстојат на сурови средини, вклучувајќи изложеност на влага, хемикалии и солена вода. Ова својство го продолжува животниот век на композитните структури и ги намалува потребите од одржување.
- *Термичка стабилност*: композитите често покажуваат одлична термичка стабилност, задржувајќи ги механичките својства преку низа од температурни вредности. Тие можат да ја одржат нивната јакост и крутост дури и под екстремни температурни услови, правејќи ги погодни за примена која вклучува високо температурни средини, како во воздухопловството и производство на индустриските опреми.
- *Електрична и термичка спроводливост*: електричната и термичката спроводливост на композитите може да се прилагоди со изборот на соодветни конституентни материјали. Додека едни композити имаат ниска електрична и термичка спроводливост, правејќи ги погодни за изолаторни намени, други можат да имаат висока спроводливост за намени кои

бараат дисипација на топлина или електрична спроводливост, како во електронските уреди и ладилниците.

- *Флексибилност на дизајн*: композитите нудат извонредна флексибилност во дизајнот поради нивните анизотропни својства. Со подредување на ориентацијата на зајакнувачите, инженерите можат да ги прилагодат механичките својства на композитите кон специфични насоки или региони во самата структура. Ова овозможува оптимални дизајни кои ефикасно ги дистрибуираат оптоварувањата и ги подобруваат вкупните перформанси во целост.
- *Акустични својства*: композитните материјали можат да покажат одлични акустични својства, вклучувајќи звучна апсорпција и звучна изолација. Ова својство ги прави соодветни за намени каде редукацијата на гласност или акустичната изолација е важна, како во изградба на згради, автомобилски интериери и аудиоопреми.

Разбирајќи ги овие својства на композитните материјали е важно за нивен ефективен дизајн и примена во различни индустрии. Со искористување на уникатните карактеристики на композитите, инженерите можат да развијат полесни, издржливи и структури со високи перформанси кои пресретнуваат специфични побарувања за различни намени. Точната комбинација на конституентните материјали и дизајнот на композитните структури се клучните фактори во постигнувањето на посакуваните својства и оптимизација на перформансите.

Композитните материјали се произведуваат преку специјализирани процеси кои вклучуваат комбинирање на материјали за матрица и зајакнувачи за да се создади краен продукт со посакувани својства. Изборот на производствен метод зависи од фактори како што се: типот на композитниот материјал, намената и посакуваните својства на крајниот продукт.

Еден од најсовремените пристапи кон технологијата за производство на композити е примената на повеќе роботски конфигурации. За да се зголеми флексибилноста на технологијата се нуди опција за воведување два работи, главен и помошен, како метод за производство на специфична геометриска структура, која ќе биде поддржана од помошен робот кој ќе игра улога на мандрел (Kochoski, Dukovski, Samak, Cvetkoska, & Petkoska, 2022).

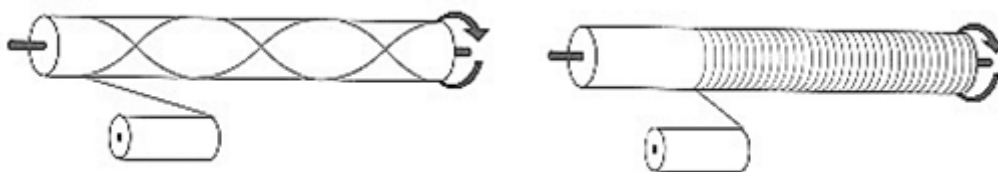
Следуваат најчесто користени методи за производство на композити:

- *Рачно полагање*: наједноставна техника која вклучува мануелно поставување на зајакнувачи во калап проследено со примена на смола рамномерно распстранета со употреба на ролер.
- *Полагање со препрег*: препрег е претходно импрегниран материјал зајакнат со влакна каде што смолата е делумно зацврстена. Најчесто препрегот користи систем од епоксидни смоли како матрици и влакна од карбон, стакло или арамид. Полагањето со препрег бара користење на специјални машини наменети за оваа технологија за производство на композитни делови.
- *Производство во калапи*: нанесување композитни конституенти во калап кои се формираат продуктите преку рамномерен притисок на ламинатот (насочен слој од матрица и зајакнувачи).
- *Производство со автоклав*: автоклав претставува резервоар под притисок кој содржи компресиран гас за време на обработката на композитот.
- *Моделирање под притисок*: композитниот производ се обликува со користење на машко-женски калапи кои под дејство на притисок формираат одредена форма врз веќе поставена количина на смола и влакна.
- *Моделирање со пренос на смола*: се користат калапи со влезни отвори за спроведување на смолата и излезни отвори за испуштање на воздухот. Зајакнувачите (влакната) се поставуваат суви во калапот и се испумпува течната смола, процесот се завршува со загревање на калапот до стврднување на смолата.
- *Пултрузија*: претставува континуиран процес на производство кој се користи за да се произведат форми со константен напречен пресек. Влакната континуирано се влечат низ калап во одредена форма, со присуство на смола, каде што се формираат деловите преку процес на зацврстување.
- *Намотување со влакна*: автоматски систем на влакна и смола со технологија на континуирано намотување врз мандрел (зададена форма, најчесто осно-симетрична како цевка, резервоар или сфера, но

вистинскиот предизвик е затворена асиметрична форма) до целосно покривање на моделот и достигнување на посакуваната дебелина.

Во ова истражување ја користиме технологијата на намотување со влакна, па затоа и ќе се задржиме повеќе на оваа технологија. Денеска, автоматизацијата на овие автоматски системи е високо развиена и се користат најразлични машински конфигурации, од малечки едно-осни портални машини до роботски повеќе-осни конфигурации. Во основата на начинот на намотување овие конфигурации се делат на: хелидијални и поларни (слика 1.1).

Хелидијалната машина за намотување е слична на струг. Мандрелот ротира континуирано додека машинското око се движи напред-назад. Ротационата брзина на мандрелот и линеарната брзина на машинското око може да се прилагоди за да произведе било која ориентација на влакната меѓу 5° и 90° , последниов агол се нарекува радијално намотување.



Слика 1.1: Хелидијално намотување на влакна (лево) и радијално намотување (десно)

Figure 1.1: Helical filament winding (left) and Radial filament winding (right)

Неколку движења напред-назад по хоризонталната оска се потребни за да се покрие целосно еден слој на мандрелот. Таков слој секогаш е двослоен балансиран ламинат со $\pm\theta$. Зајакнувачот од влакна се носи од гатерот (автоматски регулатор на тензија) и полица за шпулни и преку уред за тензија или кочница која може да се прилагоди да ја контролира тензијата на зајакнувачот. Следно, зајакнувачот поминува низ када со смола за да собере смола. После ова, навлажнетиот зајакнувач се пренесува преку машинското око, кое пак е прикачено на хоризонталната оска. Хелидијална машина за намотување природно произведува геодезиска патека, која е патека која ја следи влакното под тензија на површината на мандрелот. За посложени форми, машината може да биде програмирана да прави девијација од геодезиската патека. Во тој случај, крајот ќе се стреми да се слизне до геодезиската патека. Разликата помеѓу геодезиска патека и произволна патека е во аголот на

пролизгување, кој е ограничен преку условите на производство. Слободен конец, растегнат меѓу две точки на конвексна страна на некоја површина ја следи геодезиската патека. Ако формата на површината може да се дизајнира таква што геодезиската патека се совпаѓа со резултантата на радијалната и меридијалната сила, таквата површина се нарекува геодезиска купола. Дизајн на такви форми се користи како крајни куполи на резервоарите под притисок.

Поларни машини за намотување се користат за да се произведат сферични резервоари или цилиндрични резервоари со однос на дожина-дијаметар помала од 2.0. Поларната машина за намотување е поедноставна, што значи и поевтина, и побрза отколку хелидијалната. Се состои од рака која ротира околу мандрелот носејќи го конечот по раминска патека. Мандрелот полека повлекува така што раката ја покрива површината. Освен за совршена сфера, рамнинската патека секогаш има агол на пролизгување во однос на геодезиската патека која ја ограничува примената на поларните машини за полагање на сферични површини.

После процесот на намотување следува процесот на зацврстување на смолата (полимеризација) каде што намотаниот мандрел се отстранува од машината и се поставува во специјални гасни или електрични печки, каде што се загрева при константно ротирање.

Од самата технологија може да се види дека мандрелот останува како дел од производот. Неколку типови на мандрели се развиени така да се олесни отстранувањето на композитот. Најлесната алтернатива која се користи за некои резервоари под притисок е користење на метален лајнер како мандрел и да се остави лајнерот како интегрален дел од производот. Колапсибилни мандрели се изработуваат од сегменти за да може да се расклопи откако делот ќе биде испечен. Овие се најскапите мандрели и затоа се користат за масовно производство. Се прави и растворлив песочен мандрел од песок и поливинил алкохол. Смесата се лие на два или повеќе делови така што кога ќе се склопат ја дават посакуваната форма. Кога композитот е испечен мандрелот се распаѓа со вбризување на жешка вода.

Најголеми ограничувања на намотувањето со конци се ограничувањето на

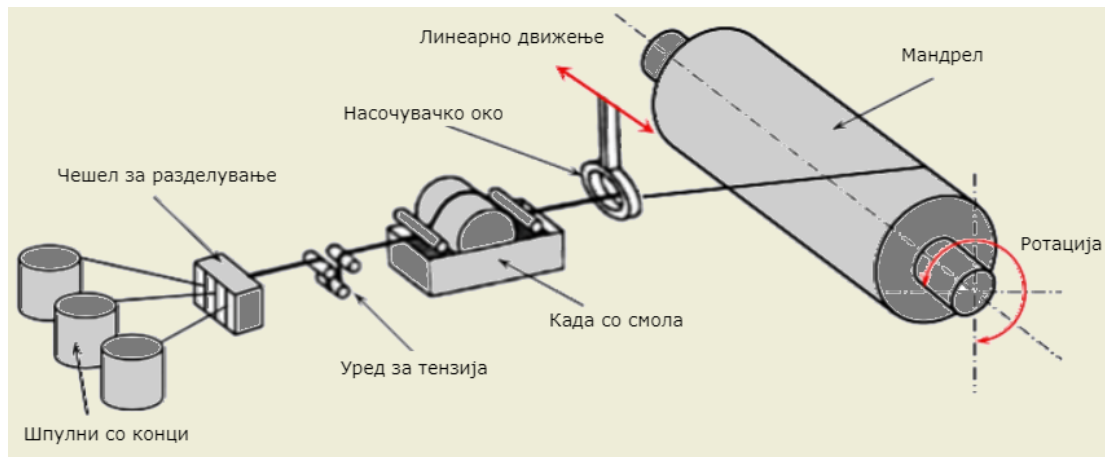
големината, геометриските можности, ориентацијата на влакното и површината на крајниот производ. Содржината на празнини може да биде голема бидејќи не се користат вакуум или автоклав и смолата се здрвува на мали температури.

1.3 Преглед на технологијата со намотување на влакна

Намотувањето со влакна е производствена техника која широко се користи во производството на композитни конструкции, особено оние со цилиндрични или осно-симетрични форми. Оваа технологија вклучува прецизно и контролирано поставување на континуирани зајакнувачки влакна (филаменти) на ротирачки мандрел, која служи како калап за посакуваната форма. Влакната се импрегнирани со материјал од матрица, обично смола, како што се намотуваат на мандрелот.

Технолошкиот процес на намотување со конци е систем од надоврзани елементи, како када со смола за имрегнација, систем за регулација и одржување на тензија и систем на разделување и комбинирање на конци (слика 1.2). Како материјал за конците (влакната) се користат стаклени, јаглородни или араמידни и комбинација од нив. За матрица на конците се користат термореактивни смоли во кадата за имрегнација, најчесто полиестер, винил естер, епоксидни или фенол смоли. Секој конец е спроведен преку тензионер кој ја одржува и регулира тензијата на конците кои пак поминуваат преку кадата за имрегнација во која преку регулиран процес на топлина и тензија се регулира имрегнацијата на влакната. На крајот влакната се намотуваат на ротационо јадро со помош на насочувачко око кое е поставено на машинска автоматизирана глава со два до шест степени на слобода.

Стапката на производство при намотување со конци многу варира поради големината на делот и типот на мандрелот кој го диктира времето потребно за да се постави и да се отстрани делот од машината за намотување. Ако времето на поставување и отстранување не се зема предвид, стапката на производство е диктирана од брзината по која конците се намотуваат на мандрелот. Брзината варира според јакоста на влакната кои се користат, обично 0.6-1.2 m/sec за производство кое користи влажни влакна.



Слика 1.2: Основен концепт на технологијата на намотување со конци
Figure 1.2: Basic concept of filament winding technology

Процесот на намотување на влакна нуди неколку предности, што го прави популарен избор за производство на композитни компоненти:

- *Флексибилен дизајн:* Намотувањето со влакна овозможува создавање сложени и контурирани форми. Вртењето на мандрелот и контролираното движење на машината за намотување овозможуваат прецизно позиционирање на зајакнувачките влакна, што резултира со приспособени својства на цврстина и крутост. Лесно може да се постигнат компоненти со различна дебелина на сидот, заострувања и произволни шеми на намотување.
- *Висока волуменска фракција на влакната:* Намотувањето на влакната овозможува постигнување на фракција со висок волумен на влакната во композитната структура. Континуираните влакна се поставени во спирален образец, што резултира со висок степен на усогласување на влакната долж главните насоки на напрегање. Ова усогласување го подобрува структурниот интегритет и носивоста на финалниот производ.
- *Ефикасно користење на материјалот:* Процесот на намотување со влакна го минимизира отпадот од материјалот бидејќи влакната се нанесуваат директно на мандрелот без потреба од дополнително сечење или обликување. Оваа ефикасност во користењето на материјалот придонесува за исплатливост и одржливост.
- *Прилагодени механички својства:* Со избирање на различни типови на зајакнувачки влакна и матрични материјали, инженерите можат да ги приспособат механичките својства на композитната структура за да ги

исполнат специфичните барања. Изборот на влакна, како што се карбон, стакло или араמיד, заедно со материјалот на матрицата, овозможува прилагодување на својствата како што се цврстина, крутост и отпорност на удар.

- *Автоматизација и ефикасност на производството*: Намотувањето со влакна може да биде високо автоматизирано, што доведува до зголемена ефикасност и конзистентност на производството. Машините за намотување контролирани од компјутер прецизно ги контролираат затегнатоста, аголот и брзината на влакната, што резултира со точно и повторливо поставување. Оваа автоматизација ја намалува трудоинтензивната природа на процесот и овозможува поголем обем на производство.
- *Разновидност во намената*: Намотувањето со влакна наоѓа примена во различни индустрии, вклучувајќи воздухопловната, автомобилска, поморската и производството на енергија. Најчесто се користи за производство на садови под притисок, цевки, резервоари, куќишта на ракетни мотори, погонски вратила и перките на турбината на ветер. Разновидноста на технологијата за намотување со влакна ја прави погодна и за производство во мали и големи размери.

И покрај овие предности, намотувањето со влакна има некои ограничувања кои треба да се земат предвид:

- *Ограничено на осно-симетрични форми*: Намотувањето со влакна е најпогодно за производство на компоненти со осно-симетрични форми, како што се цилиндри, конуси и сфери. Комплексните асиметрични форми може да бараат дополнителни техники на производство или пост-обработка.
- *Потреба од опрема и алат*: Процесот на намотување со влакна бара специјализирана опрема, вклучувајќи машини за намотување, мандрели, системи за испорака на смола и капацитети за полимеризација. Почетната инвестиција во опрема и алат може да биде значајна, особено за големо производство.
- *Контрола на процесот и обезбедување на квалитет*: Одржувањето конзистентни параметри на процесот и контролата на квалитетот е од

клучно значење во намотувањето со влакна. Факторите како што се тензијата на влакната, импрегнацијата на смола и условите за полимеризација треба прецизно да се контролираат за да се обезбедат униформни структури без дефекти.

- *Комплексност на дизајнот:* Дизајнирањето за намотување со влакна вклучува разгледување на фактори како што се ориентацијата на влакната, низата на натрупување на слоевите и преодните региони. Анизотропното однесување на композитните материјали и предизвиците за анализа на сложените структури намотани со влакна бараат напредни методологии за дизајн и техники за анализа.

И покрај овие ограничувања, намотувањето со влакна останува високо ефективен и широко користен производствен метод за композитни делови. Неговата способност да произведува компоненти со висока јачина, лесни и прилагодливи компоненти ја прават вредна технологија во индустриите каде што преовладуваат цилиндрични или осно-симетрични форми. Тековните напори за истражување и развој продолжуваат да го оптимизираат процесот на намотување со влакна, да ги прошират неговите способности и да ги решат неговите ограничувања.

Напредокот во технологијата за намотување со влакна има за цел да ја подобри контролата на процесот, да ја подобри автоматизацијата и да го прошири опсегот на можни форми и големини. Овие достигнувања вклучуваат развој на интелегентни контролни системи кои го оптимизираат поставувањето на влакна и импрегнацијата на смола, што резултира со подобрени механички својства и намален материјален отпад.

Интеграцијата на алатките за дигитален дизајн и симулација, исто така, игра значајна улога во унапредувањето на технологијата за намотување со влакна. Софтверите за дизајн со помош на компјутер (CAD) и анализа на конечни елементи (FEA) им овозможува на инженерите да го оптимизираат дизајнот и да го предвидат структурното однесување на компонентите на намотаниот композит. Виртуелните прототипови и симулации помагаат да се намалат времето и трошоците за развој преку идентификување на потенцијалните проблеми и оптимизирање на параметрите за дизајн пред физичкото производство.

Како заклучок, намотувањето со влакна е добро воспоставен и разноврсен метод за производство на композитни материјали. Неговата способност да произведува сложени структури со висока јачина со приспособени својства го прави погоден за широк опсег на апликации. Тековниот напредок во опремата, материјалите и методологиите за дизајн продолжуваат да ги поместуваат границите на технологијата за намотување со влакна, што ја прави сè поефикасна и остварлива опција за производство на композитни компоненти.

1.4 Значајност од развој на математички модели за композитни делови

Развојот на математички модели за композитни делови е од значајна важност во областа на инженерство и дизајн. Овие модели обезбедуваат систематски и аналитички пристап за разбирање на однесувањето, перформансите и оптимизација на дизајнот на композитни материјали и структури. Со вклучување на различни параметри и променливи, математичките модели им овозможуваат на инженерите да донесуваат информирани одлуки, да предвидуваат исходи и да ги оптимизираат дизајните, што на крајот води кон подобри перформанси и конкурентност на производот.

Во последните дваесет години, нашиот концепт за робот еволуирал од нешто што било во научната фикција по филмовите до реалност на компјутерски контролиран електромеханички уред кој е толку нашироко интегриран во индустријата (Murray, Li, & Sastry, 1994) што денеска не може да се замисли ниту една индустриска гранка без примена на некоја од роботизираните технологии. Исто и во индустријата на композитни делови роботизацијата завзема значаен дел од технологијата на производство.

Во ISO 8373, Меѓународната организација за стандардизација го дефинира роботот како „автоматски контролиран, репрограмибилен, повеќенаменски манипулатор со три или повеќе оски“ (Kurfess, 2005).

Индустријата за современи композитни решенија применува четири основни автоматизирани конфигурации (картезијанова, столбна, гантри и роботска) од кои во ова истражување се искористи најприменетата конфигурација, гантри машина за намотување со влакна. Во оваа конфигурација се додаваат и дополнителни кинематски оски, како на пример, ротациона оска на која може да се постави соодветен алат (понатаму ќе се користи терминот мандрел, со кој ќе

се подразбира работен алат во форма на калап на кој се нанесуваат композитни материјали со цел да се произведе посакуван композитен дизајн) и линеарна подвижна оска врз која се поставува машината со што се зголемува работниот простор на самата конфигурација, а со тоа се добива и дополнителен степенот на слобода.

Роботизираните конфигурации за производство на композитни производи во последните години се повеќе се проширија заедно со растот на самата индустрија која има голема примена во сите брзо растечки индустрии во светот, како транспортната, авионската, вселенската, воената и медицинската. Во овие конфигурации се додаваат и повеќе работи и машини за примена на различни технологии.

Додека роботите сами по себе претставуваат механички системи, главна задача на истражувањата е развој и имплементација на математички модели за автоматизирани машини. Во основа, се мисли на развој на модели кои ќе претставуваат основни геометриски аспекти на роботска манипулација (Spong, Hutchinson, & Vidyasagar, 2005).

Врската меѓу роботизацијата во индустријата и самото производство се одвива преку софтверски решенија. Има многу начини на комуникација развиени за програмирање на машините. Пред појавата на микрокомпјутерите во индустријата, роботите реализираа едноставни низи на управувања, главно својствени на фиксни автомати. Модерниот пристап се фокусира на компјутерско програмирање и затоа проблемите во програмирањето на роботите ги вклучуваат и сите проблеми со кои се соочува општото компјутерско програмирање – и уште повеќе (Craig, 2005).

Роботизирните производства го заменуваат човекот кој претставувал единствена можност за производство на комплексни делови. Ова претставува напредок во однос на управувањето на процесите, повторливоста и времето на производство (Carrino, Polini, & Sorrentino, Method to Evaluate Winding Trajectories in Robotized Filament Winding, 2004). Техниките на производство се карактеризираат со значајна геометриска точност и висок константен квалитет на производот (Koussios, Bergsma, & Beukers, 2005).

Еден клучен аспект на развојот на математички модели за композитни делови е предвидувањето на механичкото однесување. Композитните материјали

покажуваат сложени механички реакции поради интеракцијата помеѓу влакната на зајакнување и материјалот за матрица. Математичките модели им овозможуваат на инженерите да го предвидат и анализираат механичкото однесување на композитните делови под различни услови на оптоварување. Со разгледување на фактори како што се својствата на материјалот, ориентацијата на влакната и однесувањето на матрицата, овие модели можат прецизно да ги проценат количините како што се механизмите на напрегање, деформација и дефект. Овие информации се клучни за обезбедување на структурен интегритет, доверливост и безбедност на композитните компоненти.

Друга значајна придобивка од математичките модели е нивната способност да го оптимизираат дизајнот на композитните делови. Преку нумерички симулации и алгоритми за оптимизација, инженерите можат да истражуваат различни параметри на дизајнот, како што се ориентацијата на влакната, низата на натрупување слоеви и дебелината, за да ги постигнат посакуваните карактеристики на изведбата. Со повторливо рафинирање на дизајнот врз основа на предвидувањата на моделот, инженерите можат да ја максимизираат силата, крутоста, намалувањето на тежината и економичноста. Процесот на оптимизација олеснет со математичките модели може значително да го намали времето за развој и трошоците поврзани со дизајнирање на композитни делови, бидејќи ја минимизира потребата за скапи физички прототипови и повторувања. Покрај тоа, математичките модели играат клучна улога во изборот и евалуацијата на материјалите за композитните делови. Со инкорпорирање на својствата на материјалот во моделите, инженерите можат да споредат и анализираат различни опции за материјали за да ја идентификуваат најсоодветната комбинација за посакуваните барања за изведба. Ова овозможува информирани одлуки во врска со изборот на материјали, што доведува до оптимизирани дизајни и подобрување на севкупните перформанси на производот. Математичките модели, исто така, придонесуваат за проценка на перформансите на материјалот, помагајќи да се идентификуваат можните начини на дефект, структурните слабости и областите за подобрување.

Употребата на математички модели во дизајнот на композитните делови нуди способност за предвидување, дозволувајќи им на инженерите да ги предвидат перформансите на финалниот производ пред физичкото производство. Со

виртуелно симулирање и анализа на различни конфигурации на дизајнот, инженерите можат да ги проценат факторите како што се јачината на конструкцијата, крутоста, издржливоста и режимите на дефект. Оваа способност за предвидување помага да се идентификуваат потенцијалните недостатоци во дизајнот, да се оптимизираат дизајните и да се осигури дека барањата за изведба се исполнети пред скапото производство. Способноста да се предвидат и да се валидираат перформансите преку математички модели го намалува ризикот од неуспех на дизајнот, ја подобрува доверливоста на производот и го подобрува севкупниот квалитет на композитните делови.

Покрај нивната практична примена, математичките модели придонесуваат и за напорите за истражување и развој во областа на композитните материјали. Истражувачите можат да ги искористат овие модели за да истражат нови состави на материјали, техники на производство и структурни концепти. Со симулирање и анализа на овие иновации, истражувачите можат да добијат увид во нивните потенцијални перформанси, ограничувања и области за подобрување. Така, математичките модели служат како вредна алатка за унапредување на композитната технологија, овозможувајќи им на истражувачите да развијат нови материјали, да ги оптимизираат производните процеси и да истражуваат нови структурни концепти.

Развојот на математички модели за композитни делови има огромно значење, особено во контекст на моделите на геометриски дизајн, како што е дизајнот на патеката со влакна. Овие модели нудат вредни увиди во оптимизацијата на поставувањето и ориентацијата на влакната, кои директно влијаат на механичкото однесување и перформансите на композитните структури. Употребата на математички модели во геометрискиот дизајн носи неколку клучни предности:

- *Подобрени структурни перформанси:* Геометриските модели за дизајн базирани на математички алгоритми им овозможуваат на инженерите да ја оптимизираат патеката и ориентацијата на влакната во композитните делови. Со стратешко распоредување на влакната, овие модели можат да ги максимизираат структурните перформанси, како што се јачината, крутоста и носивоста. Прецизната контрола на патеките на влакната помага ефикасно да се дистрибуираат применетите оптоварувања,

намалувајќи ги концентрациите на стрес и подобрувајќи го целокупниот структурен интегритет.

- *Прилагодени својства на материјалот*: математичките модели го олеснуваат приспособувањето на својствата на материјалот преку оптимизирани дизајни на патеката на влакната. Со контролирање на ориентацијата на влакната, инженерите можат да манипулираат со анизотропното однесување на композитите и да ги приспособат нивните механички својства за да ги исполнат специфичните барања за дизајн. Ова овозможува создавање на компоненти со посакувани карактеристики, како што се зголемена цврстина во одредени насоки или зголемена отпорност на одредени типови на оптоварување.
- *Намалување на тежината и ефикасност на материјалот*: Моделите со геометриски дизајн помагаат да се постигне намалување на тежината и ефикасност на материјалот во композитните делови. Со оптимизирање на патеките на влакната, можно е да се минимизира употребата на материјали за зајакнување додека се одржуваат, па дури и се подобруваат структурните перформанси. Ова намалување на тежината придонесува за подобрена ефикасност на горивото во транспортните апликации, зголемен капацитет на носивост и зголемени вкупни перформанси на системот.
- *Дизајн за производство*: Математичките модели за геометриски дизајн исто така играат значајна улога во дизајнот за производство. Овие модели им овозможуваат на инженерите да ги земат предвид производствените ограничувања и ограничувања за време на процесот на дизајнирање на патеката на влакната. Со разгледување на фактори како што се производственоста, способностите на процесот и потребите од алати, инженерите можат да развијат дизајни за патеки на влакна кои се изводливи и економични за производство.
- *Подобрени способности за предвидување*: математичките модели обезбедуваат подобрени способности за предвидување во однос на перформансите на композитните делови. Со симулирање на однесувањето на композитната структура врз основа на оптимизираниот дизајн на патеката на влакната, инженерите можат да предвидат и

анализираат фактори како што се јакоста, крутоста, издржливоста и режимите на дефект. Ова овозможува идентификација на потенцијални недостатоци во дизајнот, проценка на структурниот интегритет и оптимизација на дизајните пред физичкото производство.

- *Забрзани итерации на дизајн*: Моделите со геометриски дизајн базирани на математички алгоритми го забрзуваат процесот на итерација на дизајнот за композитни делови. Преку виртуелни симулации, инженерите можат да проценат повеќе опции за дизајн и брзо да ги проценат нивните перформанси. Ова го забрзува процесот на оптимизација на дизајнот, го намалува бројот на потребни физички прототипови и го минимизира времето и трошоците за развој.
- *Интеграција со производствени процеси*: Математичките модели за дизајнирање на патеката на влакната може да се интегрираат со напредни производни процеси, како што се автоматско полагање на влакна (AFP) или роботско намотување на влакна (FW). Овие модели обезбедуваат вреден придонес за контролирање на движењето и таложењето на влакната за време на производниот процес, обезбедувајќи прецизно и точно поставување на влакната според оптимизираниот дизајн. Оваа интеграција ја подобрува конзистентноста, повторливоста и доверливоста на производниот процес.

Како заклучок, развојот на математички модели за композитни делови е од клучно значење за разбирање, предвидување и оптимизирање на однесувањето и перформансите на композитните материјали и структури. Овие модели им овозможуваат на инженерите да предвидат механичко однесување, да ги оптимизираат дизајните, да изберат соодветни материјали, да ги предвидат перформансите, да го намалат времето и трошоците за развој и да придонесат за напорите за истражување и развој. Нивната употреба ја промовира ефикасноста, доверливоста и безбедноста во дизајнот на композитните делови, а истовремено поттикнува ширење на знаењето и стандардизација. Затоа, развојот и користењето на математички модели се од најголема важност во академските и практичните области на композитното инженерство и дизајн.

Развојот на математички модели за композитни делови, конкретно во контекст на моделите на геометриски дизајн, како што е дизајнот на патеката на влакната,

нуди значителни предности во оптимизирање на структурните перформанси, приспособување на својствата на материјалот, намалување на тежината, подобрување на способностите за предвидување, забрзување на дизајнот со повторувања и интегрирање со напредни производни процеси. Овие модели служат како непроценливи алатки за инженерите и истражувачите кои работат со композитни материјали и делови, овозможувајќи создавање на компоненти со високи перформанси со подобрени механички својства и зголемена ефикасност.

2 ПРЕГЛЕД НА ЛИТЕРАТУРА

2.1 Историски преглед на технологијата со намотување со влакна

Историскиот преглед на технологијата за намотување со влакна обезбедува ретроспективна анализа на нејзиниот развој, еволуција и придонеси во областа на композитното инженерство. Овој дел од поглавјето за преглед на литература ги истражува клучните пресвртници, достигнувања и значајни апликации на технологијата за намотување со влакна низ годините.

Потеклото на намотувањето со влакна може да се проследи до средината на 20 век, кога истражувачите почнаа да истражуваат нови методи за производство на композитни структури. Во 1950-тите, намотувањето со влакна се појави како ветувачка техника за производство на композитни делови со високи перформанси со сложени геометрии. Првично, фокусот беше на воздухопловните апликации, каде што лесните и јаки структури беа многу барани.

Раните намени на технологијата за намотување со влакна беа претежно во воздухопловната и одбранбената индустрија, каде што се нудеше посебни предности во однос на традиционалните методи на производство. Способноста за прецизно контролирање на ориентацијата на влакната и приспособување на архитектурата на ламинатот го направи намотувањето на влакна атрактивен избор за производство на куќишта на ракетни мотори, садови под притисок и други компоненти подложени на високи механички оптоварувања.

Во текот на следните децении, технологијата на намотување со влакна претрпе значителен напредок и префинетост. Истражувачките напори беа насочени кон оптимизирање на параметрите на процесот, подобрување на точноста на поставување на влакна и подобрување на севкупната ефикасност на производниот процес. Развојот на компјутерски контролирани машини за намотување и роботски системи дополнително го револуционизираа ова поле, овозможувајќи поголема прецизност и повторливост.

2.2 Постоечка литература за математичко моделирање со намотување на влакна

2.2.1 Симетрични композитни делови

Постоечката литература за математичко моделирање на намотување на влакно за симетрични композитни делови се фокусира на развивање модели и методологии специјално приспособени да се справат со уникатните предизвици и барања на симетричните структури. Овие студии имаат за цел да го подберат разбирањето, ефикасноста и точноста на процесите на намотување на влакна за симетрични композитни делови. Во продолжение е даден преглед на постоечката литература од оваа област.

Неколку истражувачи предложија аналитички и нумерички модели за да се предвиди патеката на влакната и да се оптимизираат параметрите за намотување за симетрични композитни делови. Овие модели ја земаат предвид симетријата на структурата и ги земаат предвид факторите како што се аголот на намотување, тензијата на влакната, ефектите на закривеност и геометриските ограничувања специфични за симетричните делови. Со инкорпорирање на претпоставки и алгоритми засновани на симетрија, овие модели овозможуваат поефикасен и рационализиран дизајн на патеката на влакната, што резултира со подобрен структурен интегритет и перформанси на симетрични композитни делови.

Постоечката литература вклучува и студии за карактеризација и валидација на математички модели за симетрично намотување на влакна. Овие студии вклучуваат експериментална валидација на моделите преку физичко тестирање и анализа на добиените симетрични композитни делови. Со споредување на предвидените резултати од математичките модели со реалните експериментални податоци, истражувачите можат да ја проценат точноста и веродостојноста на моделите и дополнително да ги усовршат за подобри перформанси.

Еден од водечките пионери во дефинирањето и математичко моделирање на патеки на ротациони тела кои ги опфаќаат и двата геометриски приципа на геодезиски и негеодезиски патеки, е професорот Koussios од холандскиот технолошки универзитет во Делфт кој во неговото дело (Koussios, Filament

Winding: a Unified Approach, 2004) ги поставува темелите за сите понатамошни истражувања на оваа тема. Во докторската дисертација на Faria (Faria, 2013) е дадено целосен опис на аналитичко и нумеричко моделирање на самиот технолошки процес при намотување со конци, на кое нема да се задржеме во ова истражување.

Генерално, постоечката литература за математичко моделирање на намотување на влакно за симетрични композитни делови ги прикажува напорите за развој на специјализирани модели и методологии. Овие студии имаат за цел да го подобрат разбирањето, дизајнирањето и производството на симетрични структури преку ефикасна оптимизација на патеката на влакната, подобрена механичка анализа и подобрена симулација на процеси. Интеграцијата на математички модели специфични за симетричното намотување придонесува за напредок во дизајнот и производството на симетрични композитни делови за различни апликации.

2.2.2 Асиметрични композитни делови

Постоечката литература за математичко моделирање на намотување на влакна за асиметрични композитни делови се фокусира на развивање модели и методологии специјално приспособени за решавање на уникатните предизвици и барања на асиметричните структури. Овие студии имаат за цел да го подобрат разбирањето, ефикасноста и точноста на процесите на намотување на филаментот за асиметрични композитни делови. Во продолжение е даден преглед на постоечката литература од оваа област.

Во литературата овие асиметрични форми најчесто се нарекуваат сложени или комплексни композитни делови. Речиси кај сите автори кои се занимавале со оваа проблематика нема да сретнеме дефиниција за сложена форма, туку среќаваме различна терминологија која интуитивно навестува што би претставувала сложеност кај ваквите геометрии. Така, (Sorrentino, et al., 2019), и (Hubert, Vaziri, & Poursartip, 1999) зборуваат за комплексни форми без да се повикаат на некоја дефиниција што би преставувало комплексна геометриска форма, додека (Hao, et al., 2019) кога зборува за сложена форма дава објаснување „комплексноста на комплексни композитни затворени површини е главно манифестирана во нивната форма и во патеката на конечот“ со која пак

вешто е избегната строга дефиниција за геометриска сложеност, иако во трудот може да се забележи дека комплексноста на геометриските модели ја црпи од тоа што тие неможат јасно да се изразат преку експлицитни математички формули. Кај други автори што користат комплексна форма како термин во своите истражувања, (Raspall, Velu, & Vaheed, 2019) го заклучуваат следново: „...дизајн и производство на ламинатни делови од комплексни форми со произволен дизајн на ориентација на конците е многу предизвикувачки процес и клучна развојна област во AFP истражувањата. Вообичаено, комплексни сложени делови се произведуваат со конци и според тоа со регуларни шеми на зајакнување, додека сложени шеми на зајакнување направени со AFP технологија се развиени само за едноставни геометриски форми. Композитните делови кои ги нудат и двете, сложена геометрија и произволна шема на зајакнување можат да водат до нов степен на перформанси на композитните делови“. И во овој случај авторите на помалку збунувачки начин не се изјаснуваат точно по прашањето на сложена форма туку комплексноста се префрла во произволниот дизајн на патеката на полагање и во т.н. адитивно производство на кој е ставен главниот акцент во трудот. Vargas Rojas et al. (Rojas, Chapelle, Perreux, Delobelle, & Thiebaud, 2014) во нивното истражување за универзален пристап на FW на мандрели со сложени форми објаснуваат „...комплексни геометрии во композитите направени со намотување на конци се нецилиндричните и несиметричните модели“. Во магистерската теза на Allen (Allen, 2004) за комплексноста на моделите се користи термин неконвенционални форми и опишува посебен тип на композитни модели кои ги нарекува LOTUS форми, а се опфатени пет форми во облик на буквите од ова име. Понатаму овие форми ќе се нарекуваат со спојници поради нивната намена во ова истражување. Кај авторите Fu et al. (Fu, Yun, Jung, & Lee, 2016), Scholliers (Scholliers, 1992), Bernard (Bernard, 1991) под сложени форми се подразбираат асиметричните форми. Нормално, овде се мисли на затворени ротациони форми. Тука Polini et al. (Polini & Sorrentino, 2005) ќе дообјаснат дека „фамилијата на асиметрични делови со полн пресек се комплексни да се произведат со роботизирана технологија на намотување со конци. Преносниот систем мора да се движи по критична траекторија за намотување“. Дополнително објаснува што се подразбира под критична траекторија - „траекторијата каде се превиткува и

каде има нагли промени на крајот и каде има варијација на брзината“. Авторите во трудот на Hongya et al. (Hongya, Xianfeng, Zhenyu, & Yunzhong, 2007) ја користат терминологијата абнормални форми. И тука, како и во претходните истражувања нема дефиниција што претставува абнормална форма, иако алудира на комплексност во геометријата. Од трудот може да се забележи дека станува збор за несиметрично ротационо тело.

По дефиниција, ќе ја подразбирате сложена форма како единствен геометриски елемент составен од повеќе едноставни геометриски форми. Едноставни геометриски форми се: полиедри, елипсоиди, цилиндри и конуси.

Понатаму во ова истражување под асиметрична геометриска форма (поради намената на самата технологија која е првенствено за симетрични делови, но вистинскиот предизвик е во несиметричните форми) ќе се прифати претходната дефиниција која ги вклучува и сите погоре претпоставени сложени, комплексни, нестандартни, несиметрични и абнормални површини од затворен тип. Со оваа дефиниција ќе се вклучат и сите модели креирани преку CAD софтверите кои преставуваат NURBS површини. Според оваа дефиниција ќе се подразбираат и комплексните геометриски мандрели. Сложените патеки од друга страна зависат директно од површината врз која се генерираат. Според ова сите криви добиени на сложени површини (дефинирани претходно) ќе се сметаат за сложени патеки, освен ако не е поинаку назначено. Аналогно на ова, секоја технолошка постапка која подразбира технологија врз сложени површини ќе ја сметаме за сложена.

Меѓутоа, математичките модели се осврнуваат на дефинирање, дизајнирање и генерирање на патеки на влакната врз асиметричниот дел и тоа всушност е главниот мотив и цел на ова истражување, и на секој дизајн на асиметрични композитни делови. Дизајнирањето на композити, а со тоа и дефинирањето на патеките за намотување е многу постаро отколку производството на истите. Во минатото (во многу случаи и денес) дизајнот на композитот се прави преку CAD софтвери со рачно дизајнирање криви врз површина од страна на инженерот. Тенденцијата во програмирањето на нови софтвери наменети исклучиво за индустријата на композити е јасна, да се најде софтверско решение за автоматско дизајнирање на патеките. По голем предизвик претставува програмирањето на континуирани патеки врз затворени модели, какви што се применуваат во технологијата на намотување на конци.

Користењето на машини со три или четири оски имаат предност во тоа што имаат мала потрошувачка споредбено со оние со пет или шест оски. Меѓутоа, ограничениот број на оски на овие машини имаат ограничен степен на слобода што наметнува потешкотии во пресметката на траекторијата и брзината (Abdel-Nady, Filament Winding of Revolution Structures, 2005). Затоа сè повеќе овие машини се заменуваат со индустриски работи, кои сами по себе имаат шест степени на слобода, без да се земат дополнителните оски на алатот, мандрелот и додатните линеарни оски. Сè повеќе истражувања има и за алатите. Едно такво решение на Carrino et al. (Carrino, Polini, & Sorrentino, Modular structure of a new feed-deposition head for a robotized filament winding cell, 2003) нуди целосен нов концепт за модуларна структура на пренос на алатот кај роботизирана келија за намотување со конци, меѓутоа техниките во алатите (главите) кои придонесуваат во подобрувањето на самата технологија не се предмет на ова истражување.

Дефинирањето на патеки главно се дели на два геометриски принципа на генерирање криви:

- геодезиски патеки – особено на симетрични ротациони тела кои се вклучени во ова истражување со микро механичка анализа, но и геодезиски криви на асиметрични модели го задржуваат сеуште вниманието и во овој труд
- негеодезиски патеки (сите останати конструкции на криви кои не го исполнуваат условот на геодезија, најкраток пат по површина) – во ова истражување ќе биде понудено нов начин на конструкција на негеодезиски криви на произволни модели од затворен тип како ново решение за дадената сложеност, а понатаму ќе се нарекува параметарска конструкција на криви.

Геодезиските патеки се особен интерес за многу автори, како Hu et al. (Hu, Li, Wang, & Zu, 2015) за тороидни модели поради нестандартноста на моделот, но и поради математичките модели кои можат да се изградат врз геометриски форми кои можат да се зададат експлицитно преку равенки на површина. Оттука изведувањето на овие криви е математички изводливо. За разлика од овој пристап, кај Zu et al. (Zu, Koussios, & Beukers, 2010) кој исто така разгледува модел на тороидна форма, тој се одлучува да применува негеодезиски криви со примена на фактор на пролизгување вметнат во математичките услови.

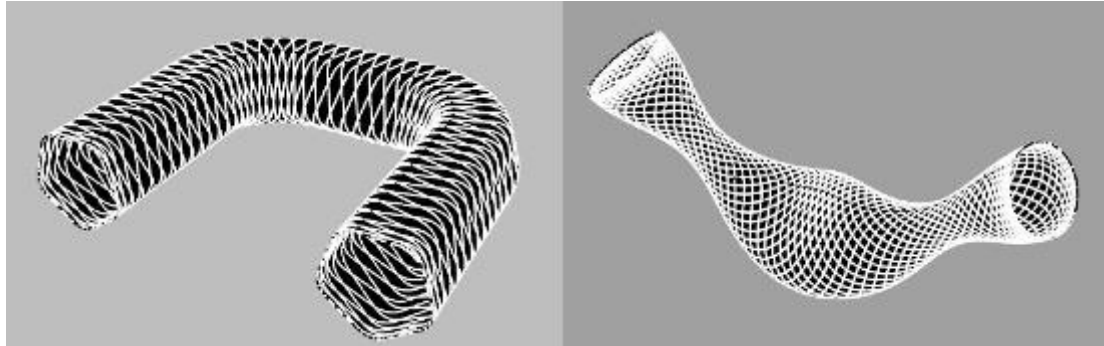
Негеодезискиот принцип е застапен претежно кај генеричките ротациони тела, како кај Koussios et al. (Koussios, Bergsma, & Mitchell, Non-geodesic filament winding on generic shells of revolution, 2005), Noorabadi et al. (Noorabadi, Jam, Taghavian, & Fotuhie, 2013) и други автори цитирани погоре кои исто така се водат од тоа да воведат коефициент на пролизгување во самите калкулации на кривите.

За асиметричните делови во индустријата за композити е многу тешко автоматски да се дизајнираат патеките со рамномерна распределба врз моделот на кој ќе се запази целосна покриеност со материјал и непролизгување на материјалот (кај ротациони тела, особено при намотување). Заради последново се користат геодезиски и полу-геодезиски патеки. Меѓутоа слободата за дизајн е ограничена од уникатноста на овие криви и затоа истражувачите се обидуваат да го оптимизираат тој недостаток. Една таква идеја е конструкцијата на т.н. Spline криви претставено во истражувањето на Li et al. (Li, Liang, & Bao, 2007) врз спојник во форма на колено, за кои ќе се понуди и алтернативен начин на генерирање патеки во ова истражување. Други автори се фокусираат на некружни профили како сложени форми, како кај Yang et al. (Yang, Ai, Liu, & Chen, 2018) или пак воведуваат целосен нов пристап со т.н. мрежни анализи кои претпоставуваат дека конците сами го носат целото оптоварување во композитот и дека зависат од напрегањата во конците, аголот и дебелината на композитот, Butt et al. (Butt & ul Hag, 2010).

Посебен интерес претставуваат изотензоидните резервоари, нивниот дизајн и генерирање на соодветни патеки на нив. Некои автори, Vasiliev et al. (Vasiliev, Krikanov, & Razin, 2003) ги претставуваат како нова генерација на композитни резервоари, а некои Zu et al. (Zu, Koussios, Beukers, & Zhang, Development of Filament Wound Composite Isotensoidal Pressure Vessels, 2014) прават обиди да го прошират овој проблем врз т.н. тороидни изотензоиди.

Со ова истражување ќе се покаже и нов начин на генерирање патеки на асиметрични делови на затворени површини со пристап врз параметарскиот домен на површината (слика 2.1). Овие патеки во однос на геометрискиот принцип на кривите ќе зависат од типот на површината. Ако површината е

развојна² тогаш тие ќе бидат геодезиски, ако површината не е развојна и кривите нема да бидат геодезиски. Овие патеки ќе можат да формираат комплексни форми од композити погодни за технологиите со континуирано намотување на конци, но не ги исклучуваат и AFP/ATL технологиите. Програмирањето и графичките модели се направени во Rhinoceros 3D CAD софтверот.



Слика 2.1: Континуирани патеки на асиметрични површини генерирани со принцип на параметарски домен

Figure 2.1: Continuous paths on asymmetric surfaces generated with parametric domain principle

Валидацијата и експерименталната верификација на математичките модели за асиметрично намотување на филаментот се исто така опфатени во литературата. Истражувачите спроведуваат физичко тестирање и анализа на добиените асиметрични композитни делови за да ја потврдат точноста и веродостојноста на математичките модели. Ова овозможува префинетост и подобрување на моделите засновани на податоци од реалниот свет, зголемувајќи ги нивните способности за предвидување за идните апликации.

Генерално, постоечката литература за математичко моделирање на намотување на влакна за асиметрични композитни делови покажува напори за развој на специјализирани модели и методологии. Овие студии придонесуваат за разбирање, дизајнирање и производство на асиметрични структури преку оптимизиран дизајн на патека на влакна, подобрена механичка анализа и подобрена симулација на процеси. Интеграцијата на математички модели

² Развојна површина се нарекува површината која е глатка и со нула Гаусова кривина. Тоа е површина која може да се исправи како рамнина без никаква дисторзија (истегнување, притиснување). Наједноставно, површина која може да се трансформира од рамнина со превиткување, накривување, завртување, пресекување и/или долепување. Наједноставни примери на развојни површини се конуси и цилиндри со различен напречен пресек од глатка крива.

специфични за асиметричното намотување обезбедува вредни сознанија за развој на асиметрични композитни делови со високи перформанси за различни индустрии и апликации.

2.3 Предности и недостатоци на актуелните техники за моделирање

Актуелноста во дизајнот на симетричните и асиметрични форми кои беа опишани погоре, а чија интенција е да ги истражиме секоја посебно е токму во сложеноста на моделот за секоја од нив. Така, Воссара (Vossara, 2010) ни дава едноставна дефиниција за модел, кој претставува поедноставена математичка престава на еден систем во кој повеќе карактеристики веројатно се важни, но немора сите тие да се вклучени во моделот. Сите модели во ова истражување ќе претставуваат математички модели за опишување на дадениот проблем. Така според (Allaire & Craig, 2007) математички модел е престава на апстрактна интерпретација на физичка реалност која е подложна на анализа и пресметки. Сложеноста на геометриски мандрели е првиот чекор со кој се среќаваме при моделирањето на композитот. Во ова истражување овој проблем ќе се поврзе со дизајн на композит за FW технологијата. Оваа технологија е важна производствена техника за да се произведат сложени композитни делови, кои широко се применувани во аеро и вселенската индустрија (Han, Qiangqiang, Fan, Yunzhong, & Hongya, 2012). Rousseau et al. (Rousseau, Wehbe, Halbritter, & Harik, 2019) ги опишуваат најчесто користените методи и проблеми при генерирање на патеки за дизајн на сложен модел, а во ова истражување ќе се претстави еден поинаков начин на дизајн на патеки за полагање.

Сложеноста на патеката за намотување е клучна во целиот модел. Во овој дел актуелноста на овој проблем е повеќе насочена врз технологијата на FW, затоа што тука патеките се континуирани и нивната геометриска конструкција е многу посложена отколку кај дисконтинуираните патеки од материјал, како кај другите технологии. Последниве години најмногу се истражуваат модели на патеки на ротациони мандрели од несиметричен и нестандартен облик, како што се спојниците (U, T, S – форми), како и ротациони произволни површини кои не се зададени преку математички формули, туку се дизајнирани најчесто во некој CAD софтвер. Така Abdel-Hady во неговото истражување за U-формите (колена) (Abdel-Hady, 2006) ќе забележи дека, за да се обезбеди оптимален FW процес

од гледна точка на времето и трошокот на операцијата, четири точки треба да се имаат предвид: (1) математичка дефиниција на геометријата на делот, (2) определување на соодветна патека на крајот врз мандрелот, каде што стабилна патека е онаа кај која крајот не пролизгува кога е под тензија, (3) определување на релативното движење на околото во однос на ротацијата на мандрелот, и (4) врска помеѓу претходните точки од софтверот за да се види колку се во можност да се трансферираат пресметаните податоци врз машината за намотување. Xianfeng et al. (Xiangfeng, Jun, & Liwei, 2010) го проширува проблемот врз S-форми односно врз комбинирани колена, со што и тука се користи геометрија на торус со што се има геометриска почетна точка за самиот проблем на моделирање криви на површина. Можеби најтежок од сите геометриски модели за моделирање континуирани патеки е T-формата. Seereeram и Wen (Seereeram & Wen, 1991) уште пред 20 години ја поставил основата на овој проблем во неговото истражување и од тогаш сè уште овој проблем нема комплетно решение во пракса. Scholliers et al. (Scholliers & Van Brussel, 1994) нудат решение за малку посложена геометрија на T-формата со тоа што наместо да користи два цилиндри пресечени во форма на буквата T (како неговиот претходник) тоа додаваат глатки површини како пополнувачи меѓу пресеците на цилиндрите. Воведување на агли меѓу краците во T-формата среќаваме кај истражувањето на Allen (Allen, 2004), во неговите т.н. LOTUS форми.

Во областа на композитните материјали, точните и сигурни техники за моделирање играат клучна улога во дизајнот и анализата на структурите. Овие техники на моделирање имаат за цел да го предвидат механичкото однесување, перформансите и одговорот на композитните материјали и структури под различни услови на оптоварување. Иако е постигнат значителен напредок во развојот на техники за моделирање, важно е критички да се проценат нивните силни и слаби страни. Овој дел ги разгледува предностите и недостатоците на актуелните техники за моделирање кои вообичаено се користат во областа на композитните материјали.

Предности:

- *Способност за предвидување*: Тековните техники за моделирање имаат способност да го предвидат механичкиот одговор на композитните

материјали и структури со разумна точност. Овие техники ги земаат предвид својствата на материјалот, ориентацијата на влакната и геометриската конфигурација, овозможувајќи им на инженерите да ја проценат цврстината, крутоста и дефектите на композитите под различни услови на оптоварување.

- *Ефикасност на време и трошоци*: Многу техники за моделирање нудат временска и економична алтернатива на експерименталното тестирање. Со користење на пресметковни методи, инженерите можат да го симулираат однесувањето на композитните структури пред да се изградат физички прототипови, намалувајќи ја потребата за скапи и долготрајни процеси на обиди и грешки.
- *Параметриски студии*: Техниките за моделирање ги олеснуваат параметарските студии, дозволувајќи им на инженерите да ги истражат ефектите на различните дизајнерски параметри врз перформансите на композитните структури. Ова овозможува оптимизација и подобрување на дизајнот преку идентификување на оптималната комбинација на параметри за да се постигнат саканите механички својства.
- *Разновидност*: Тековните техники за моделирање може да се применат на широк спектар на композитни материјали и структури, вклучувајќи ламинати, сендвич панели и композити засилени со влакна. Тие можат да се справат со сложени геометрии и услови на оптоварување, обезбедувајќи увид во однесувањето на композитните структури во различни апликации.

Недостатоци:

- *Карактеризација на материјалот*: прецизното моделирање на композитните материјали се потпира на прецизна карактеризација на материјалот, вклучувајќи ги својствата на влакна/матрица, однесувањето на површината како и започнувањето и ширењето на оштетување на композитот. Добивањето точни податоци за материјалот за целите на моделирањето може да биде предизвикувачко и одзема многу време, честопати бара обемни техники за тестирање и карактеризација.
- *Поедноставени претпоставки*: За да се поедностави процесот на моделирање, некои техники може да се потпираат на претпоставки кои не

ја опфаќаат целосно сложеноста на композитните структури од реалниот свет. Поедноставувањата во геометријата, однесувањето на материјалот или условите на оптоварување може да воведат грешки или ограничувања во точноста на предвидувањата.

- *Пресметковни барања*: Напредните техники за моделирање, како што е анализата на конечни елементи, може да бараат значителни пресметковни ресурси, вклучувајќи пресметување со високи перформанси и сложени софтверски алатки. Пресметковните барања може да претставуваат предизвици во однос на времето, експертизата и пресметковните ресурси потребни за извршување на детални и точни симулации.
- *Недостаток на стандардизација*: На полето на композитното моделирање му недостасува стандардизација во однос на пристапите за моделирање, софтверските алатки и техниките за карактеризација на материјалите. Овој недостаток на стандардизација може да го отежне споредувањето на резултатите од различни студии и да го попречи воспоставувањето на универзално прифатени практики за моделирање.
- *Валидација и верификација*: Потврдувањето и верификацијата на техниките за моделирање во однос на експерименталните податоци е од клучно значење за да се обезбеди нивната точност и веродостојност. Сепак, добивањето сеопфатни и сигурни експериментални податоци за валидација може да биде предизвик, особено за сложени композитни структури или при екстремни услови на оптоварување.

Накратко, тековните техники за моделирање за композитни материјали поседуваат јаки страни во нивните предвидувачки способности, ефикасност во времето и трошоците, параметарски студии и разновидност. Сепак, тие исто така имаат слабости поврзани со карактеризација на материјалот, поедноставени претпоставки, барања за пресметување, недостаток на стандардизација и предизвици за валидација. Решавањето на овие слабости преку тековните истражувања, напредокот во техниките за карактеризација на материјалите, напорите за стандардизација и подобрените процедури за валидација ќе ја подобри веродостојноста и точноста на техниките за моделирање при дизајнирање и анализа на композитни структури.

3 ЦЕЛ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Примарната цел на ова истражување е да се развијаат математички модели за дизајнирање на патеки на симетрични и асиметрични композитни делови. Овие модели треба да го подобрат разбирањето за механичкото однесување, да го оптимизираат геометрискиот дизајн и да ги подобрат вкупните перформанси на композитните структури. Со постигнување на тоа, истражувањето ќе придонесе за унапредување на композитните структури и олеснување на процесите за дизајн на композитни делови за истражувачите кои работат во таа област.

За да се постигне оваа цел, истражувањето е организирано во неколку делови, а организацијата на истражувањето е направено по следниот редослед:

- *Преглед на литература:* Овој дел претставува сеопфатен преглед на постоечката литература за композитни материјали, вклучувајќи ги нивните својства, методи на производство, апликации и дизајнерски практики. Ја истражува сегашната најсовремена технологија во математичкото моделирање за композитни делови, идентификувајќи празнини и области за понатамошно истражување. Прегледот на литературата ја обезбедува основата за развој на математичките модели и служи за контекстуализирање на студијата во рамките на постојното знаење.
- *Теоретска рамка:* Во овој дел, теоретската рамка е воспоставена со дефинирање на математичките принципи и концепти кои го поткрепуваат развојот на моделите. Опфаќа клучни теми како што се композитна механика и алгоритми за дизајн на патеки врз симетрични и асиметрични форми. Теоретската рамка ја обезбедува потребната основа за формулирање на математичките модели и ја обезбедува точноста и валидноста на последователните анализи.
- *Развој на модел:* Овој дел се фокусира на развојот на математички модели за дизајнирање на симетрични и асиметрични композитни делови. Моделите се формулирани врз основа на теоретската рамка и ги инкорпорираат релевантните параметри како што се ориентацијата на влакната и геометријата на крајниот производ. Процесот на развој вклучува математички изводи, нумерички симулации и техники за оптимизација на геометрискиот.

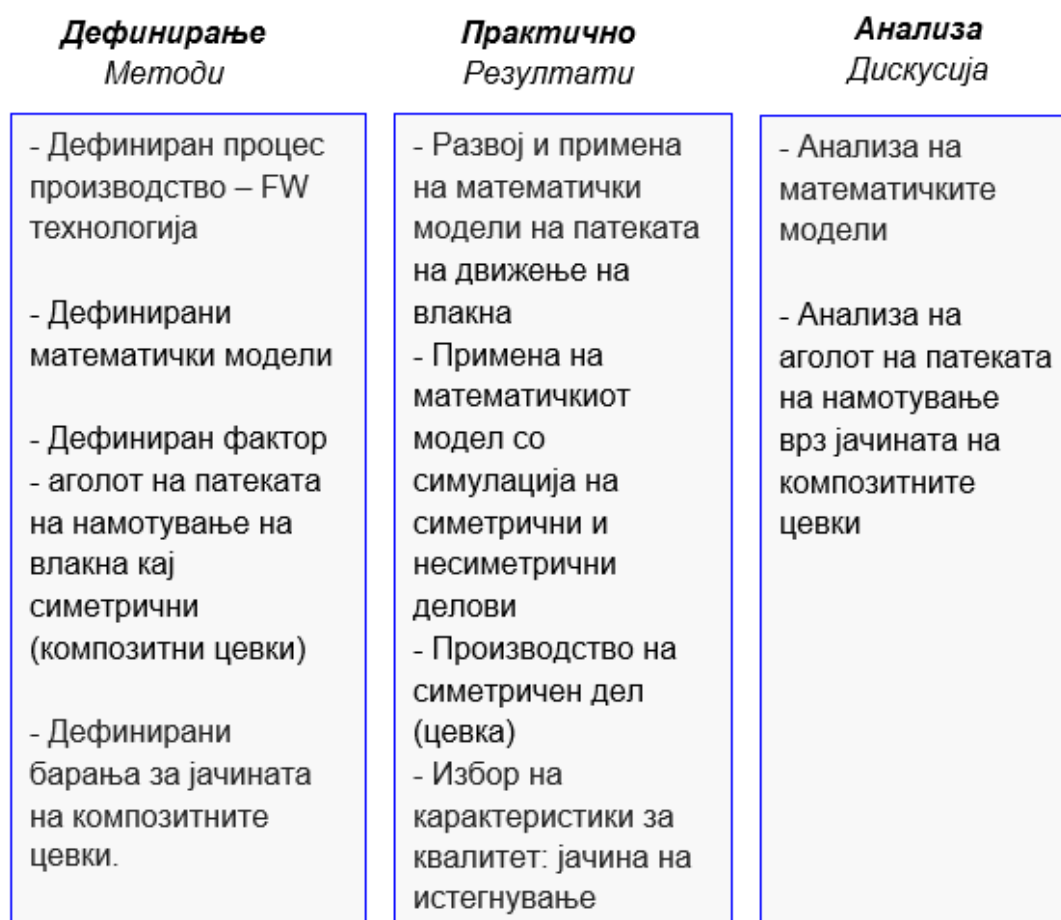
- *Валидација и верификација:* Овој дел ја прикажува валидацијата и верификацијата на развиените математички модели. За да се потврди точноста и веродостојноста на развиените модели се користат експериментални податоци од физичко тестирање или податоци добиени од воспоставени модели во литературата. Процесот на верификација осигурува дека моделите обезбедуваат точни предвидувања и на нив може да се повика за дизајнирање на патеки.
- *Студија на примери и примена:* Овој дел ја прикажува примената на развиените математички модели преку студија на примери. Се разгледуваат примери од реалниот свет на симетрични и асиметрични композитни делови, а моделите се користат за да се оптимизира нивниот дизајн и да се предвидат нивните перформанси. Студијата на примери ја покажува практичната применливост и ефективноста на развиените модели во справувањето со инженерските предизвици и подобрувањето на процесот на дизајнирање.
- *Дискусија и заклучоци:* Во овој дел се дискутираат и толкуваат наодите од истражувањето. Јаките страни, ограничувањата и импликациите на развиените математички модели се испитуваат во однос на целите на дисертацијата. Резултатите се споредуваат со постоечката литература и индустриски практики, истакнувајќи ги новите придонеси и направените достигнувања. Дополнително, дадени се препораки за идните насоки за истражување и потенцијалните области на подобрување.
- *Референци:* Овој дел обезбедува сеопфатна листа на сите референци цитирани во текот на дисертацијата. Вклучува релевантни истражувачки статии, книги, технички извештаи и други научни извори кои се консултирани и искористени за поддршка на развојот и валидацијата на математичките модели.

Следејќи ја оваа организирана структура, истражувањето има за цел систематски да развие, потврди и применува математички модели за дизајнирање на симетрични и асиметрични композитни делови. Целите на истражувањето се постигнуваат преку систематска анализа на постоечката литература, воспоставување теоретска рамка, развој на математички модели, нивна валидација и верификација и практична примена на моделите преку

студија на случај. Истражувањето дава голем придонес во инженерство на композитни материјали бидејќи обезбедува голем број заклучоци и дава соодветни алатки кои го олеснуваат процесот на дизајнирање за истражувачите што работат во оваа област, а допринесува и за подобрување на перформансите на композитните структури.

4 МЕТОДИ НА ИСТРАЖУВАЧКА РАБОТА

За реализација на поставената цел од докторската дисертација: развој на математички модели за патеката на влакната и подобрување на процес за производство на композитни симетрични и несиметрични делови е применет метод за подобрување на процесот во неколку чекори, претставен на слика 4.1.



Слика 4.1: Шематски приказ на моделот за подобрување на процес за производство на композитни цевки

Figure 4.1: Schematic representation of the process improvement model for the production of composite pipes

Во рамките на применетата методологија, во првиот чекор **Дефинирање - Методи** е дефинирана технологијата за која ќе се развиваат математички модели, а тоа е процесот на намотување на влакна (FW технологија). Подетално теоретско истражување за оваа технологија е дадено во подглавие 1.2. Најчестите барања при производство на симетрични и несиметрични композитните делови е производство на квалитетни композитни структури кои ќе имаат добри механички карактеристики, мала порозност и добар сооднос на

влакно смола. Многу влезни фактори влијаат на квалитетот на композитните материјали, а тоа се: конститутивните материјали на композитната структура, математичкиот модел избран за намотување на влакната, брзината на намотување, аголот на намотување, тензијата на влакната, вискозитетот на матрицата и друго. Врз основа на тоа е определена целта во овој докторски труд: оптимизација или подобрување на процесот за производство на композитни цевки преку избор на влезни фактори кои најмногу влијаат на излезот т.е. карактеристиките на крајниот производ (а тоа се **математичкиот модел за патеката на аголот на намотување и изборот на аголот на намотување**).

Во вториот чекор **Практично - Резултати** се собрани податоци за сите влезови и се развива и практично применуваат математичките модели на патеката на движење на влакна. Во оваа фаза направена е симулација на симетрични и несиметрични композитни структури со развиените математички модели. Потоа беше практично применет математичкиот модел за производство на симетрични композитни делови (цевки) со промена на еден влезен фактор (аголот на патеката на влакната) и направен е тест за карактеристиките за квалитет на композитните цевки (јачина на истегнување). Секако за јачината, карбонските конци даваат најдобри механички карактеристики, но поради поекономична анализа цевките се произведоа со стаклени конци - но различен агол на намотување. За испитување на јачината на истегнување на композитните прстени од намотаните цевки беше избран стандардот ASTM D2290. Според тој стандард, од композитните цевки се отсечени прстени – примероци за тестирање. Дополнително, за тестирањето на примероците треба да биде изработен и помошен алат според барањата на стандардот. Подетално за овие експерименти е дадено во Глава 5.

Во третиот чекор **Анализирање - Дискусија** е направена анализа на влезните фактори кои најмногу влијаат на процесот на намотување на цевки. Врз основа на практично искуство на производните капацитети поврзани со производство на композитни структури како и врз основа на искуството во фирмата Ламинати од Прилеп која произведува композитни цевки со процесот на намотување на влакна, беа определени влезните параметри најдобри кои влијаат врз квалитетот на производот. Поделано за оваа е дадено во глава 5.

4.1 Моделирање на технологијата со намотување на влакна преку механичка анализа

Процесот на технологијата со намотување на влакна е една од современите технологии која се користи во производството на композитни структури зајакнати со влакна. Вклучува, прецизно и контролирано намотување на континуирани влакна врз ротирачки мандрел за да се создадат композитни структури со високи перформанси. Аналитичкото и нумеричкото моделирање на процесот на намотување преку механичка анализа на произведената композитна структура игра главна улога во разбирањето и оптимизирањето на техниките за производство.

Аналитичкото моделирање на технологијата со намотување на влакна вклучува развој на математички равенки и аналитички решенија кои ги објаснуваат фундаменталните аспекти на процесот. Моделите имаат за цел да ги доловат клучните параметри и фактори вклучени во намотувањето со влакна, како што е тензијата на влакната, импрегнацијата со смолата и шемите (дизајните) на намотување на влакната. Аналитичките модели обезбедуваат поедноставени приближувања за пресметување на критичните параметри и предвидување на однесувањето на композитната структура за време на процесот на намотување. Нумеричкото моделирање на процесот на намотување со влакна се потпира на пресметковни техники и симулации за симулирање на сложената физика и геометрија на процесот на намотување. Овие модели инкорпорираат детални математички и физички формулации кои ги доловуваат интеракциите помеѓу влакната, смолата, мандрелот и другите процесни променливи. Нумеричките модели овозможуваат прецизно предвидување на критичните параметри, како што се напрегањето на влакната, дистрибуцијата на деформациите и протокот на смола, во текот на процесот на намотување. Тие обезбедуваат увид во внатрешната динамика и однесување на композитната структура, помагајќи во оптимизацијата на процесот и структурниот дизајн.

Механичката анализа во контекст на намотување на влакна вклучува проучување на механичките својства и однесувањето на композитниот материјал, како и неговата интеракција со процесот на намотување. Механичката анализа се фокусира на пресметување на напрегањата, деформациите и силите што делуваат на влакната и матрица за време на

намотување. Со спроведување на механичка анализа, инженерите можат да го проценат интегритетот на композитната структура, да предвидат потенцијални дефекти и да ги оптимизираат за да обезбедат оптимални перформанси и издржливост.

Интеграцијата на аналитичко и нумеричко моделирање со механичка анализа овозможува сеопфатно разбирање на процесот на намотување со влакна. Со комбинирање на аналитички и нумерички модели, инженерите можат да добијат увид во динамиката на процесот, да ги оптимизираат параметрите на намотување и да го предвидат однесувањето на композитната структура под различни услови на оптоварување. Механичката анализа ги надополнува овие модели со обезбедување квантитативна проценка на механичкиот интегритет и перформансите на финалниот производ.

Во овој дел кој се однесува на општа механика на намотувањето со влакна вклучени се надворешните сили кои влијаат врз композитот, а кои се поврзани со напрегањата и деформациите на конституентите како и консолидацијата на притисок во композитниот дел.

За време на намотувањето на цилиндрична форма иницијалната тензија на влакната F врз мандрелот кој ротира индуцира притисок. За поедноставување земаме пример за анализа на радијален слој на цевка, каде претпоставуваме дека нема движење по должната оска и дека аголот на намотување е 90° . Аналогно на ова цилиндричната форма со радиус R е под дејство на внатрешен притисок p , па според ова радијалното напрегање σ_r врз цилиндрична форма со дебелина t_w е:

$$\sigma_r = \frac{pR}{t_w} \quad (4.1)$$

Во овој случај на цилиндар со определена дебелина кој е под влијание на внатрешен притисок го доведува ѕидот на цилиндарот да биде под дејство на радијално и аксијално напрегање. Од друга страна, самото намотување на влакното ќе предизвика притисок p_w кој ќе делува врз цилиндричната форма. Во случај на еден слој со дебелина t_i и ширина на влакната w притисокот на намотувањето е:

$$p_w = \frac{t_l \sigma_r}{R} = \frac{F}{Rw} \quad (4.2)$$

Овој едноставен аналитички модел на радијален притисок генериран преку радијално намотување е валиден под следниве неколку разумни претпоставки за i -тиот слој (Faria, 2013):

- 1) Дебелината на слојот е мала во споредба со периметарот
- 2) Деформираноста на секој слој е занемарлива
- 3) Лонгитудиналното напрегање врз влакната кои се намотуваат е рамномерно распределено помеѓу смолата и влакната
- 4) Силите на триење помеѓу композитните слоеви и/или мандрепот со композитниот слој, исто како и пролизгувањето меѓу слоевите е занемарливо
- 5) Термо-хемиското проширување и/или контракциите на ламинатот имаат занемарливо учество во надоградувањето на консолидираниот притисок
- 6) Внатрешните и гравитациските сили се занемарливи.

Промените на радијалното напрегање $\Delta\sigma_r$ за време на дистрибуцијата на влакна зависат од промената на деформација $\Delta\varepsilon_r$ и крутоста во радијална насока опишна со $E_f V_f + E_m V_m$ каде што E_f , E_m се Јунговите модули на еластичност на влакната и смолата, а V_f , V_m се волуменските соодноси. Оваа релација на промената на напрегањата се опишува со:

$$\Delta\sigma_r = (E_f V_f + E_m V_m) \Delta\varepsilon_r \quad (4.3)$$

Каде што промената на деформацијата на радијално намотување е определена преку радиусите на почетокот и актуелниот радиус:

$$\Delta\varepsilon_r = \frac{R_{actual} - R_{initial}}{R_{initial}} \quad (4.4)$$

Во услови кога влијаат главните напрегања врз формата која се намотува, како напрегањата во радијална и аксијална насока и намотувањето е под некој зададен агол α влакната мора да се намотаат за да ги поддржат и двете насоки на напрегање кога се под тензија под внатрешен притисок на резервоарот.

Методот за пресметка на насоката се нарекува нетинг анализа во која аголот на намотување е претставен преку аксијалното напрегање σ_a и радијалното преку формулата (Fu, Yun, Jung, & Lee, 2016):

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_a} = \tan^2 \alpha \quad (4.5)$$

Нетинг анализата претпоставува дека влакното само го носи оптоварувањето. Во случај на садови под притисок овие оптоварувања главно се развиваат во аксијалните и радијалните насоки. оптоварувањата се поврзани со напрегањето на влакното, аголот на намотување и дебелината на влакното. Секое влакно се претпоставува дека носи иста тензија во секоја точка по должината и следи геодезиски пат така што нема тенденција влакното да се пролизне на куполата од садот (Butt & ul Nag, 2010).

Понатаму нема да се навлегува детално во механичката анализа поради што претставува навистина обемна тема која не е предмет на ова истражување, туку само ќе заклучиме дека аналитичкото и нумеричкото моделирање, заедно со механичката анализа, значително придонесуваат за унапредување на процесот на намотување со влакна. Овие пристапи за моделирање им овозможуваат на инженерите да стекнат подлабоко разбирање за динамиката на процесот, да ги оптимизираат параметрите и да обезбедат структурен интегритет на композитните компоненти засилени со влакна. Со прецизно предвидување на механичкото однесување и перформансите на финалниот производ, производителите можат да произведат висококвалитетни и сигурни композитни структури користејќи ја техниката на намотување со влакна.

4.2 Математички модели на континурани патеки врз симетрични и несиметрични форми

4.2.1 Дефинирање на математички модел на симетрични форми

Математичкото моделирање е систематски пристап кој користи математички равенки, алгоритми и пресметковни алатки за прикажување, опишување и симулирање на феномени или системи од реалниот свет. Тоа им овозможува на истражувачите да ги истражат основните механизми, интеракции и однесувања

на сложените системи, со што се олеснува подлабоко разбирање на феномените што се проучуваат.

Модел претставува поедноставна математичка репрезентација на еден систем. Во тековен систем, многу карактеристики веројатно ќе бидат важни. Меѓутоа не сите од нив треба да бидат вклучени. Само неколку релевантни карактеристики за кои се мисли дека имаат есенцијална улога во интерпретацијата на разгледуваниот феномен ќе се задржат. Моделите треба да се разликуваат од она што обично се нарекува симулација (Voccaro, 2010).

Конструирањето на математички модел вклучува низа чекори: формулација на проблем, развој на концептуален модел, математичко претставување, проценка на параметри, валидација на модел и анализа на моделот. Формулирањето на проблемот го појаснува истражувачкото прашање и ги идентификува променливите и процесите релевантни за системот. Развојот на концептуален модел вклучува концептуализација на системот и неговите компоненти, интеракциите и динамиката. Математичкото претставување вклучува преведување на концептуалниот модел во математички равенки или алгоритми. Проценката на параметрите вклучува одредување на вредностите на параметрите на моделот користејќи емпириски податоци или претходно знаење. Потврдувањето на моделот ги споредува предвидувањата на моделот со независни податоци за да ја процени неговата точност и веродостојност. Анализата на моделот повлекува толкување на резултатите, вршење анализи на чувствителност и истражување на различни сценарија за да се добие увид во однесувањето на системот.

Моделирањето е значаен дел од работата на математичарите и бара целосно знаење, не само на применета математика, туку исто така и на научната дисциплина на која се применува. Всушност, во многу случаи математичкиот модел може сè уште да не е воспоставен, или мора да се избере најсоодветниот помеѓу неколку можности, или пак да ги поедноставниме познатите модели кои се премногу комплексни (Allaire & Craig, 2007).

Математичкото моделирање нуди неколку предности. Обезбедува квантитативна рамка за разбирање сложени системи, овозможување предвидувања, тестирање на хипотези и истражување на сценарија. Моделите

можат да интегрираат и синтетизираат различни извори на податоци и набљудувања, идентификувајќи обрасци и откривајќи скриени врски.

4.2.1.1 Основи и концепти на фундаментална форма, криви во простор и кривини

Пред да навлеземе во моделирањето на математички модели врз симетрични форми најпрво ги претставуваме математичките основи и концепти потребни за сите модели, како што се фундаменталната форма, криви во простор и кривини. Во оваа анализа, испитуваме произволна, континуирана крива сместена на глатка тродимензионална површина. Површината за која станува збор е континуирана, а насоката на нејзиниот нормален вектор е добро дефинирана во секоја точка на површината. Дополнително, претпоставуваме дека површината може математички да биде претставена како векторска функција од два независни реални параметри, означени како u и v :

$$\vec{S}(u, v) = [x(u, v), y(u, v), z(u, v)] \quad (4.6)$$

Должината на лакот долж кривата што се наоѓа на оваа површина може да се изрази на следниов начин:

$$l = \int \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2} \quad (4.7)$$

Диференцијалите можат да се претстават како (аналогно и за u и v):

$$dx^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 (du)^2 + 2\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} dudv + \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 (dv)^2 \quad (4.8)$$

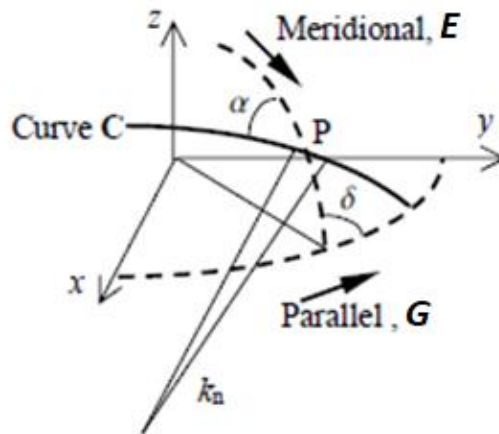
Со замена на (4.8) во (4.7) и со преуредување се добива:

$$l = \int \sqrt{E + 2F\frac{dv}{du} + G\left(\frac{dv}{du}\right)^2} du = \int \sqrt{E\left(\frac{du}{dv}\right)^2 + 2F\frac{du}{dv} + G} dv \quad (4.9)$$

Каде што изразите заменети со E , F и G се нарекуваат коефициенти на првата фундаментална форма или уште и Риманови метрики, и се опишани со следниве формули:

$$\begin{aligned}
E &= \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 = \vec{S}_u \vec{S}_u \\
F &= \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v} = \vec{S}_u \vec{S}_v \\
G &= \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2 = \vec{S}_v \vec{S}_v
\end{aligned} \tag{4.10}$$

За да се илустрира нивното физичко значење, изразот G претставува метрика вдоль меридијаната на ротациона форма, каде E е метрика вдоль паралелната насока на формата, како што е прикажано на слика 4.2 (Koussios, Filament Winding: a Unified Approach, 2004):



Слика 4.2: Шематски приказ на двете главни насоки за ротациони површини
Figure 4.2: Schematic representation of the two main directions for surfaces of revolution

Сега го префрламе нашиот фокус на бескрајно мал сегмент од кривата сместена на површината. Поточно, ги разгледуваме должините во меридијалните и паралелните насоки, кои можат да се изразат на следниов начин:

$$\begin{aligned}
dS_{meridional} &= \sqrt{E} du \\
dS_{parallel} &= \sqrt{G} dv
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Аголот δ помеѓу главните насоки е даден со:

$$\cos \delta = \frac{F}{\sqrt{EG}} \tag{4.12}$$

Покрај овие коефициенти треба да се земат и коефициентите на втората фундаментална форма кои иако нивната геометрирска интерпретација можеби не

е видлива, тие имаат значајно место во врската со коефициентите од првата фундаментална форма, особено во избедувањето на кривините. коефициентите на втората фундаментална форма се прецизно дефинирани на следниов начин (во равенствата n е векторот нормален на површината):

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \det \begin{bmatrix} \vec{S}_{uu} \\ \vec{S}_u \\ \vec{S}_v \end{bmatrix} = \vec{S}_{uu} \vec{n}(u, v) \\
 M &= \frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \det \begin{bmatrix} \vec{S}_{uv} \\ \vec{S}_u \\ \vec{S}_v \end{bmatrix} = \vec{S}_{uv} \vec{n}(u, v) \\
 N &= \frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \det \begin{bmatrix} \vec{S}_{vv} \\ \vec{S}_u \\ \vec{S}_v \end{bmatrix} = \vec{S}_{vv} \vec{n}(u, v)
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Во примерот претставен на слика 4.2, кривата C поставена на прикажаната површина има одредена ориентација α во точката P во однос на меридијанот. Во зависност од аголот α во точката P , кривината k_n (нормална на површината S) од C ќе добие максимална и минимална вредност. Овие две екстремни вредности се означени како „главни кривини“. Во случајот претставен овде, овие кривините се на меридијанот и паралелата. Може да се докаже дека кривината на секоја континуирана крива поставена на ротациона површина ќе добие две екстремни вредности, да речеме k_1 и k_2 . Симболот α го означува аголот во рамнината помеѓу кривата и насоката на k_1 во одредена точка, измерена на таа површина (Koussios, Filament Winding: a Unified Approach, 2004). Главните кривини и коефициентите на првата и втората фундаментална форма се директно поврзани со т.н, Гаусова кривина (K) и средна кривина (H):

$$K = k_1 k_2 = \frac{LN - K}{EG - F^2}, \quad H = \frac{k_1 + k_2}{2} = \frac{LE - 2MF + NG}{2(EG - F^2)} \tag{4.14}$$

Од погорните равенки се заклучува дека главните кривини се корени на квадратна равенка со решение:

$$k_{1/2} = H \pm \sqrt{H^2 - K} \tag{4.15}$$

Нормалната кривина на кривата C во точка P се определува преку:

$$k_n = k_1 \cos^2 \alpha + k_2 \sin^2 \alpha \quad (4.16)$$

Нормалната кривина k_n која се мери нормално на површината има големо значење во дизајнот на композитни садови кои се подложни на оптоварување нормално на нивната површина. Откако ќе се определат коефициентите на првата и втората фундаментална форма, како што гледаме од погорните равенства може да се определат Гаусовата и средната кривина со тоа и нормалната кривина. Меѓутоа тука има и уште еден важен параметар, а тоа е геодезиската кривина k_g . Геодезиска кривина мери колку далеку е една крива од тоа да биде геодезија, односно крива по најкус пат по површината. Врската помеѓу овие две кривини се нарекува тотална кривина или едноставно само кривина на патеката, и е дадена со:

$$k = \sqrt{k_n^2 + k_g^2} \quad (4.17)$$

4.2.1.2 Модел на геодезиски и негеодезиски патеки

Геодезии претставуваат најважната класа на криви т.н. геодезиски криви во мелдирањето на континуирани патеки за технологијата со намотување на влакна. Во генерална смисла овие криви претставуваат најкраткото можно растојание помеѓу две точки на дадена површина.

Од самата дефиниција моделот има за цел да овозможи најдување на крива со најмала должина (локална) на дадена површина. Погоре видовме во равенката (4.9) како да се пресмета должината на континуирано диференцијабилна крива поставена на површина, преку претходно изразените коефициенти на првата фундаментална форма преку (4.10).

Главната цел овде е да се воспостави функционална врска помеѓу двата независни параметри u и v кои ја опишуваат површината на начин кој го минимизира интегралот на должината. Ако ја погледнеме (4.9) ќе заклучиме дека должината на кривата зависи или од $(u, dv/du)$ или од $(v, du/dv)$. Без губење на општоста ќе го земиме првиот случај и ќе означиме почеток и крај на кривата со (u_b, v_b) и (u_e, v_e) , соодветно. Генералниот опис на изразувањето на интегралот на должината е како што следува:

$$L = \int f(u, v, \frac{dv}{du}) du \quad (4.18)$$

Стартната и крајната точка се фиксни со што должината на кривата зависи од функцијата $v(u)$ (и $v' = dv/du$) па равенката погоре има стационарни вредности ако:

$$\delta l = \delta \int_{u_b}^{u_e} f(u, v, v') du = \int_{u_b}^{u_e} \left(\frac{\partial f}{\partial v} \delta v + \frac{\partial f}{\partial v'} \frac{d}{du} (\delta v) \right) du = 0 \quad (4.19)$$

Со интеграција по делови и преуредување (земајќи предвид дека крајните точки се фиксни) се добива:

$$\delta l = \int_{u_b}^{u_e} \left(\frac{\partial f}{\partial v} - \frac{d}{du} \left(\frac{\partial f}{\partial v'} \right) \right) \delta v du = 0 \quad (4.20)$$

Од тука следува дека подинтегралната вредност мора да биде нула за секое мало δv :

$$\frac{\partial f}{\partial v} - \frac{d}{du} \left(\frac{\partial f}{\partial v'} \right) = 0 \quad (4.21)$$

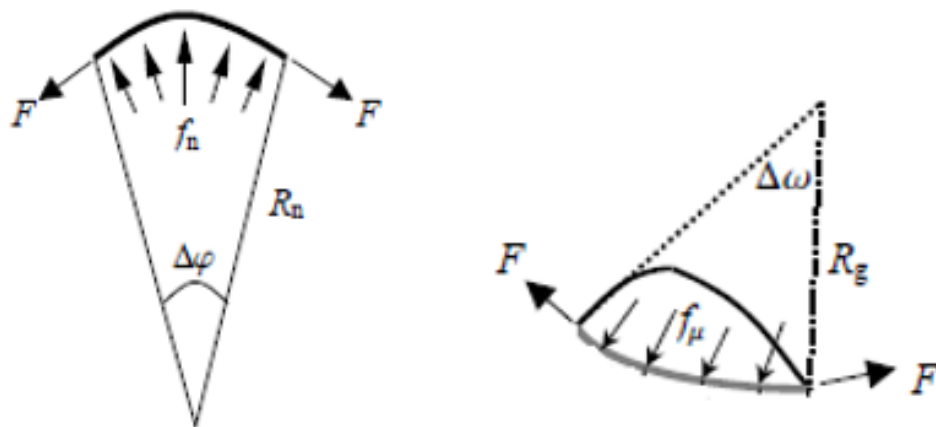
Ова равенство се нарекува Ојлер-Лагранж и го дава условот за геодезиска крива, сега наместо функцијата f ја замениме со изразот за должина на крива од (4.9) го добиваме овој услов преку коефициентите на првата фундаментална форма:

$$\frac{\left(\frac{\partial E}{\partial v} + 2v' \frac{\partial E}{\partial v} + v'^2 \frac{\partial E}{\partial v} \right)}{2\sqrt{E + 2Fv' + Gv'^2}} - \frac{d}{du} \left(\frac{F + Gv'}{\sqrt{E + 2Fv' + Gv'^2}} \right) = 0 \quad (4.22)$$

Коефициентите на фундаменталната форма во суштина се функции од u и v . Оваа диференцијална равенка во општ случај е многу тешко да се реши, дури и нумеричките методи се прекомплексни, меѓутоа, за површини добиени со ротација, E и G исклучиво зависат од u и коефициентот F е секогаш нула, па според овие услови равенката (4.22) добива поедноставен израз.

Употребата од друга страна на техники за намотување негеодезиски патеки на влакната нуди поголеми можности за дизајнирање на композитни структури. Сепак, формулирањето и пресметката на овие патеки за намотување

претставува сложен предизвик. Геодезиската кривина опишано претходно служи како клучен параметар со тоа што ако ја поставиме на нула добиваме геодезии. Следно ќе опишеме фундаментални равенки кои го поддржуваат таквиот опис на патеки. Иако равенките за определување на негеодетски патеки се веќе воспоставени, оваа изведба става посебен акцент на односот помеѓу основните геометриски оператори (метрика и кривини) претставени претходно и резултантната ориентација на патеката на влакната (распределба на аголот на намотување). Дополнително, ја воведуваме идејата за формулирање на распределбата на триењето вдолж влакното на таков начин што добиената патека може да се опише аналитички.



Слика 4.3: Рамнотежа на силата на елементарно влакно (лево) и рамнотежа на латерална сила (десно)
Figure 4.3: Elementary fiber force equilibrium (left) and lateral force equilibrium (right)

Прво да земеме предвид мало парче на влакно кое лежи на површина (ротациона) (слика 4.3 лево) и нормалната сила на влакното на единица должина ќе се однесува како:

$$f_n R_n \Delta\varphi = 2F \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \approx F \Delta\varphi \Rightarrow f_n = \frac{F}{R_n} \quad (4.23)$$

Меѓутоа влакното подлежи и на латерална сила која делува на единица должина f_μ (слика 4.3 десно). Аналогно на ова рамнотежата на латералната сила се однесува како:

$$f_\mu R_g \Delta\omega = 2F \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) \approx F \Delta\omega \Rightarrow f_\mu = \frac{F}{R_g} \quad (4.24)$$

Латералната сила на влакното се однесува на триењето кое го има влакното со површината. Според ова условите за стабилно поставување на влакното на површината е опишано со следново неравенство:

$$\mu \geq \left| \frac{f_\mu}{f_n} \right| = \left| \frac{\frac{F}{R_g}}{\frac{F}{R_n}} \right| = \left| \frac{R_n}{R_g} \right| = \left| \frac{k_g}{k_n} \right| \quad (4.25)$$

Каде што со μ е опишан коефициентот на триење (што е нула кај геодезиски криви што се подразбира дека кај геодезиските патеки на влакната нема триење или пролизгување), k_n и k_g се нормалната и геодезиската кривина, а додека R_n и R_g се нормалниот и геодезискиот радиус на закривување.

4.2.1.3 Модел на континуирани патеки врз ротациони тела

Во моделите на континуирани патеки врз тела добиени со револуција или т.н. ротациони тела прв приоритет е стабилноста на патеката. Стабилноста на патеката се постигнува преку два принципа во зависност од траекторијата дали е геодезиска или не.

Бидејќи геодетската крива е најкраткото растојание помеѓу две точки на површина, ја претставува положбата по која поставеното влакно нема да има тенденција да се лизне преку површината (Abdel-Hady, 2005). Клучни параметри за моделот за патеки за намотување се аголот на намотување (α) и радиусот во дадена точка (голема кружница на пресек). Овие два параметри ја отсликуваат взаемната врска за добивање геодезиски криви, или стабилност на влакната при геодезиско полагање. Таа релација се нарекува релација на Клеро (Clairaut) и ја дава следнава врска:

$$R \sin \alpha = \text{const.} \quad (4.26)$$

Оваа релација покажува дека една крива е геодезиска ако го исполнува горе наведениот услов, односно производот на секоја точка кривата на радијалното растојание и синусот од аголот на намотување (што го зафаќа со големата кружница - меридијаната) е секогаш константен во секоја точка. Овој услов е еден од најкористените услови особено при дизајн на куполите на резервоари и

слични садови, каде намалувањето на радиусот кон половите се компензира со зголемување на аголот на намотување.

Меѓутоа, погоре видовме дека за негеодезиските криви важен е коефициентот на триење во релацијата на (4.25) и оваа класа на криви е многу важна за симетричните (па и за асиметричните) форми на места каде пролизгувањето на патеката не зависи само од формата на мандрелот туку и од материјалите на влакната, смолата и мандрелот. Според ова, условот за стабилна патека кај негеодезиски криви е следен:

$$k_g \leq |\mu|k_n \quad (4.27)$$

Оваа релација ја определува стабилноста на негеодезиска патека за намотување во која геодезиската кривина и нормалната кривина зависат од геометријата на површината на мандрелот заедно со ориентацијата на влакната врз мандрелот и коефициентот на триење.

Сега да опишеме најпрво модел за геодезиска патека, и секако поаѓаме од Ојлер-Лагранжовото равенство за геодезија (4.22) за кое заклучивме дека преставува сложена диференцијабилна равенка за моделирање, но тука го земаме фактот дека за оваа класа на криви т.н. ротациони, кои се добиени со револуција на дадена крива околу оска, коефициентите E и G на првата фундаментална форма ќе бидат функции кои ќе зависат само од параметарот u додека F ќе биде нула (главните насоки на меридијаната и паралелата се нормални една на друга). Ова лесно ќе го покажеме на следниов начин, ако ја земеме површината добиена со ротација на кривата $g(u)$ за реални променливи u и v , таа има облик:

$$\vec{S}(u, v) = [r(u) \cos v, r(u) \sin v, g(u)] \quad (4.28)$$

Сега ако ги пресметаме коефициентите на првата фундаментална форма според (4.10) го добиваме следново:

$$E = r'(u)^2 + g'(u)^2, \quad F = 0, \quad G = r(u)^2 \quad (4.29)$$

Со што го потврдивме тврдењето дека E и G се функции кои зависат само од u , а додека F е нула. Ако ова го имаме предвид, равенката (4.22) се сведува на:

$$\frac{d}{du} \left(\frac{F + Gv'}{\sqrt{E + 2Fv' + Gv'^2}} \right) = 0 \Rightarrow \frac{F + Gv'}{\sqrt{E + 2Fv' + Gv'^2}} = \text{const.} \quad (4.30)$$

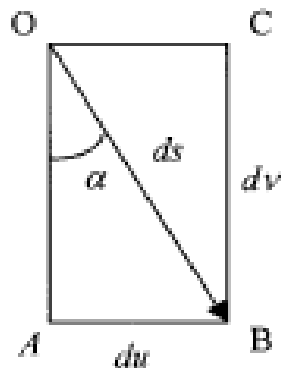
Од тука ако ја изразиме v решението е следно (c е произволна константа):

$$v(u) = \int \sqrt{\frac{E}{G}} \frac{\frac{c}{\sqrt{G}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{\sqrt{G}}\right)^2}} du \quad (4.31)$$

Ако разгледаме елементарен дел на кривата, односно на ориентираното влакно на слика 4.4 каде dv ни е по меридијалната насока, додека du по паралелната, добиваме релација според (4.11) од претходно:

$$\text{tg}(\alpha(u)) = \frac{\frac{c}{\sqrt{G}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{\sqrt{G}}\right)^2}} \Rightarrow \alpha(u) = \text{asin}\left(\frac{c}{\sqrt{G}}\right) \quad (4.32)$$

Во пракса при примена на намотување со влакна, аголот на намотување треба да биде $\pi/2$ (90°) на краевите кај половите, за да може да продолжи континуирано намотувањето, што кореспондира со радиусот кај половите или отворите кај куполите кај резервоар. Од ова се заклучува дека константа c треба да биде колку најмалиот радиус, а тоа е отворот кај полот.



Слика 4.4: Елементарен дел на ориентирано влакно
Figure 4.4: An elementary piece of oriented fiber

Важно е да се забележи дека добивањето решение за криви врз ротациони површини е релативно полесно бидејќи секогаш $F=0$ и E и G се функции од една променлива. Меѓутоа за произволна регуларна и континуирана три-

димензионална површина, ситуацијата е генерално посложена, карактеризирана со ненулти вредности на E, F, G кои укажуваат дека главните насоки на кривината не се нормални една на друга. Следствено, дефинирањето на специфичен агол на намотување за крива на таква површина станува голем предизвик. Во практика, аголот на намотување често се воведува на сличен начин како во релацијата на Клеро (4.26). ова подразбира да се земе предвид аголот помеѓу патеката и нејзината проекција на рамнина што ја пресекува патеката на одредена локација што се анализира. Овој пристап овозможува практично дефинирање на аголот на намотување на локусот на кривата, земајќи ги предвид сложеноста што ја воведуваат карактеристиките на закривеноста на површината.

Со интегрирање на равенката (4.31) можеме да одредиме геодезиска патека на влакното. Сепак, и покрај навидум јасната природа на оваа равенка, добиениот интеграл често не е подложен на аналитичка евалуација. Следствено, прибегнувањето кон нумерички техники станува неизбежно за да се добијат значајни решенија. Општо земено, изборот на специфична параметаризација на обликот може да резултира или со густа распределба на точките во близина на екваторот и поголеми интервали во поларниот регион, или обратно. Ова претставува предизвик за постигнување рамномерна распределба на точките низ површината. За да се реши ова прашање, предлагаме да се користи комбинација од едноставни и рекурзивни техники за интеграција, како што е методот на Хојн (Heun). Со користење на овој пристап, имаме за цел да постигнеме порамномерна и рамномерно распоредена точна распределба низ површината.

Сега, нека површината добиена со револуција е дефинирана како во (4.28) со основните метрики од (4.29) кој ќе ги замениме во (4.31), и наместо s користиме ознака r_0 за поларниот (најмалиот) отвор (радиус) според претходната дискусија, имаме:

$$v(u) = \int_{u_b}^u \frac{r_0}{r(t)^2} \frac{\sqrt{r'(t)^2 + g'(t)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{r(t)}\right)^2}} dt \quad u_b \leq u \leq u_e \quad (4.33)$$

Нека подинтегралната вредност ја означиме сега со функција $A(t)$ и да забележиме дека таа се стреми кон бесконечност како што t се стреми кон u_b . Бидејќи интегралот не може да се реши аналитички, како што спомнавме погоре ќе примениме метод на Хојн (Heun) со рекурзивна постапка:

$$\begin{aligned} \Delta v &= -\frac{u_e}{N} \quad N = 1, 2, \dots \\ v(k) &= k\Delta v \quad k = \overline{1, N} \\ u_h(k) &= u(k-1) + \Delta v/A(u(k-1)) \\ u(k) &= u(k-1) + \frac{\Delta v}{2} \left(\frac{1}{A(u(k-1))} + \frac{1}{A(u_h(k))} \right) \\ \text{за } v(0) &= 0 \text{ и } u(0) = u_h(0) = \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (4.34)$$

Со внимателно избирање на точки претставени овде, можно е да се конструира множество рамномерно распределени точки за приближување на функцијата на геодетската патека, $v(u)$. Во идеалното сценарио, точките вдолж разгледуваната патека треба да одговараат на зголемување на константната должина, Δs . Оваа униформа дистрибуција осигурува дека добиената база на податоци обезбедува репрезентативно множество на податоци за евалуација на кинематичките равенки поврзани со намотување на влакното. Таквата база на податоци игра клучна улога во прецизната анализа и моделирање на динамиката на процесот на намотување. Сега, ако се навратиме на слика 4.4 и равенките (4.11) имаме дека:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{du} &= \frac{\sqrt{E(u)}}{\cos \alpha(u)} \quad \text{и} \quad \frac{ds}{dv} = \frac{\sqrt{G(u)}}{\sin \alpha(u)} \\ \text{следува} \quad \Delta s &= \frac{\sqrt{E(u)}}{\cos \alpha(u)} \Delta u = \frac{\sqrt{G(u)}}{\sin \alpha(u)} \Delta u \end{aligned} \quad (4.35)$$

Затоа, за да се постигне доверливо претставување што го приближува критериумот за речиси константна должина на лак, неопходно е да се интерполираат помеѓу точките добиени со користење на двата методи на интеграција, обезбедувајќи доволно густа дистрибуција на јазли. Алтернативен и поедноставен пристап е да се избераат $u(k)$ -точките според следниот метод:

$$u(k+1) = u(k) + \Delta u(k) \quad \text{каде што} \quad \Delta u(k) = \frac{\cos(\alpha(u(k)))}{\sqrt{E(u(k))}} \Delta s \quad (4.36)$$

Да се навратиме на условот (4.27) за стабилна патека на негеодезиска патека на ротациони тела. Нека $C(s)$ е кривата на патеката на влакното на површина $S(u, v)$ дефинирана со (4.28), формулата на Луивил (Liouville) ни ја дава геодезиската кривина k_g на патеката по главните насоки u и v од параметрите и аголот α на намотување:

$$k_g = \frac{d\alpha}{ds} + (k_g)_u \cos \alpha + (k_g)_v \sin \alpha \quad (4.37)$$

Геодезиските кривини се дадени по насоките на u и v , и можат да се изразат преку коефициентите на првата фундаментална форма на следниот начин:

$$(k_g)_u = -\frac{E_v}{2E} \frac{1}{\sqrt{G}} \quad \text{и} \quad (k_g)_v = \frac{G_u}{2G} \frac{1}{\sqrt{E}} \quad (4.38)$$

Како што покажавме погоре, кај ротационите (симетрични) форми коефициентите E и G зависат само од параметарот u , што значи дека геодезиската равенка (првата) по u -насока во (4.38) ќе биде нула, па од тука ако замениме во формулата на Луивил (4.37), иамаме:

$$k_g = \frac{d\alpha}{ds} + \frac{G_u}{2G} \frac{1}{\sqrt{E}} \sin \alpha \quad (4.39)$$

Претходно ја опишавме нормалната кривина со (4.16), но сега истата ќе ја изразиме преку коефициентите на првата и втората фундаментална форма преку:

$$k_n = \frac{L}{E} \cos^2 \alpha + \frac{N}{G} \sin^2 \alpha \quad (4.40)$$

Сега кога ги определивме геодезиската и нормалната кривина со (4.39) и (4.40) и ги замениме во условот за стабилност на негеодезиска патека (4.27) ја добиваме равенката на стабилност на патеката на влакно за намотување:

$$\frac{d\alpha}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{G_u}{G} \frac{1}{\sqrt{E}} \sin \alpha + \mu \left(\frac{L}{E} \cos^2 \alpha + \frac{N}{G} \sin^2 \alpha \right) \quad (4.41)$$

Независната променлива во горната равенка е должината на патеката на кривата во s , каде што параметрите E , G , L , N и изводот G_u се функции од параметрите u и v на површината. За да се реши равенката, горната равенка треба да се дополни со дополнителна равенка. За да се постигне ова треба да се забележи дека природната репрезентација на крива $C(s)$ врз површина $S(u, v)$, скаларниот производ на единечните вектори вдолж u параметарската крива во точка од кривата и тангентниот вектор по кривата во таа точка ни дава (Noorabadi, Jam, Taghavian, & Fotuhie, 2013):

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \sqrt{E} \frac{du}{ds} \Rightarrow \frac{du}{ds} = \frac{1}{\sqrt{E}} \cos \alpha \\ \sin \alpha &= \sqrt{G} \frac{dv}{ds} \Rightarrow \frac{dv}{ds} = \frac{1}{\sqrt{G}} \sin \alpha \end{aligned} \quad (4.42)$$

Равенките (4.41) заедно со (4.42) го даваат системот решенија на негеодезиската патека:

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{G_u}{G} \frac{1}{\sqrt{E}} \sin \alpha + \mu \left(\frac{L}{E} \cos^2 \alpha + \frac{N}{G} \sin^2 \alpha \right) \\ \frac{dv}{du} = \sqrt{\frac{E}{G}} \tan \alpha \end{cases} \quad (4.43)$$

Како што е наведено во диференцијалната равенка, еден од основните параметри при дизајнирањето на патеки на влакното е тенденцијата на пролизгување, строго кажано статичкиот коефициент на триење (μ). Вредноста на μ зависи од повеќе фактори, како што е вискозноста на смолата и површината на мандрелот и може да варира помеѓу 0.2 и 0.4 (Rojas, Chapelle, Perreux, Delobelle, & Thiebaud, 2014). Овој коефициент во зависност од видот на материјалот на влакната и смолата, како и материјалот на површината од мандрелот и тензијата на влакната, се определува експериментално, и во практика се користи од табелите кои се достапни, произлезени од такви експерименти.

Равенката за површина добиена со ротација (4.28) сега ќе ја претставиме преку поларни координати со:

$$S(\phi, \rho) = [\rho \cos \phi, \rho \sin \phi, z(\rho)] \quad (4.44)$$

Генерална негеодезиска равенка во поларни координати како решение на диференцијалната равенка е дадено со:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\rho}(\sin \alpha(\rho)) &= -\frac{1}{\rho} \sin \alpha(\rho) \\ &\pm \mu \left(\frac{z'(\rho) + z'^3(\rho) - \rho z''(\rho)}{\rho(1 + z'^2(\rho))} \sin^2 \alpha(\rho) + \frac{z''(\rho)}{1 + z'^2(\rho)} \right) \end{aligned} \quad (4.45)$$

Аналогно, површината (4.28) ќе ја претставиме и во сферични координати со:

$$S(\phi, \theta) = [g(\theta) \sin \theta \cos \phi, g(\theta) \sin \theta \sin \phi, g(\theta) \cos \theta] \quad (4.46)$$

Генерална негеодезиска равенка во сферични координати како решение на диференцијалната равенка е дадено со (за поедноставен запис во равенката, α и g се функции од θ , $\alpha = \alpha(\theta)$ и $g = g(\theta)$):

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta}(\sin \alpha) &= -\left(\frac{g'}{g} - \cot \theta\right) \sin \alpha \\ &\pm \mu \left(-\frac{gg'^2 + g'^3 \cot \theta - g^2(g'' - g' \cot \theta)}{g(g^2 + g'^2)} \sin^2 \alpha \right. \\ &\quad \left. + \frac{2g'^2 - gg'' + g^2}{g^2 + g'^2} \right) \end{aligned} \quad (4.47)$$

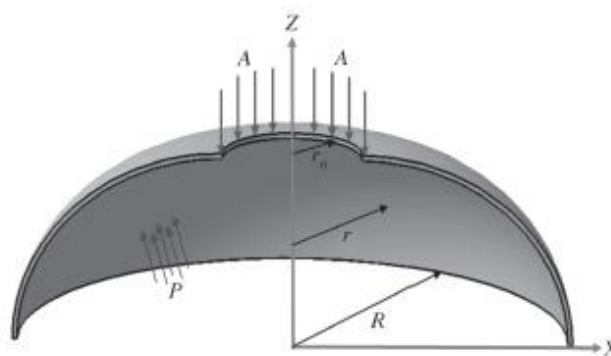
И покрај релативно покомплицираниот изглед на равенката (4.47) таа е погодна за примена на пошироко поле од форми, типичен пример е описот на цилиндар каде што равенката (4.45) не успева. Дополнително, кога елипсоидни или сферични форми се третираат, гореспоменатата равенка во сферични координати ќе овозможи значително поедноставување. За „прави“ ротациони форми, на пример конус се препорачува равенката (4.45) (Koussios, Bergsma, & Mitchell, 2005).

Ќе разгледаме уште едно математичко моделирање овојпат на резервоари, без да навлегуваме генерално, туку ќе се посветиме на одредена класа на

резервоари, т.н. изотензоидни резервоари. За разлика од класичните кои можеме да ги опишеме со предходните модели, овие резервоари се интересни поради нивната геометрија која се прилагодува (моделира математички) според надворешните влијанија врз резервоарот, посебно на куполите (заоблените делови на краевите на резервоарите).

Денес, композитните резервоари под притисок наоѓаат широка комерцијална примена како резервоари за автомобилско гориво за компримиран природен гас и водород, криогени резервоари за транспорт на течен природен гас, делови од пневматски компресори и елементи од системи за преживување за пожарникари, нуркачи и планинари, т.е. структури за кои ризикот, природен за воздухопловна примена, не е прифатлив. Во воздухопловната индустрија, разумната доверливост може да биде 0,9999, што значи дека повремениот дефект на една од 10.000 структури е прифатлив. Оваа ситуација е целосно недозволива за милиони комерцијални композитни садови под притисок кои ќе се појават на светскиот пазар како резервоари за гориво за автомобили, камиони и јавни автобуси. Сепак, дизајнот на таквите возила сега главно се заснова на структурни концепти и методи на производство развиени за куќишта на ракетни мотори со цврсто гориво (Vasiliev, Krikanov, & Razin, 2003).

Концептот на дизајн базиран на изотеноид произлегува од принципот дека резервоарот со оптимален притисок треба да се придржува до условите на еднакви деформации и напрегања низ обвивката. Изотеноидниот дизајн, кој се карактеризира со униформа тензија по должината на сите влакна, е насочен кон минимизирање на тежината додека максимизирање на носивоста на резервоарот под притисок. Овој пристап обезбедува оптимални перформанси и ефикасност на резервоарот при различни услови на оптоварување.



Слика 4.5: Оптоварувања и геометрија на купола
Figure 4.5: Loads and geometry of dome

Куполите се класа на ротациони површини кои покажуваат карактеристични геометриски карактеристики. Слика 4.5 дава шематски приказ на геометријата и применетите оптоварувања на ротационата површина. Во овој контекст, R и r_0 го означуваат екваторијалниот радиус и поларниот радиус на отворите, соодветно. Дополнително, p го претставува рамномерно распределениот внатрешен притисок, додека A го означува надворешно применетото аксијално (линиско) оптоварување на полот на резервоарот под притисок. Векторот $S(\theta, z)$ ја опишува генеричката ротациона површина во поларните координати и може да се изрази на следниов начин:

$$S(\theta, z) = [r(z) \cos \theta, r(z) \sin \theta, z] \quad (4.48)$$

Во гореспоменатата равенка, аголната координата е претставена со θ , додека радијалните и аксијалните координати се означени со r и z , соодветно. Со разгледување на дадените вредности на p и A , аксијалната рамнотежа на површината може математички да се формулира на следниов начин (и од тука да ја изразиме силата врз површината):

$$A + r^2 \pi p = \frac{2r\pi N_\varphi}{\sqrt{1 + r'^2}} \Rightarrow N_\varphi = \left(\frac{A}{2r\pi} + \frac{pr}{2} \right) \sqrt{1 + r'^2} \quad (4.49)$$

Напрегањето на влакното (според Нетинг-анализа основано врз оптимални услови каде деформацијата во секоја точка е иста во сите насоки на ламината) е дадено со:

$$\sigma = \frac{N_\varphi}{t \cos^2 \alpha} \quad (4.50)$$

Сега ако (4.49) се замени во (4.50) ќе го пресметаме напрегањето на влакното во секоја точка, и земајќи го предвид и геометриските услови на екваторот на резервоарот каде што $r=R$ (што значи дека изводот r' е нула), ги имаме напрегањата и на куполите и на цилиндричниот дел:

$$\sigma = \frac{\left(\frac{A}{2r\pi} + \frac{pr}{2} \right) \sqrt{1 + r'^2}}{t \cos^2 \alpha} \quad \text{и} \quad \sigma_0 = \frac{\left(\frac{A}{2R\pi} + \frac{pr}{2} \right)}{t_0 \cos^2 \alpha_0} \quad (4.51)$$

Идејата на изотензоидни куполи е да се определи профил на меридијана кој ќе обезбеди еднаква тензија на влакната насекаде. За да се постигне ова, напрегањата на влакната во било која точка треба да се исти, што значи како на куполата така и на цилиндричниот (екваторијалниот) дел, па според ова имаме еднаквост на равенствата од (4.51):

$$\frac{\left(\frac{A}{2r\pi} + \frac{pr}{2}\right)\sqrt{1+r'^2}}{t \cos^2\alpha} = \frac{\left(\frac{A}{2R\pi} + \frac{pr}{2}\right)}{t_0 \cos^2\alpha_0} \quad (4.52)$$

Дистрибуцијата на дебелина вдолж меридијаната е дадена со:

$$\frac{t}{t_0} = \frac{R \cos \alpha_0}{r \cos \alpha} \quad (4.53)$$

Ако се земе предвид условот за геодезија според Клеро (4.26) равенката треба да го задоволи следново:

$$r \sin \alpha = r_0 \sin \frac{\pi}{2} = r_0 \quad (4.54)$$

За да се добие систем на генерализирани равенки кои се прилагодуваат на произволната геометрија и на оптоварувањето под внатрешен притисок, главните геометриски и параметри на оптоварување се нормализираат користејќи соодветни бездимензионални односи:

$$\rho = \frac{r}{R}, \zeta = \frac{z}{R}, a = \frac{A}{\pi p R^2} \quad (4.55)$$

Со замена на последните три равенки во (4.52) и по изразувањето на аголот на намотување преку ρ и ρ_0 имаме:

$$\begin{aligned} & \rho'^2 \rho^2 (a + \rho^2)^2 (1 - \rho_0^2) \\ & = (a + 1)^2 (\rho^2 - \rho_0^2) - \rho^2 (a + \rho^2)^2 (1 - \rho_0^2) \end{aligned} \quad (4.56)$$

Оттука диференцијалната равенка која ја опишува меридијалната крива е изразена како:

$$\rho' = \sqrt{\frac{(a+1)^2(\rho^2 - \rho_0^2)}{\rho^2(a + \rho^2)^2(1 - \rho_0^2)}} - 1 \quad (4.57)$$

Горенаведената равенка ги дава облиците на меридијанските профили базирани на изотеноид за различни $\{a, \rho_0\}$ вредности. За даден бездимензионален поларен радиус на отвор ρ_0 , добиениот меридијански профил цврсто ќе зависи од a -вредноста. Множеството од параметри $\{a, \rho_0\}$ е во состојба целосно да го одреди обликот на напречниот пресек на изотеноидите (Zu, Koussios, Beukers, & Zhang, 2014).

На крајот од овој дел може да се заклучи дека математичкото моделирање на геодезиски и негеодезиски криви на симетрични ротациони површини е фундаментален проблем со бројни примени. Разбирањето и употребата на соодветни математички техники, како што се варијациони методи, диференцијални равенки и параметарски репрезентации, овозможуваат точно и ефикасно моделирање на кривите. Со решавање на поврзаните предизвици и со разгледување на барањата специфични за апликацијата, истражувачите можат да го отклучат целосниот потенцијал на моделирање на криви на површини, овозможувајќи напредок во различни дисциплини и подобрување на способностите за пресметковен дизајн и анализа.

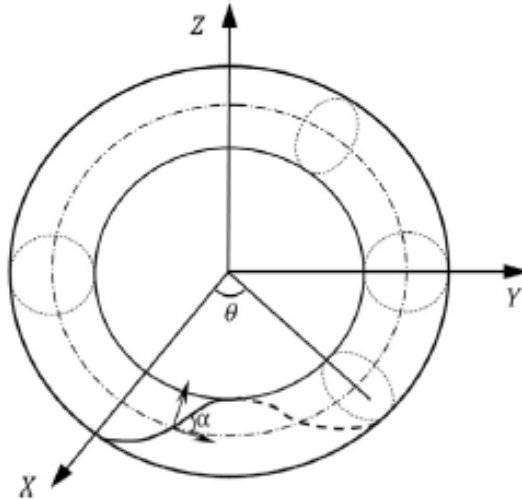
4.2.2 Модели на континуирани патеки врз асиметрични форми

4.2.2.1 Модел на континуирани геодезиски и негеодезиски патеки врз торусни форми

Торус може да се концептуализира како комплетна површина која опфаќа кружна област околу оската на ротација (Z-оска на пример) преку цели 360° (слика 4.6). Торусот има радиус на свиткување означен како R и радиус на напречниот пресек на цевката како r . Векторската претстава на површината на торусот можеме да ја изразиме на следниов начин:

$$\vec{S}(\theta, \varphi) = [(R + r \cos \varphi) \cos \theta, (R + r \cos \varphi) \sin \theta, r \sin \varphi] \quad (4.58)$$

Каде што φ и θ се аголни координати вдоль меридијалната и паралелната насока, соодветно.



Слика 4.6: Геометрија на торус и патека на влакно
Figure 4.6: Geometry of a toroid and fiber path

Коефициентите на првата фундаментална форма (4.10) на торусната површина S се:

$$E = (R + r \cos \varphi)^2, \quad F = 0, \quad G = r^2 \quad (4.59)$$

Ако се навратиме на формулата на Луивил (4.37) за геодезиската кривина, и според (4.59) ги пресметаме геодезиските кривини по меридијалната и паралелната насока со (4.37), добиваме:

$$k_g = \frac{d\alpha}{ds} + \frac{\sin \varphi}{R + r \cos \varphi} \cos \alpha \quad (4.60)$$

Да забележиме дека α е аголот на намотување (аголот на патеката на влакното што го зафаќа со паралелната насока вдоль торусот), а s е должината на влакното.

Прво ќе анализираме геодезиска патека на влакното врз торусот и како што видовме погоре геодезиската крива нема геодезиска кривина, односно $k_g=0$, оттука геодезиската равенка која произлегува од овој услов од (4.60) е:

$$\frac{d\alpha}{ds} = -\frac{\sin \varphi}{R + r \cos \varphi} \cos \alpha \quad (4.61)$$

Да се повикаме на равенствата (4.11) кога ги опишавме должините на влакното по главните насоки, имајќи ја предвид слика 4.4, со замена на (4.61) добиваме:

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{\sin \alpha}{r} \quad (4.62)$$

Аналогно и за другиот главен правец, повикувајќи се на (4.43), имаме:

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{\cos \alpha}{R + r \cos \varphi} \quad (4.63)$$

Равенките (4.61), (4.62) и (4.63) формираат систем со кој се определува геодезиска крива на торус. Со елиминација на должината s преку замена на (4.61) во (4.62) и (4.63) го добиваме следниот систем на диференцијални равенки:

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{d\varphi} = -\frac{r \sin \varphi \cos \alpha}{R + r \cos \varphi \sin \alpha} = -\frac{r \sin \varphi}{(R + r \cos \varphi) \operatorname{tg} \alpha} \\ \frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{r \cos \alpha}{R + r \cos \varphi \sin \alpha} = \frac{r}{(R + r \cos \varphi) \operatorname{tg} \alpha} \end{cases} \quad (4.64)$$

Со интеграција на првата равенка од системот во однос на φ се добива $(R+r \cos \varphi) \operatorname{cosa} = c$ (*const*), каде што c се определува со почетни вредности на позицијата и аголот. Овие почетни вредности и системот равенки (4.64) се доволни за да се определи патеката на крајот преку метод на Рунге-Кута (Runge-Kutta).

Премостувањето на влакната при практична реализација е критично во процесот на намотување со влакна, особено кога се намотува на торусоидни форми. Торусот поседува конвексно-конкавна површина, што значи дека тензијата на намотувањето предизвикана од машинското око за доставување на импрегнираното влакно може да предизвика влакната да се поместат нанадвор вдоль површината на мандрелот. За да се спречи премостување на влакната и да се обезбеди непречено намотување, од суштинско значење е нормалната кривина на патеката на влакното, како што е дадена со Ојлеровата формула (4.40), да биде негативна:

$$k_n = -\frac{\cos \varphi}{R + r \cos \varphi} \cos^2 \alpha - \frac{1}{r} \sin^2 \alpha \quad (4.65)$$

Очигледно е дека за надворешната површина од торусот нема да има премостување на влакното, но за внатрешната, според претходно кажаното и равенката (4.65) го добиваме условот за стабилност од премостување:

$$tg\alpha = \sqrt{\frac{-r \cos \varphi}{R + r \cos \varphi}} \quad (4.66)$$

За почетни вредности на точка од екваторот, каде што и φ и θ се нули, и имајќи го предвид $(R+r \cos\varphi)\cos\alpha=const$ од претходната дискусија, имаме услов за почетен агол кој дава критериум на стабилност за проблемот со премостување:

$$\alpha_0 > \arccos \frac{R-r}{R+r} \sqrt{1-\frac{r}{R}} \quad (4.67)$$

Бидејќи радиусот на кривината се намалува од надворешната кон внатрешната периферија на торусот, дебелината на ламинатот брзо расте однадвор навнатре. За пресметување на распределбата на дебелината, се прават следните две претпоставки: (1) волуменската фракција на влакната се одржува постојано низ целата структура; (2) бројот на влакна што минуваат низ пресекот на која било меридијална локација е константен. Со овие претпоставки, распределбата на дебелината долж меридијалната насока може да се формулира со (Hu, Li, Wang, & Zu, 2015):

$$t_\alpha = \frac{(R+r) \sin \alpha_0}{(R+r \cos \varphi) \sin \alpha} t_0 \quad (4.68)$$

Сега да анализираме негеодезиска патека на торус со што ќе се повикаме на условот за стабилност на негеодезиски патеки (4.27) со кој односите на геодезиската и нормалната кривина на патеката ги споредивме со коефициентот на триење на влакната со мандрелот. Ќе воведеме коефициент на пролизгување $\lambda \leq |\mu|$ кој ќе ја претставува тенденцијата на пролизгување на влакната поставени на мандрелот и е дефиниран како однос помеѓу овие две кривини:

$$\lambda = \frac{k_g}{k_n} \quad (4.69)$$

Ако ја разгледаме геодезиската кривина од погоре, опишана со (4.60), која во овој случај не е нула како кај геодезиските патеки, и заедно со равенката за нормалната кривина (4.65) ги замениме во условот (4.69), добиваме:

$$\frac{d\alpha}{ds} = - \left(\frac{\cos \varphi}{R + r \cos \varphi} \cos^2 \alpha + \frac{1}{r} \sin^2 \alpha \right) \lambda - \frac{\sin \varphi}{R + r \cos \varphi} \cos \alpha \quad (4.70)$$

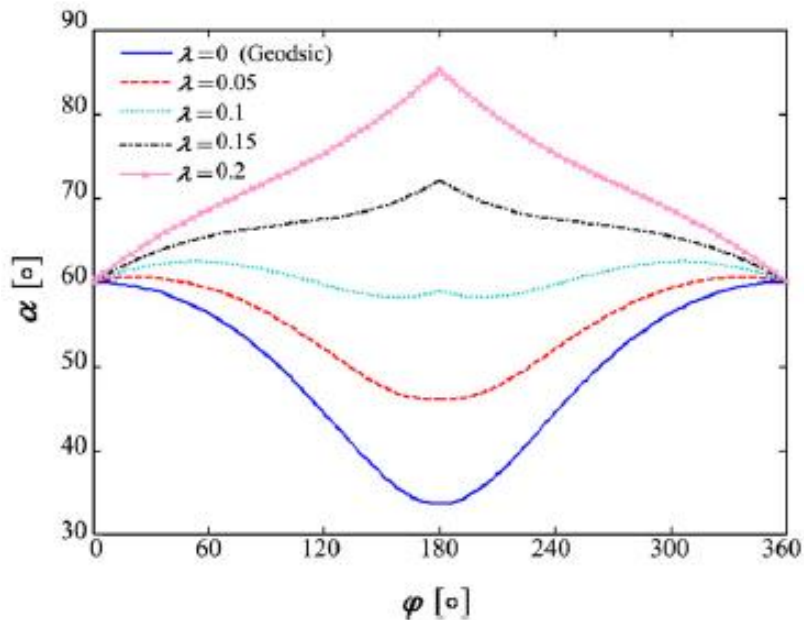
Со замена на равенките (4.62) и (4.63) во последната равенка (4.70) и со елиминација на s , добиваме систем на равенки кои ги определуваат негеодезиските патеки врз торус:

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{d\varphi} = \pm \lambda \left(\frac{r \cos \varphi \cos \alpha}{(R + r \cos \varphi) \operatorname{tg} \alpha} + \sin \alpha \right) - \frac{r \cos \varphi}{(R + r \cos \varphi) \operatorname{tg} \alpha} \\ \frac{d\alpha}{d\theta} = \pm \lambda \left(\cos \varphi \cos \alpha + \frac{(R + r \cos \varphi) \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha}{r} \right) - \sin \varphi \end{cases} \quad (4.71)$$

За $\lambda=0$ решение на системот е равенката на Клеро (4.26), но за $\lambda \neq 0^3$ патеката на влакното ќе отстапува од геодезиската патека и затоа се нарекува негеодезиска патека. Како за системот (4.64), така и за овој систем диференцијални равенки (4.71) не постои аналитичко решение, па така користејќи почетни услови со користење на Рунге-Кута метод се добиваат соодветни нумерички решенија за негеодезиските патеки врз торус.

Во споредба со геодетското намотување, примената на негеодезиското намотување значително го зголемува дизајнерскиот простор за садовите под притисок. Се појавува можноста за модифицирање на вредноста λ за да се добие поголема слобода на дизајнот на патеките за намотување. Следствено, способноста за подобрување на структурните перформанси при задоволување на производните барања овде станува факт. На слика 4.7 се прикажани неколку агли на намотување за негеодезиски патеки со коефициенти на пролизгување кои се движат од 0 до 0.2. Се покажува дека аголот на намотување на негеодезиската патека се зголемува со подобрување на коефициентот на лизгање (Zu, Koussios, & Beukers, 2010).

³ За влажно намотување се зема <0.2 , додека за суво >0.5



Слика 4.7: Агли на намотување на негеодезиски патеки со различни коефициенти на пролизгување

Figure 4.7: Winding angles for non-geodesic paths with various slippage coefficients

Условите за премостување и распределба на дебелината остануваат исти како кај геодезискиот случај, одредени со (4.67) и (4.68).

4.2.2.2 Модели на континуирани патеки врз композитни L, S и T спојници

Овој дел на методи на асиметрични форми го започнавме токму со анализа на торусни форми поради фактот што најзначајните и најприменети делови во композитната индустрија, како што се спојниците од композитни материјали ја користат идејата на математичките модели на торусните форми. Најбарани во оваа индустрија се спојниците во форма на латинските букви L⁴ (колено - elbow), T (T-форма – T-Shape) и S (S-форма – S-Shape), кои пак се делови од торус, или пак се составени од делови на торус.

Коленото (L-форма или U), како спојник, се карактеризира со дел од торус (најчесто во практика четвртина или распон од 90° или третина со распон 120°) и прирабници на краевите кои претставуваат цилиндри (во употреба во зависност од намената понекогаш се користат и колена без прирабници), како што може да се види на слика 4.8 од моделот, мандрелот и крајниот продукт. Додека диференцијалните равенки (4.64) на геодезиски патеки на колено се

⁴ Во некои литератури оваа форма на спојници се нарекува и U-форма (U-Shape)

релативно полесни за решавање, на цилиндричните продолжетоци е јасно дека тие криви мора да се негеодезиски (4.43). Поради ова, проблем претставува целосното покривање на прирабниците.



Слика 4.8: 3D модел на колено, мандрел со прирабник и композитен производ
Figure 4.8: 3D model of elbow, mandrel with flange and composite product

За да се реши ова, предложена е изводлива патека за намотување, која вклучува примена на геодезијата на коленото (торусниот дел), негеодезиска патека на цилиндерот и техника на стационарање каде што траекторијата се задржува на крајот од продолжетоците наместо да се врти назад наеднаш. Овој пристап нуди ефективно решение за постигнување на посакуваното покривање на намотување, притоа земајќи ги предвид различните геометриски карактеристики и на коленото и на цилиндерот.

Да се навратиме на описот на површината на торусот со (4.58) и да ја определеме површината само на делот од коленотот. Аголот на распон ќе го наречиме θ_{span} :

$$\vec{S}(\theta, \varphi) = [(R + r \cos \varphi) \cos \theta, (R + r \cos \varphi) \sin \theta, r \sin \varphi]$$

$$\theta \in \left[-\frac{\theta_{span}}{2}, \frac{\theta_{span}}{2}\right] \quad \text{и} \quad \varphi \in [0, 2\pi]$$
(4.72)

Системот (4.64) ги дава решенијата на геодезиската патека на коленото. Со тоа што сега ако ја интегрираме првата равенка од системот и ја определеме константата земајќи ги предвид почетните услови, имаме:

$$\cos \alpha = \frac{(R + r) \cos \alpha_0}{R + r \cos \varphi}$$
(4.73)

Со замена на (4.73) во втората равенка од системот (4.64) воведуваме функција f со:

$$f(\varphi) = \frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{r(R+r)\cos\alpha_0}{(R+r\cos\varphi)\sqrt{(R+r\cos\varphi)^2 - (R+r)^2\cos^2\alpha_0}} \quad (4.74)$$

Бидејќи надворешниот лак на коленото е најдолгата патека на формата (кога $\varphi=0$) со периодично покривањето на лакот, очекуваме дека и целото колено ќе биде целосно покриено. Како критериум за целосно покривање на коленото ја земаме предвид следнава формула:

$$\theta_{cycle} = \int_0^{2\pi} f(\varphi)d\varphi \quad (4.75)$$

Следно, нека со w ја означиме ширината на траката (збирот од сите влакна кои ја сочинуваат вкупната ширина од активната трака на намотување), ќе одредиме број M од потребни траки за целосно покривање на коленото со:

$$M = \left\lceil \frac{(R+r)\theta_{cycle}\sin\alpha_0}{w} \right\rceil + 1 \quad (4.76)$$

Траките униформно го покриваат овој периодичен лак, кога ќе поставиме M траки редоследно започнувајќи од $\theta=0$ до $\theta=\theta_{cycle}$ со интервал θ_{cycle}/M вдолж надворешниот лак. Овие интервали се определени со:

$$\theta_i = \frac{i\theta_{cycle}}{M} \quad \text{каде што} \quad i = \overline{0, M-1} \quad (4.77)$$

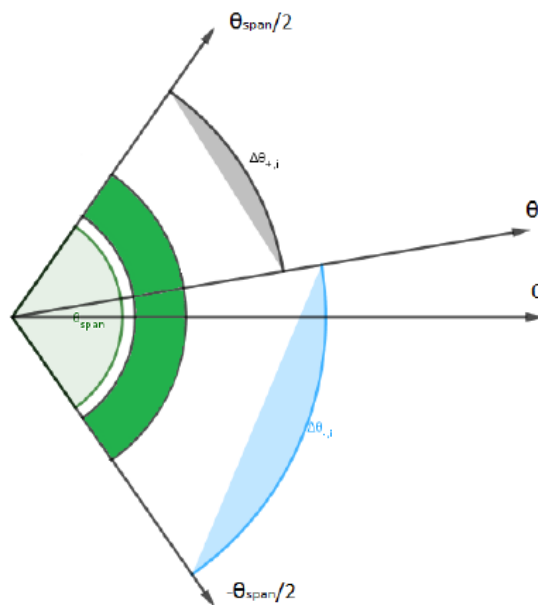
Затоа што ни треба M број на траки за да се покрие цела површина, идејата за нивната позиција е да се има базна крива, на приемир $i=0$, која ќе помине низ точката $(\theta, \varphi)=(0, 0)$, така што секоја i -та крива ќе поминува низ $(\theta, \varphi)=(\theta_i, 0)$. Имајќи го ова предвид треба да најдеме каде да почне и каде да заврши кривата (слика 4.9). Ова може да се направи ако го поделиме овој подпроблем на два дела, прво да одиме од средина до крај, и второ од старт до средина. Поради ова, треба да пресметаме точно кои се почетните и крајните агли. Бидејќи ги знаеме почетните и крајните агли за θ за секоја i -та крива:

$$\begin{aligned} \theta_{-,i} &= -\frac{\theta_{span}}{2} & \text{и} & & \Delta\theta_{+,i} &= \theta_{+,i} - \theta_i \\ \theta_{+,i} &= \frac{\theta_{span}}{2} & & & \Delta\theta_{-,i} &= \theta_i - \theta_{-,i} \end{aligned} \quad (4.78)$$

Тогаш почетните и крајните вредности на φ ќе ги определиме преку:

$$\Delta\theta_{+,i} = \int_0^{\varphi_{+,i}} f(\varphi) d\varphi \quad \Delta\theta_{-,i} = \int_{\varphi_{-,i}}^0 f(\varphi) d\varphi \quad (4.79)$$

Во равенките можеме да видиме дека аглите за φ треба да ги пресметаме како гранични вредности на интегралите. За да ги пресметаме нивните вредности, го користиме методот на бисекција, исто така, познат како метод на дихотомија. Методот на бисекција е техника за пронаоѓање на реални корени на континуирана функција, дефинирана во затворен интервал за чии крајни вредности на функцијата имаат спротивни знаци, со последователно стеснување на опсегот на вредности во кои се знае дека коренот постои користејќи интервал на преполовување. Постоенето на корен произлегува од теоремата на Болцано (Dimovski, et al., 2018).



Слика 4.9: Претставување на аголните интервали на θ
Figure 4.9: Representation of angle intervals of θ

Потоа, класичниот експлицитен метод Runge-Kutta од четврти ред се применува за системот на диференцијални равенки (4.64). Последното нешто што се прави

за да се најде точната траекторија на М бројот на криви (патеки) е нумерички да го решиме (4.76) за секоја крива.

Продолжетеците на коленото (прирабниците) се практично цилиндри, така што треба само да се дизајнира патека на влакното на цилиндар, а потоа со едноставни трансформации да се надоврзат на тие од торусниот дел. Параметарски површината на цилиндарот ја задаваме со:

$$C(z, \varphi) = [r \cos \varphi, r \sin \varphi, z] \quad 0 \leq \varphi < 2\pi \quad 0 < z \leq L \quad (4.80)$$

Според (4.10) имаме $E=1$, $F=0$, $G=r^2$ и геодезиската (4.39) и нормалната (4.40) кривина на кривите на цилиндарот се:

$$k_g = \frac{d\alpha}{ds} \quad k_n = -\frac{\sin^2 \alpha}{r} \quad (4.81)$$

Ако ги замениме во условот за негеодезиска патека (4.69) ги имаме следниве равенки:

$$\frac{d\alpha}{ds} = -\frac{\lambda \sin^2 \alpha}{r} \quad \frac{dz}{ds} = \cos \alpha \quad \frac{d\varphi}{ds} = \frac{\sin \alpha}{r} \quad (4.82)$$

Овие равенки можат да се поедностават и го даваат системот решенија за патеките на цилиндарот:

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{d\varphi} = -\lambda \sin \alpha \\ \frac{dz}{d\varphi} = r \operatorname{ctg} \alpha \end{cases} \quad (4.83)$$

Заедно со почетните услови:

$$\begin{aligned} \alpha \Big|_{\substack{z=0 \\ \varphi=\varphi_b}} &= \alpha_b \\ \alpha \Big|_{\substack{z=z_e \\ \varphi=\varphi_e}} &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (4.84)$$

Каде што φ_b и α_b се определуваат од условот на Клеро (4.26), додека φ_b не е познат. Меѓутоа од системот (4.83) и почетните вредности (4.84) имаме (Hai-Sheng & You-Dong, 2002):

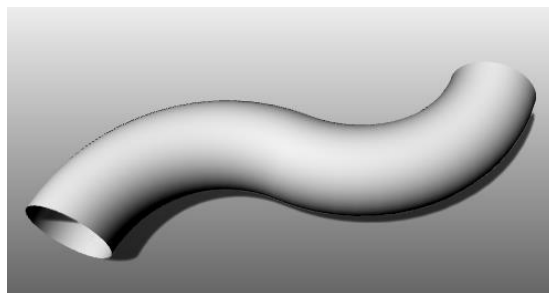
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \operatorname{tg} \frac{\alpha_b}{2} e^{-\lambda(\varphi - \varphi_b)} \\ z &= \frac{r}{\lambda} \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha_b} \right) \end{aligned} \quad (4.85)$$

Што се однесува до моделот на единечна намотка (составена од само еден геометриски дел), традиционалниот метод на намотување заснован на равенки може многу добро да го реши проблемот. Неговиот дизајн на шаблоните на намотување е точен и е погоден за дизајн на преодниот модел на крајот на колената. Сепак, што се однесува до целокупната целосна покриеност на колена, моделот е нерамномерен и неуреден. Затоа, традиционалниот метод на намотување не е погоден за целосно покривање на телото на S-форма. Методот на дизајнирање на шаблони за намотување базиран на намотување со прилепување има добра применливост. Може да се користи во дизајнирање на шаблони за намотување на разни колена, прави цевки или комбинација од двете. Идеално е да се дизајнира шемата за намотување на телото на S-формата со методот на намотување со прилепување (Xiangfeng, Jun, & Liwei, 2010).

Тргуваме тука од геометриска површина добиена со развлекување на кружница по дадена крива која лежи во рамнина (слика 4.10). Да забележиме тука дека и коленото е добиено така, како дел од торус. Оваа форма е добиена со ротација на кружница со центар C околу точка O за еден циклус. Таквата форма ја има следнава параметарска репрезентација:

$$\vec{S}(\phi, \theta) = [(r \cos \phi + R) \cos \theta, (r \cos \phi + R) \sin \theta, r \sin \phi + z] \quad (4.86)$$

Каде r е радиусот на цевчестиот дел, R е радиусот на централната кружница и z е централната позиција по Z оска, ϕ е ротациониот агол околу центарот C и θ е аголот на револуција околу централната точка O .



Слика 4.10: 3D модел на S-форма
Figure 4.10: S-Shape 3D model

Коефициентите на првата фундаментална (4.10) и втората фундаментална форма (4.13) се:

$$\begin{aligned} E &= r^2 & L &= r \\ F &= 0 & M &= 0 \\ G &= (r \cos \phi + R)^2 & N &= (r \cos \phi + R) \cos \phi \end{aligned} \quad (4.87)$$

Со замена во формулата на Луивил (4.37) со коефициентите од (4.87) ги имаме следниве равенства:

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{\cos \alpha}{r} \quad \frac{d\theta}{ds} = \frac{\sin \alpha}{r \cos \phi + R} \quad (4.88)$$

Каде геодезиската и нормалната кривина се определени со:

$$k_g = \frac{d\alpha}{ds} + \frac{\sin \phi \sin \alpha}{r \cos \phi + R} \quad k_n = \frac{\cos^2 \alpha}{r} + \frac{\sin^2 \alpha \cos \phi}{r \cos \phi + R} \quad (4.89)$$

Ако кривините ги замениме во условот за негеодезиски патеки, имаме:

$$\lambda = \frac{k_g}{k_n} \Rightarrow \frac{d\alpha}{ds} = \lambda \left(\frac{\cos^2 \alpha}{r} + \frac{\sin^2 \alpha \cos \phi}{r \cos \phi + R} \right) - \frac{\sin \phi \sin \alpha}{r \cos \phi + R} \quad (4.90)$$

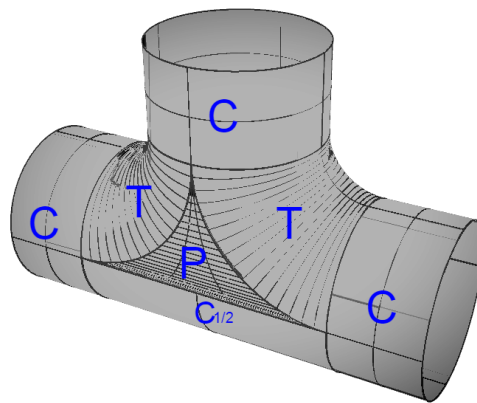
Последно, ако ги замениме (4.89) во (4.90) го добиваме системот диференцијални равенки чии решенија се негеодезиските криви на површината:

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{d\phi} = \frac{r \operatorname{tg} \alpha}{r \cos \phi + R} \\ \frac{d\alpha}{d\phi} = \lambda \cos \alpha + \frac{\lambda r}{r \cos \phi + R} \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha \cos \phi - \frac{r}{r \cos \phi + R} \operatorname{tg} \alpha \sin \phi \end{cases} \quad (4.91)$$

Начинот на решавање на овој систем е по аналогија на претходните дискусии. Најсложените од сите форми на спојници кои можат да се произведат како композитни продукти се спојниците во форма на Т. Нивната сложеност е во нивната не униформна геометриска конструкција. Најчесто овие спојници се моделираат како два цилиндри кои се сечат. Овој проблем е поставен уште пред три декади од страна на Seereeram et al (Seereeram & Wen, 1991), но математичкиот пристап не дава добри резултати во пракса. Прво, геометријата на два пресечени цилиндри не дава глатка површина и моделирањето на патеки

нема континуирана поврзаност на патеките кон преминот од еден кон друг цилиндар. И второ, целосната и рамномерна покриеност на моделот е слаба страна на овој модел.

За да ги надминеме овие проблеми, тука користиме Т-форма која е составена од повеќе делови кои меѓусебе се глатко поврзани и сепак преставуваат делови од стандардни геометриски форми. Ова ќе дозволи глатки премини на патеката (односно глатко поврзување) и полесно моделирање на патеките. Користиме Т-форма составена од три цилиндрични делови, два торусни, две рамнински и една полу цилиндрична форма (слика 4.11).



Слика 4.11: 3D модел на Т-форма составена од стандардни форми: C-цилиндар, T-торус, P-рамнина, C1/2-полу цилиндар
Figure 4.11: T-shape 3D model composed of regular forms: C-cylinder, T-toroid, P-plane, C1/2-half cylinder

За да го насочиме процесот на дизајнирање на Т-форми, овде го воведуваме концептот на дизајн лепенки (закрпи) кои се основни единици во дизајнот на патеката. Секоја таква лепенка (означена со букви на погорната слика) содржи површини, граници и множество точки. Т-формите се карактеризираат во два типа на дизајн лепенки: прави цевчести лепенки и Т-спојка меѓу нив. Правите цевчести лепенки се претставени како цилиндри, додека Т-спојката се состои од два торусни дела, две рамнински и еден полу-цилиндричен дел (како што е прикажано на слика 4.11). Со усвојување на овој пристап, дизајнот на патеката за Т-формите е поедноставен и станува прашање на дизајн на патека на неколку стандардни дизајнерски лепенки (површини).

Постојат два вообичаени методи за генерирање патека врз површина: параметарски метод и метод на мрежа од палогони (mesh). Дизајнерските лепенки на Т-формите вклучуваат торус, рамнини и цилиндри, кои се едноставни

закрпи, така што овде го усвојува параметарскиот метод за генерирање траектории на намотување. Со цел да се подобри степенот на слобода, се избира негеодезиски криви за дизајнирање на патеки за намотување. Стабилноста може да се обезбеди сè додека силата на лизгање не го надминува триењето. Страничната сила на лизгање и позитивниот притисок може да се претстават со геодетска кривина k_g и нормална кривина k_n соодветно. Тука, коефициентот на лизгање λ се користи за да се претстави стабилноста на патеките, како што е прикажано во равенката (4.69). Сè додека коефициентот на лизгање на патеките λ е помал од коефициентот на триење μ , влакната остануваат стабилни на проектираните патеки.

Подолу ќе ги претставиме диференцијалните равенки на негеодезиски криви во општ случај на површина $S(u,v)$ преку коефициентите на првата и втората фундаментална форма:

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{ds} = \lambda \frac{Ld^2u + 2Mdudv + Nd^2v}{Ed^2u + 2Fdudv + Gd^2v} + \frac{\cos \alpha}{2\sqrt{G}} \frac{\partial \ln E}{\partial v} + \frac{\sin \alpha}{2\sqrt{E}} \frac{\partial \ln G}{\partial u} \\ \frac{du}{ds} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{E}} \\ \frac{dv}{ds} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{G}} \end{cases} \quad (4.92)$$

Овој дел се фокусира на алгоритмот за генерирање на патеки за трите различни лепенки на Т-формата. Димензиите на торусот се дефинирани со R и r . Точка, означена како P , се наоѓа на торусот, а нејзините параметарски координати се претставени со u и v . Негеодетските диференцијални равенки што ја регулираат патеката се дадени во системот (4.93). Овие равенки ја обезбедуваат потребната математичка рамка за пресметување на патеката на намотување на торусната лепенка.

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{ds} = \lambda \left(-\frac{\cos v \cos^2 \alpha}{R + r \cos v} - \frac{\sin^2 \alpha}{r} \right) + \frac{\sin v \cos \alpha}{R + r \cos v} \\ \frac{du}{ds} = \frac{\cos \alpha}{R + r \cos v} \\ \frac{dv}{ds} = \frac{\sin \alpha}{r} \end{cases} \quad (4.93)$$

Во повеќето референци, негеодетските диференцијални равенки се изразени како функции на површинскиот параметар u . Овој параметар u може да се одреди со елиминирање на должината на лакот s од системот (4.93). Оваа математичка трансформација овозможува поудобно прикажување на негеодетските диференцијални равенки, кои се основни за пресметување на патеките на намотување на површината.

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{du} = \lambda \left(-\frac{R}{r} \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha - \cos v \sec \alpha \right) - \sin v \\ \frac{dv}{du} = \frac{R + r \cos v}{r} \operatorname{tg} \alpha \end{cases} \quad (4.94)$$

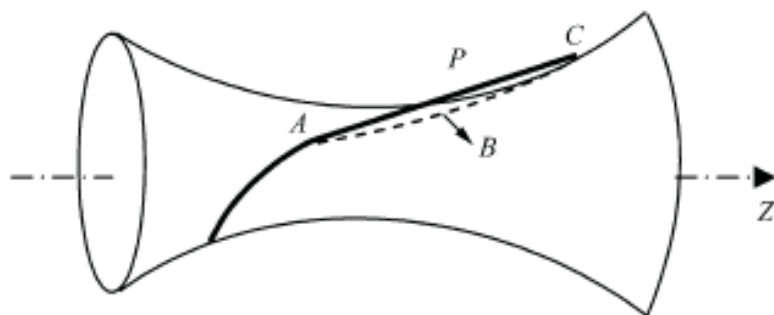
Негеодезиско намотување по должината на патеката како параметар на цилиндричниот дел може да се добие (со Runge-Kutta од 4-ти степен како во претходните дискусии) преку следниот систем:

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{ds} = -\frac{\lambda}{R} \cos^2 \alpha \\ \frac{du}{ds} = \frac{1}{R} \cos \alpha \\ \frac{dv}{ds} = \sin \alpha \end{cases} \quad (4.95)$$

Нормалната кривина на сите криви во рамнината е нула. Ако влакното се стави по должината на патеката со нормална кривина од нула, нема позитивен притисок помеѓу влакното и мандрелот. Така што нема триење што може да ја надомести негеодетската сила на странично лизгање. Затоа, негеодезиските криви во рамнина се нестабилни и не се погодни за патеки на намотување. Како заклучок, патеката на намотување на рамнината е права линија одредена од почетната точка и почетната насока (Chang, et al., 2021).

Еден од поголемите проблеми кој се појавува во практика кај асиметричните форми е проблемот на премостување на влакното врз мандрелот, што доведува до некомпактно намотување, а со тоа и некомпактен производ кој е подложен на многу дефекти.

Состојба на премостување се случува кога влакното отстапува од површината на мандрелот, како што е прикажано на слика 4.12.



Слика 4.12: Состојба на премостување
Figure 4.12: Bridge condition

Линијата AC е намотаното влакно во состојба на премостување. Точките A , B и C се точки на исклучување, а P е точка случајно избрана на правата AC . Ќе се појави состојба на премостување ако има растојание помеѓу мандрелот и влакното во точка B .

За време на намотување, состојбата на премостување е главниот фактор што влијае на капацитетот за толеранција на тежината и животниот век на употреба. Општо земено, за да се елиминира состојбата на премостување, постојат два вообичаени методи како што следува:

- (1) Да се зголеми аголот на намотување. Вообичаено ова е најнефективниот начин да се избегне премостувањето. Треба да се забележи дека со доволно голем агол на намотување, силата на отпорот на производот до аксијалниот интензитет би се намалила.
- (2) Да се оптимизира дизајнот. За да се избегне влијанието на перформансите на производот што се намотува, острите испакнатини или вдлабнатини на површината на мандрелот треба да се отстранат или да се намалат во дизајнот.

За да се реши проблемот со состојбата на премостување, најпрво треба да биде откриена локацијата каде што е состојбата на премостување. Со воспоставен точен модел на податоци и добиени детални информации за површината на мандрелот, потенцијалната состојба на премостување може да се открие и добро да се контролира со софтвер. Појавата на состојба на премостување би го суспендирала раното влакно помеѓу A и C за време на намотувањето. Односно, растојанието помеѓу B и оската на мандрелот треба да биде пократко од она од P до оската на мандрелот. Како резултат на тоа, условот за

премостување на влакна нема да се појави на точката на исклучување B само ако е исполнето равенството (4.96) (Hongya, Xianfeng, Zhenyu, & Yunzhong, 2007).

$$y_B^2 + z_B^2 > y_P^2 + z_P^2 \quad (4.96)$$

4.2.2.3 Модел на континуирани патеки врз произволни форми преку параметарски домен

Во овој дел се презентира нов пристап и начин на математичко моделирање на сложени форми кои не можат да се изразат експлицитно аналитички преку равенка на површина. Станува збор за нов модел врз произволни форми со непозната експлицитна геометрија (Kochoski, Dukovski, & Samak, 2022).

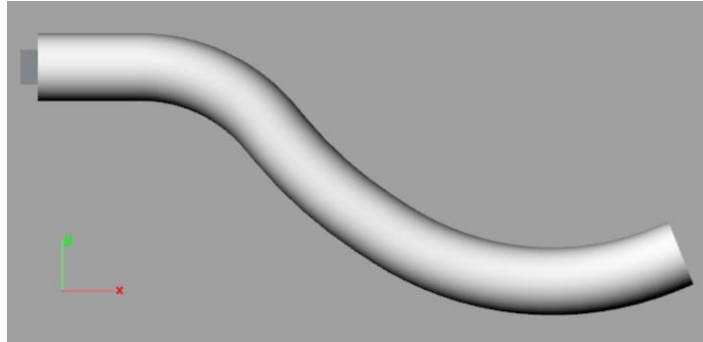
Во производството на композитни делови, без разлика на технологијата која сакам да ја примениме, како што видовме од погорните модели за симетрични и асиметрични форми, на почетокот секогаш се соочуваме со формата на производот. За симетричните модели (ротационите, добиени со крива на револуција) веќе со години има добро воспоставени математички модели. Меѓутоа, како што видовме во претходниот дел, за сложените асиметрични форми, на т.н. спојници во композитната примена, се користат форми кои се делови од торус, T и S форми. За овие форми имаме решенија и математички модели и за геодезиски и за негеодезиски патеки на влакното.

Покрај овој проблем, остануваат и други форми на композитни делови кои се почесто бараат нивна примена, како на пример спојници со некружен пресек, тука вклучува колена, T и S форми со триаголен, квадратен, повеќе-аголен напречен пресек како и напречен пресек со неправилна геометриска форма. Станува збор за сложени форми кај кои многу е тешко аналитички експлицитно да се претстави површината на тој модел, па со тоа и прашањето на диференцијана геометрија е практично невозможно. Главните два објекта на дизајнот на патеки се сведува на објект-површина и објект-крива која лежи на површината.

Математичкиот модел е: како да се најде начин за генерирање на овие патеки на сложена геометриска форма наменета за производство на композити со

технологија на намотување со влакна. Поради ова подразбираме дека површините се затворени за да може да се примени оваа технологија.

Проблемот се поставува така што се користи апроксимација на површината од делот кој се моделира. За поедноставен вовед во математичкиот модел, овој проблем ќе го поистоветиме со т.н “крива цевка”, како на слика 4.13.



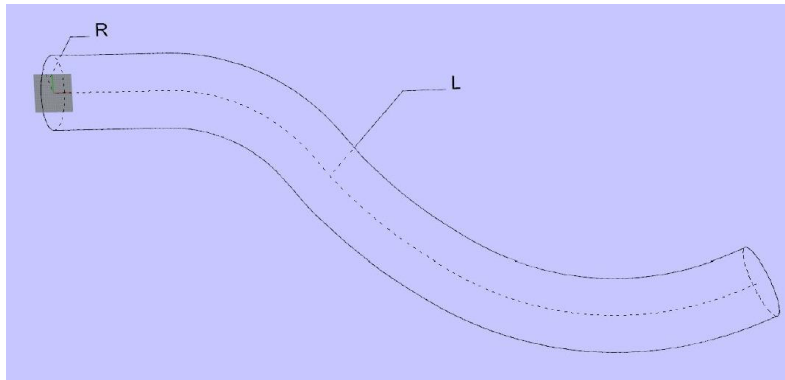
Слика 4.13: „Крива цевка“
Figure 4.13: “Curved tube”

Да забележеме дека цевката е добиена со извлекување на кружница по произволна крива и дека ни еден дел од цевката не се совпаѓа со некоја стандардна геометриска форма, како на пример торус или цилиндер.

Тука е важно да се нагласи дека апроксимативниот дел кој го анализираме не ни мора да има кружен напречен пресек ниту пак цевчест лонгитудинален дел. Оттука претпоставуваме дека ги знаеме следниве параметри: L_c како должина на напречниот пресек (на цевчести модели тоа е $2R\pi$ на модели со различни напречни пресеци ќе го земеме најголемиот⁵), L како должина на мандрелот во лонгитудинална насока (најчесто централната оска, но во зависност од целта при намотувањето, може да се избере најдолгата или најкратката таква крива), слика 4.14.

Останати параметри кои влијаат на самото намотување ќе ги дефинираме w како ширина на влакната (конците, траката, лентата и сл.) и агол на намотување α_w дефиниран во однос на лонгитудиналната крива.

⁵ Поради условот за целосно покривање на мандрелот, оттука ако најголемиот напречен пресек е покриен со влакна, тогаш и целата форма ќе биде покриена



Слика 4.14: Геометриски карактеристики на „Крива цевка“
Figure 4.14: Geometric characteristics of “Curved tube”

Идејата на овој математички модел е да се „одвитка“ површината како параметарска површина кој би преставувал параметарски правоаголник $L_C \times L$ со цел тука да се генерираат потребните криви на номутување и подоцна да се пресликаат на 3D површината. Се разбира, ако површината не е т.н. развојна (како на пример цилиндар, конус и сл.) во општ случај би очекувале отстапувања на кривите во однос на аголот кој претходно сме го дефинирале. Ако целта при секое генерирање на патеки на даден мандрел е тие да бидат што е можно поблиску до геодезиските (важно при процесот на намотување со влакна), кај развојните површини (со нула гаусова кривина) ова не преставува проблем при примена на овој алгоритам, но во сите други случаи отстапувањето од геодезиските линии е повеќе од јасно.

Променливите во овој модел ќе ги поделиме на параметри на мандрелот, оние кои се директно поврзани со геометријата на моделот кој се разгледува, како L_C и L , и параметри на патеката, оние кои се директно поврзани со геометријата на патеката која се генерира, како w и α_w . Може да се забележи дека овие влезни параметри во математичкиот модел влијаат на геометријата или на мандрелот (моделот) или на патеката (влакното). За поедноставување на основата на пристапот на овој модел земени се предвид само геометриските параметри кои влијаат во процесот на производство на избраниот композитен дел, додека процесните параметри кои влијаат на самиот процес и на технологијата при производство на композитот се исклучени од овој модел. Целта е да се задржиме на главната идеја која ја поставивме како проблем за решавање на математичкиот проблем при моделирањето, а тоа е генерирање на патеки на произволни геометриски форми.

Исто може да се заклучи дека овие параметри се независни меѓусебно, ниту еден параметар не влијае на друг. Единствената врска е крајниот резултат, 3D точките генерирани преку овој алгоритам. Која било промена на овие влезни параметри единствено влијае на промената на крајниот резултат.

Главната претпоставка на моделот е отстапување на кривите од геодезискиот принцип кај неразвојни површини. Со оглед на намерата, прво да се конструираат математички линии во параметарскиот простор, и тие линии претставуваат прави линии во тој простор, затоа овие линии кај развојните површини би преставувале геодезиски линии поради тоа што геодезиската кривина останува непроменета. За разлика од нив, во општ случај, генерираните прави линии во параметарскиот простор при пресликувањето на 3D површината ќе отстапуваат од геодезиските и ова е главна претпоставка во моделот.

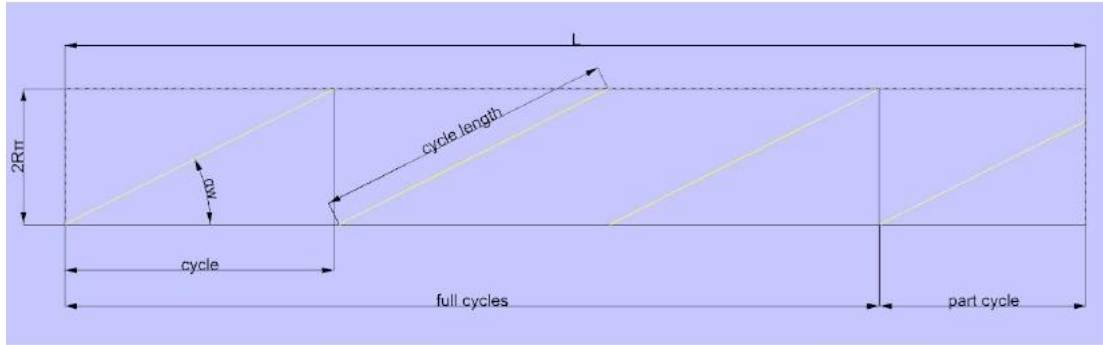
Друга претпоставка е тоа што константното растојание помеѓу две прави линии во параметарскиот простор нема да се запази при пресликувањето на површината, во општ случај. Исто како и претходно од оваа претпоставка се исклучени развојните површини.

Резултатот кој го очекуваме од овој модел се точки на површината кој со нивна интерполација ќе добиеме крива на површината во просторот. Математички модел за протнување на крива низ овие точки не претставува дел од проблемот на овој модел.

Нека U и V се параметарските интервали $U=[U_0, U_1]$ и $V=[V_0, V_1]$ со кој е направена нова репараметризација на просторот во $U=[0, L]$ и $V=[0, L_C]$. Ознаките L и L_C остануваат исто дефинирани како претходно, должина на избраната лонгитудинална крива и должина на избраната напречна крива. Понатаму во овој модел ќе подразбираме дека е направена таква промена на параметарскиот простор.

Следно ќе дефинираме должини на доменот по U и V :

$$L_U = |U_1 - U_0| = L \quad \text{и} \quad L_V = |V_1 - V_0| = L_C \quad (4.97)$$



Слика 4.15: Параметарски простор и патека
Figure 4.15: Parametric space and curve path

На слика 4.15 е прикажано конструкција на една крива под даден агол во параметарскиот простор. Дефинираме циклус, односно должина на еден циклус како должина потребна на кривата за да се смени параметарот по U за еден круг околу него. Дефинираме на следниот начин:

$$L_{cycle} = \left| \frac{L_V}{\text{tg } \alpha_w} \right| = \frac{L_C}{\text{tg } \alpha_w} \quad (4.98)$$

Дефинираме број на цели циклуси потребни за да се конструира патека од едниот до другиот крај на параметарскиот простор:

$$N_{cycle} = \left[\frac{L_U}{L_{cycle}} \right] = \left[\frac{L}{L_{cycle}} \right] \quad (4.99)$$

Дефинираме број на ротации околу параметарот V потребен за да се потполни со ширината на влакната (w). Овој број ни покажува колку пати треба да ја „ротираме“ патеката околу телото (по V) за да се покрие целото тело:

$$N_{rot} = \left[\frac{L_V \cos \alpha_w}{w} \right] + 1 = \left[\frac{L_C \cos \alpha_w}{w} \right] + 1 \quad (4.100)$$

Бидејќи имаме цел број на такви ротации (колку што треба да има влакна во една насока) останува помал дел од една цела ротација (кој е вклучена во бројот на N_{rot}) потребно е да направиме корекција на w која е само од пресметковен карактер, односно за да имаме целосно покривање ќе треба да имаме малку и преклопување на конците на мандрелот, што е нормално кај композитите произведени со оваа технологија. Корекцијата ја правиме на следниот начин:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{w}{\cos \alpha_w} \\
\Delta m &= L_V - (N_{rot} - 1)m = L_C - (N_{rot} - 1)m \\
m_{cor} &= m - \frac{m - \Delta m}{N_{rot}} \\
w_{cor} &= m_{cor} \cos \alpha_w
\end{aligned} \tag{4.101}$$

Бројот m во равенките погоре претставува делот што го зафаќа траката од влакна под даден агол врз U параметарска изокрива, односно на дел од должината што го зафаќа на L_C . Понатаму, во моделот и во алгоритмот кога ќе се користат m и w ќе подразбираме дека се веќе корегирани како погоре (m_{cor} и w_{cor}).

Нека делот од кривата потребен за еден циклус го интерполираме со N точки, тогаш за секоја ротација индексирани со $r=\{0,1,\dots,N_{rot}-1\}$, за секој цел циклус индексирани со $i=\{0,1,\dots,N_{cycle}-1\}$ и за секоја таква точка од површината индексирани со $j=\{0,1,\dots,N\}$ дефинираме параметарски променливи со:

$$\begin{aligned}
t_U &= L_{cycle} \left(i + \frac{j}{N-1} \right) \\
t_V &= \left(\frac{jL_{cycle}}{N-1} \operatorname{tg} \alpha_w + rm \right) \operatorname{mod}(L_V)
\end{aligned} \tag{4.102}$$

Бараната точка е $P_1 = S(t_U, t_V)$.

Меѓутоа, овие пресметки можат да се искористат и за пресметување и на точките од накрсната патека ($-\alpha_w$) за која знаеме дека ќе има ист параметар по U па останува само да се пресмета нов параметар V со дефинирање на продолжување (или намалување) на веќе пресметаниот параметар. Дефинираме продолжување (по знак) на параметар V на следниот начин:

$$E_V = L_V \left(1 - \frac{2j}{N-1} \right) \tag{4.103}$$

Новиот параметар по V за накрсната крива е:

$$\bar{t}_V = (t_V + E_V + rm) \operatorname{mod}(L_V) \tag{4.104}$$

Бараната точка е $P_2 = S(t_U, \bar{t}_V)$.

Останува да се дефинираат точките уште за последниот циклус кој не е цел циклус (part cycle означен на слика 4.15). пресметуваме остаточна вредност на тој дел од параметарскиот простор како:

$$Res = L_U - N_{cycle}L_{cycle} \quad (4.105)$$

Ќе дефинираме променлива J која на почетокот е нула и ќе ја зголемуваме во секоја итерација за L_{cycle}/N (рамномерна распределба на точки како и за целите циклуси) сè додека е исполнет условот $J+N_{cycle}L_{cycle} < L_U$. Точките кои се добиваат на не целосниот дел од циклусот се:

$$\begin{aligned} t_U &= J + N_{cycle}L_{cycle} \\ t_V &= (J \operatorname{tg} \alpha_w + rm) \operatorname{mod}(L_V) \end{aligned} \quad (4.106)$$

Аналогно како погоре, точките од накрсната крива се добиваат со дефинирање на продолжување (по знак):

$$\begin{aligned} E_V &= L_V \left(1 - \frac{2J}{L_{cycle}}\right) \\ \bar{t}_V &= (t_V + E_V + rm) \operatorname{mod}(L_V) \end{aligned} \quad (4.107)$$

Бидејќи при интерполација на кривите сакаме да почнуваат и да завршуваат точно на почетокот од работ на површината па се до другиот крај (отвор) оптребно е да се дефинираат и последните точки на кривата и на накрсната крива на краевите на следниот начин:

$$\begin{aligned} t_U &= L_U \\ t_V &= (Res \operatorname{tg} \alpha_w + rm) \operatorname{mod}(L_V) \\ E_V &= L_V \left(1 - \frac{2Res}{L_{cycle}}\right) \\ \bar{t}_V &= (t_V + E_V + rm) \operatorname{mod}(L_V) \end{aligned} \quad (4.108)$$

На овој начин ги имаме дефинирано точките на сите криви во параметарскиот простор, а според тоа и точките на површината со чија интерполација се добиваат кривите на неа.

4.3 Примена на математичкиот модел со симулација на симетрични композити

Врз основа на развиените математички модели за патека на влакна и дизајн на композитна цевка се покажа дека аголот на патеката на намотување претставува еден од влијателните фактори што влијае на квалитетот на композитната структура. Затоа, за да се потврди адекватноста на развиените математички модели направени се експерименти за добивање на симетрични композитни примероци – цевки со различни агли на намотување. Во рамките на оваа докторска дисертација, со примена на развиените методи за патека на влакна, произведени се четири композитни цевки со различни агли на намотување: 10° , 45° , 60° , 90° и една со комбинација на претходните агли.

Едно од барањата за ваков тип на композитна структура претставува јакост на внатрешен притисок, затоа што овој тип на композитни структури се применува главно за транспорт за флуиди. За да може ова барање да биде исполнето потребно е композитната структура да има добри механички карактеристики. Според ASTM стандардите механичка карактеристика која што ја дава отпорноста на внатрешен притисок претставува јачината на истегнување на прстенести примероци од произведените композитни цевки со постапката за намотување на влакна. За експерименталните експериментирање во оваа докторска дисертација беше применет ASTM D2290 и според тој стандард од секоја произведена композитна цевка беа отсечени по пет прстени во соодветни димензии и истите беа тестирани за јакост на истегнување.

Симулацијата на цевки беше направена преку претходно програмиран plug-in во софтверскиот CAD пакет Rhinoceros 3D. Алгоритмот кој е имплементиран во софтверот е според математичките модели опишани во поглавјето 4.2.1.3. Во симулациите се употребуваат методи на репрезентација на геометријата на мандрелот и централната линија на траката која ја формираат влакната, претставена преку интерполирана крива. Дополнително, алгоритмите се имплементирани и во програмскиот софтвер MATLAB преку кој добивме резултати во форма на дијаграми и графици за односите на клучните параметри при симулирањето на патеката на влакното. Резултатите од симулацијата за симетричните цевки со агли кои се претходно напоменати подетално се изнесени во Глава 5.

4.4 Производство на симетричен дел (стаклени композитни цевки)

За производство на примероците композитните цевки се користени 10 калеми (шпулни) со стаклени влакна (E-glass fiber roving) со финост од 600tex, произведени од компанијата SHANGDONG од Кина. Стаклените влакна се импрегнирани со полимерен раствор од епоксидна смола. Користен е епоксиден систем од компанијата Hexion од САД со состав: епоксидна смола Bisfenol Epikure 828, зацврстувач Methyltetrahydrophthalic Anhydride (МТНПА) Epikure 866 и забрзувач Hexion EPC 101. Во Табелите 4.1 до 4.3 се дадени карактеристиките на компонентите на полимерниот систем, нивниот сооднос и карактеристиките на полимерниот раствор. Вискозноста на смолниот систем при температура од 25°C е 600-1000 mPa·s, додека со зголемување на температурата истата се намалува. Врз основа на направената анализа, времето на работа (Pot-life) односно на вмрежување на епоксидната смола од полимерниот систем е 56 до 62 часа на 23 °C. Во ова истражување смолата во кадата не е греена, што значи времето за работа е доста долго.

Во зависност од прецизните барања, количината на употребениот забрзувач EPC 101, може да варира помеѓу минимум 0.2 и максимум 3.0 масени делови во однос на количината на смолата. Смолата, зацврстувачот и забрзувачот може лесно да се мешаат на собна температура и на температура од 40 °C. Црвеникаво обезбојување на смесата (зацврстувачот и смолата) што се јавува при додавање на забрзувачот, исчезнува речиси целосно за време на процесот на стврднување и нема штетен ефект врз квалитетот на производот.

Табела 4.1: Карактеристики на компонентите на смолниот систем
Table 4.1: Characteristics on resin system components

Компонента	Својство	Метод	Мерка	Вредност
Hexion EPR 828	Еквивалент на епоксидна тежина [1]	ASTM D1652	g/eq	185-192
	Вискозност на 25°C [2]	ASTM D445	P	110-150
	Боја	ASTM D1544	Gardner	1 max.
	Густина на 25°		g/ml	1.16
	Физичка форма			Бистра
	Притисок на испарување на 77°C		mm Hg	0.03
	Индекс на прекршување на 25°C			1.573
	Специфична топлина		BTU/lb/°F	0.5
Hexion EPH 866	Физичка форма			Бистра
	Боја	ASTM D1544	Gardner	≤2
	Вискозност на 25°C	ASTM D445	mPa·s	50-100
	Густина на 25°		g/cm ³	1.20-1.25
Hexion EPC 101	Физичка форма			Светло жолта
	Боја	ASTM D1544	Gardner	≤8
	Вискозност на 25°C	ASTM D445	mPa·s	150-300
	Густина на 25°		g/cm ³	0.95-0.97
[1] ASTM D1652 (Епоксидна содржина на епоксидна смола – Perchloric Acid Method)				
[2] ASTM D445 (Кинематска вискозност – определување на вискозност на течности според Ubbelohde Viscometer)				

Табела 4.2: Сооднос на компонентите
Table 4.2: Components ratio

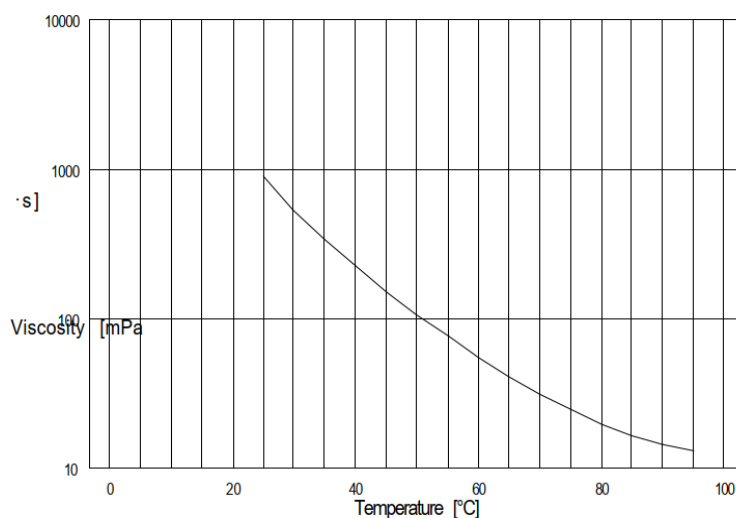
Компонента	Однос на масен удел
Hexion EPR 828	100.0 делови по тежина
Hexion EPH 866	80.0 делови по тежина
Hexion EPC 101	1.5 делови по тежина

Табела 4.3: Карактеристики на смолниот систем
Table 4.3: Characteristics on resin system

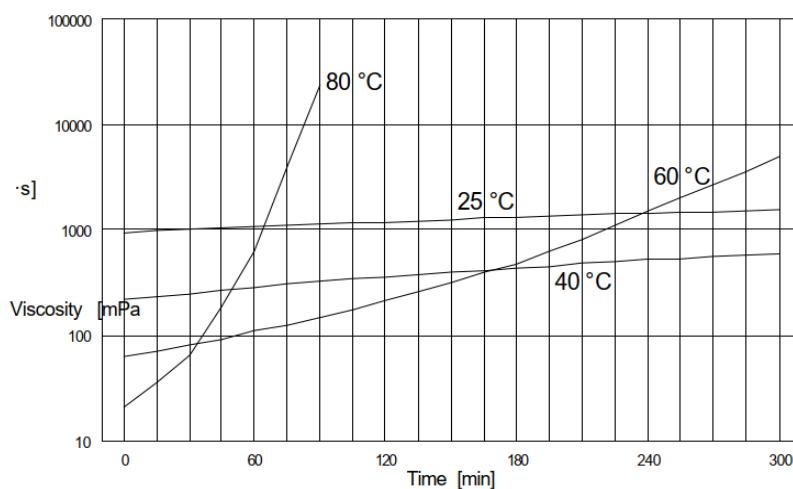
Својства	Мерка	EPR 828 - EPH 866 - EPC 101
Јакост на свиткување	MPa	120
Девијација	mm	10
Модул на свиткување	MPa	70
Истегнување до пукање	%	4
Јакост на удар	mJ/mm ²	22
Јакост на притисок	MPa	140
Топлотна девијација под притисок (Martens)	°C	125

Производството на композитни цевки за истражувањата во оваа докторска дисертација се правеа во лабораториите на претпријатието Ламинати Прилеп⁶. Примероци од композитни цевки со различни дизајни се произведени со помош на лабораториската машина за намотување на влакна.

На слика 4.16 е даден дијаграм на промена на динамичката вискозност зависна од промена на температурата при константно време, а на слика 4.17 е дадена динамичката вискозност на смолниот систем во зависност од времето за неколку температури.



Слика 4.16: Динамичка вискозност на смолниот систем од 25°C - 100°C
Figure 4.16: Dynamic viscosity of the resin system at 25°C-100°C



Слика 4.17: Динамичка вискозност на смолниот систем од 25°C, 40°C, 60°C и 80°C

Figure 4.17: Dynamic viscosity of the resin system at 25°C, 40°C, 60°C and 80°C

⁶ <https://laminati.com.mk/>

На слика 4.18 претставена е постапката за намотувањето на влакна под различни агли.



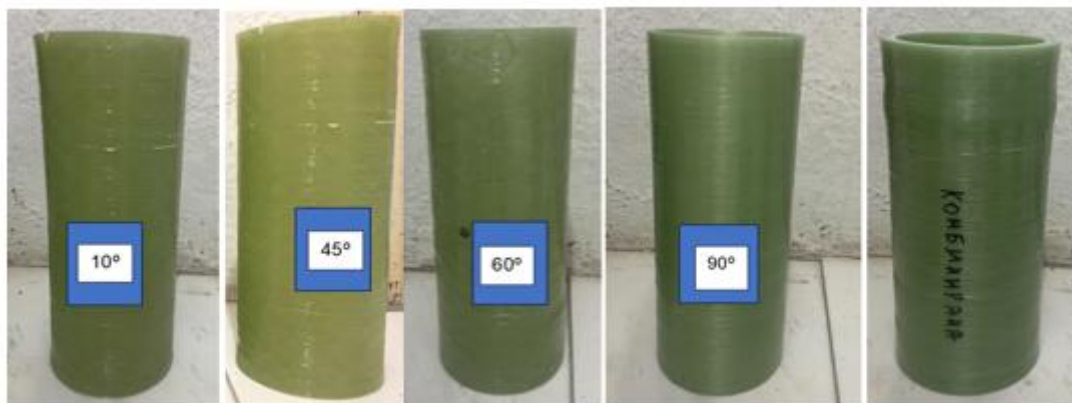
Слика 4.18: Производство на композитни цевки со различен агол на намотување

Figure 4.18: Production on composite pipes with different winding angle

Изработката на композитни цевки се правеше во три различни чекори: процес на прелиминарни подготовки, процес на намотување и пост-обработка. Во првата фаза, се направи примена на восок (release mould) за ослободување и средство за ослободување како слој на мандрелот за да се обезбеди лесно извлекување на цевките по производствениот процес. Потоа, стаклен виледон во вид на трака се положи како прв слој за да обезбеди мазна површина на внатрешната површина на цевките. Подготвената смеса од смола се додаде во кадата за смола која има ролери за водење и истегнување на влакната. Процесот на намотување на влакната, како втора фаза, се изведе со примена на изведените кодови за движење според развиените математички модели. После намотувањето на влакната на мандрелот, примероците беа печени 2 часа на 80°C и 4 часа на 140°C, а потоа беа извлечени од мандрелот. Внатрешните дијаметри на цевките беа измерени и се 100 mm со внатрешна толеранција од ± 0.2 mm. За одредување на масениот сооднос на влакна и смола во примероците, беа изведени експерименти за губење на маса со процес на горење во согласност со ASTM D2584 стандард. По мерењето на почетната маса на примероци, истите беа изложени на процес на горење на температура од 650°C за 1.5 часа во печка со висок капацитет. Потоа, масените соодноси на конститuentите на секој примерок беа пресметани со примена на равенството (4.109):

$$\%wt = \frac{W_2}{W_1} 100 \quad (4.109)$$

каде што W_1 и W_2 ја претставуваат тежината на примероци пред и по согорувањето, соодветно. Масениот сооднос помеѓу влакната и смолата во сите примероци беше добиено дека е приближно 66:34 %wt. На слика 4.19 претставена се и дадени слики на произведените композитни цевки.



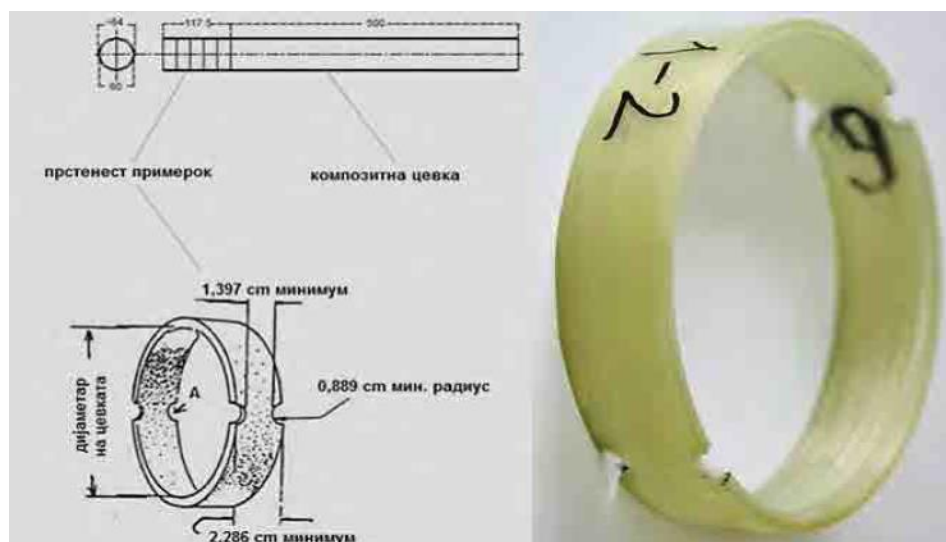
Слика 4.19: Произведени композитни цевки со технологија на намотување: различни агли

Figure 4.19: Produced composite pipes with filament winding technology: different winding angle

Биа произведени пет цевки со различен дизајн означени со ознака од А1 до А5, а од секоја цевка биа пресечени епрувети за тестирање на истегнување (подетално за оваа е дадено во поглавие 5.1.1).

4.4.1 Избор на карактеристики за квалитет: јакост на истегнување

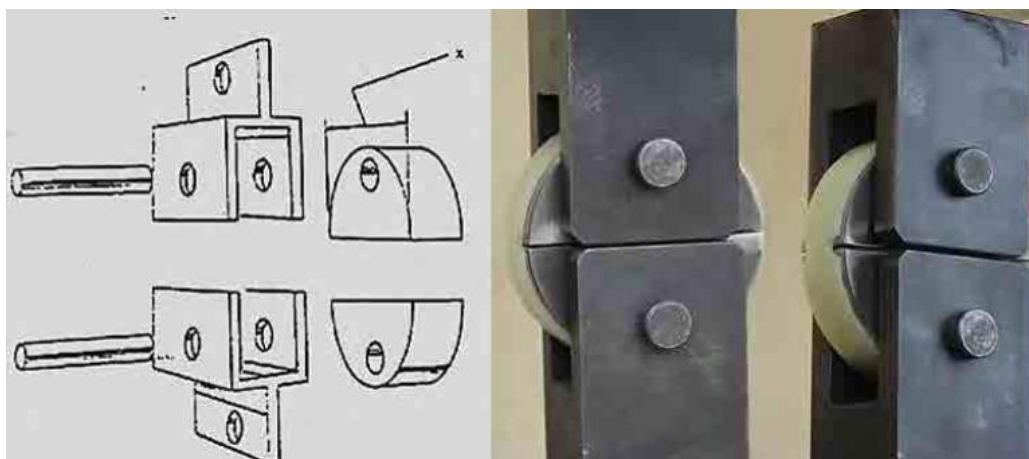
За испитување на јакост на истегнување на композитните прстени од композитните цевки беше користен стандардот ASTM D2290 (ASTM D2290, 2013). Согласно со барањата на овој стандард од секоја композитна цевка (означени со А1 до А5) се сечат по пет прстенести примероци за тестирање (слика 4.20) и дополнително е извршена нивна машинска обработка. Ширината и дебелината на секој од примероците е измерена со помош на микрометар со точност од 0.0254 mm.



Слика 4.20: Изглед на прстенест примерок за тестирање на јачината на истегнување

Figure 4.20: Illustration of split-disk test specimen for tensile testing

За тестирање на композитните прстенести примероци потребно е да се користи специјален помошен алат (во форма на дводелен диск), според барањата на ASTM D2290. Примероците се поставуваат во помошниот алат, така што ослабените делови на примерокот се во правец на линијата на разделување на двете половини од дискот (слика 4.21).



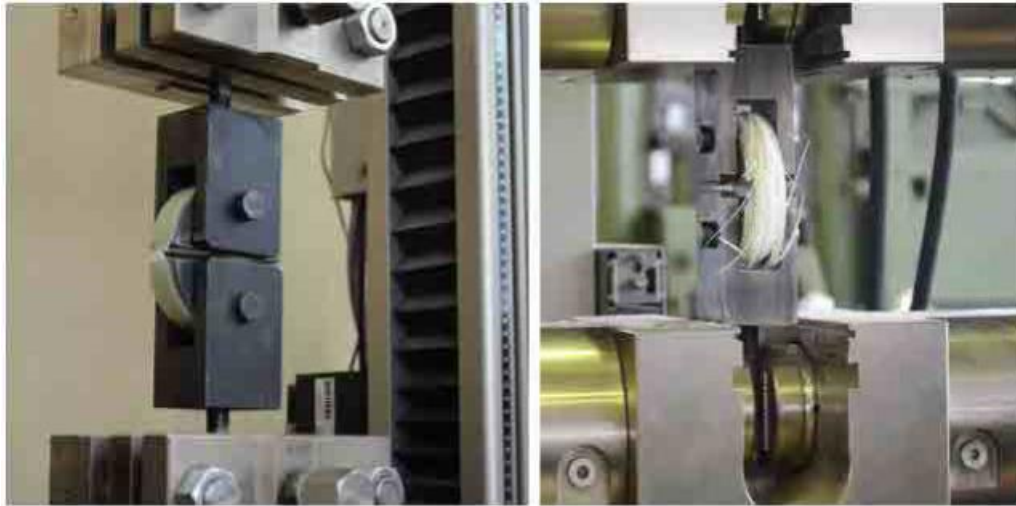
Слика 4.21: Изглед на помошен алат заедно со примерокот за тестирање на јачината на истегнување

Figure 4.21: Illustration of test fixture with specimen for tensile testing

За испитување на јачината на истегнување на прстенестите примероци се користеше универзална машина за тестирање Zwick/Roell Z400 со максимална сила од 400 МПа и брзина на тестирање од 0,3 inch/min (слика 4.22). Условите за испитување на тест примероците се: 23 ± 2 °C или собна температура и релативна влажност на воздухот од 50 ± 5 % и тоа не помалку од 24 часа пред

да се почне со тестирањето. Тестирањето беше изведено при константна брзина на раздвојување на половинките од дискот сè додека не настане кинење на примероците.

За секоја испитувана група на прстенести примероци беше пресметана средна аритметичка вредност од измерените крајни јачини на истегнување.



Слика 4.22: Универзална машина за испитување на јачина на истегнување: Zwick/Roell Z400 со максимална сила од 400 MPa

Figure 4.22: Universal testing machine: Zwick/Roell Z400 with max stress of 400MPa

Крајната јачина на истегнување на композитните примероци е пресметана со примена на равенката 4.109:

$$\sigma = \frac{F_{max}}{2A_m} \quad (4.110)$$

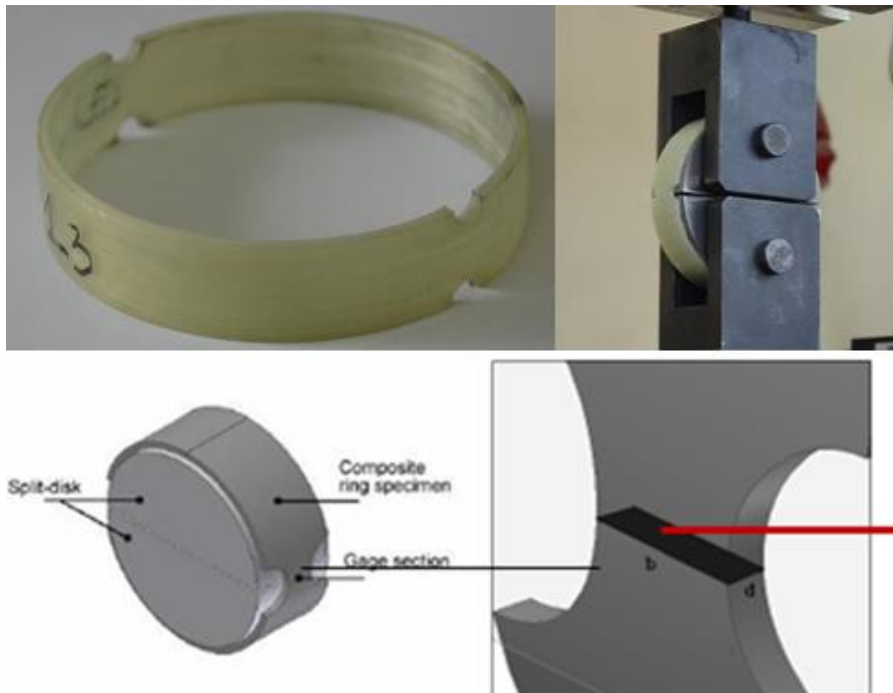
каде што σ крајна јачина на истегнување во MPa, а F_{max} е максимална сила на кинење во N, A_m е површина на попречниот пресек на ослабениот дел на прстенот ($t \times w$) во mm^2 .

Исто така, пресметана е и средната вредност на модулот на еластичност при истегнување. Кривите напрегање – деформација се изработени врз основа на добиените вредности за силата и поместувањето од тестирањето на прстенестите примероци. За пресметување на модулот на еластичност се користи и равенката 4.110:

$$E_m = \frac{P(0.1257r_{mean}^3)}{(\Delta y)wt^3} \quad (4.111)$$

каде што r_{mean} претставува средна вредност на радиусот, w и t претставуваат ширина и дебелина на примероците, додека Δy е вредноста на поместување на примерокот при максимално оптоварување со брзина на вкрстената глава од 5 mm/min.

Слики од епруветите кои се спремени за тестирање на истегнување се дадени со слика 4.23.



Слика 4.23: Илустрација на склопениот прицврстувач за тестирање на истегнување врз NOL прстен

Figure 4.23: Illustration of the assembled tensile test specimens on NOL ring

5 РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЈА

Развојот и примената на математички модели за дизајнирање на патеката на влакна во симетрични и асиметрични композитни делови воведоа нова ера на иновации и прецизност во областа на технологијата на намотување на влакното. Овие математички модели се покажаа како моќни алатки, овозможувајќи им на инженерите да постигнат прецизна контрола врз ориентацијата на влакната и да ги приспособат механичките својства на композитните структури за да ги исполнат специфичните барања за дизајн. Во овој дел, е дадено истражување на резултатите добиени од овие математички модели, нагласувајќи го нивното влијание врз инженерството и производните процеси на композитни материјали. Наведени стандардни и подобрени математички модели.

Способноста да се приспособат патеките на влакната и параметрите за намотување не само што ги подобрува механичките својства на композитните делови, туку и го рационализира процесот на производство. Преку овие математички модели, инженерите можат ефикасно да истражат широк опсег на конфигурации на намотување со влакна, намалувајќи ја потребата за скапи повторувања со обиди и грешки. Оптимизираните параметри на намотување на влакното придонесуваат за ефикасен и економичен производствен процес, што доведува до сигурни композитни структури со посакувани механички карактеристики.

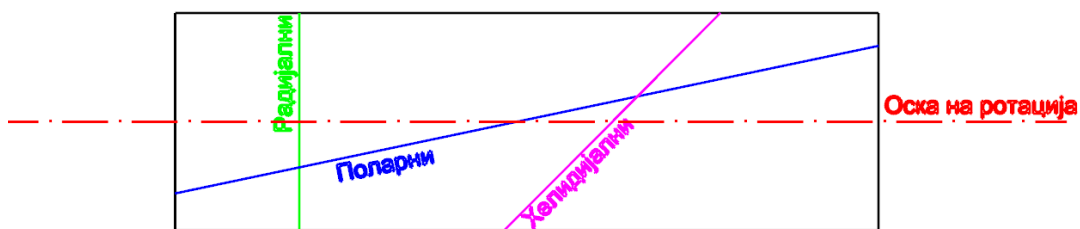
5.1 Резултати од математичките модели за патека на влакното на симетрични композитни делови

Технологијата на намотување со влакна се појави како прва технологија за производство на композитни производи, овозможувајќи производство на композитни структури со високи перформанси со исклучителни механички својства. Централно место за успехот на оваа технологија е концептот на **агли на намотување**, критичен параметар кој ја регулира ориентацијата и распоредот на зајакнувачките влакна за време на процесот на намотување со влакна. **Аглите на намотување** играат клучна улога во одредувањето на механичкото однесување и севкупните перформанси на композитните делови. На слика 5.1 се претставени трите типа на агли (слоеве) на намотување:

Радијални – се оденсува на радијален слој на намотување со $\sim 90^\circ$ агол на намотување кој практично е помал од 90° и зависи директно од ширината на траката од влакна и геометријата на мандрелот (споредба во табела 5.1).

Поларни – се однесува на поларен слој на намотување со мали агли $< 10^\circ$ (овој број зависи од геометријата на мандрелот) и претставува намотување од еден пол до друг на мандрелот. Во случај на цевки и други симетрични и асиметрични форми чии краеве завршуваат со цилиндрични продолжетоци, овој тип на намотување се одвива преку пинови. Пиновите се дополнителни иглести метални надоместоци (како кај чешел) кој се поставуваат околу цилиндричните делови преку кој влакното се зафаќа. Во овој случај, за разлика од хелидијалните агли, нема транзиција по агол на патеката ниту пак ротација в место.

Хелидијални – ориентирано намотување во однос на оската на ротација (најчесто во практика, но не е правило, на пример кај сложени геометриски форми може да се одбере и крива на површина како водечка крива по која би се ориентирале влакната).



Слика 5.1: Агли на намотување на влакна
Figure 5.1: Filament winding angles

Покрај овој клучен параметар за дизајнот на патеката на влакното, тука се вклучува и концептот на **шеми на намотување** кој го диктира распоредот на ориентираните влакна во процесот на намотување. Оваа шема на распоредување е клучна за континуирано намотување на влакна со цел композитот да е рамномерно распределен со композитен материјал и целосно покриен. За да се покрие целосно композитот и за да се задржи континуираноста во намотувањето, секогаш за зададен агол ќе има одреден процент на препокривање на влакната. Меѓутоа ако анализата на ориентација на влакното

за композитот дозволува корекција на аголот, тогаш овој проблем може да се сведе до максимално точно покривање на композитот.

Табела 5.1: Споредба на реалниот радијален агол во зависност од радиусот на мандрелот и ширината на влакната

Table 5.1: Comparing actual radial angle depending of mandrel radius and fiber width

Радиус [mm]	Ширина на трака [mm]	Реален радијален агол [°]
100	10	89.09
100	50	85.44
100	100	80.84
200	10	89.54
200	50	87.72
200	100	85.44

Ако w е ширината на траката и α е аголот на намотување на ротациона површина со должина на напречен пресек L , следнива формули го пресметуваат корегираниот агол на намотување.

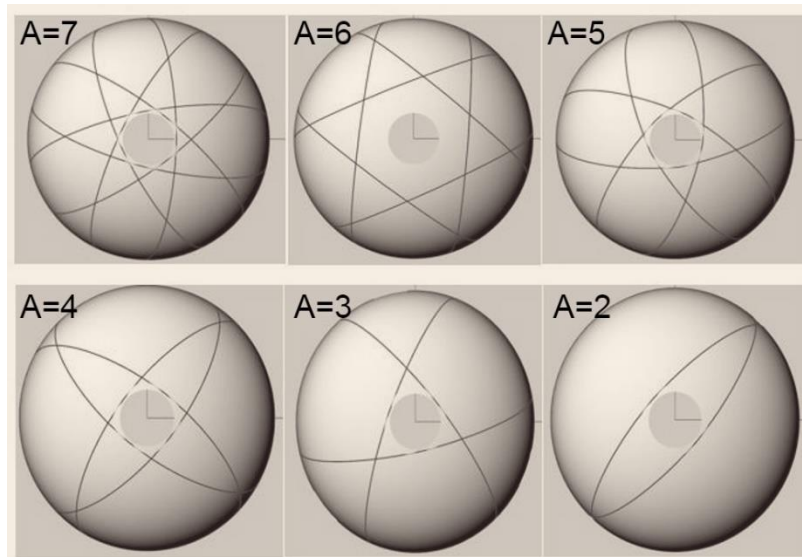
$$\alpha_{corr} = \arccos\left(\frac{Nw}{L}\right) \quad \text{каде што} \quad N = \left\lfloor \frac{L \cos \alpha}{w} \right\rfloor \quad (5.1)$$

Видот на заградите при пресметување на N (бројот на циклуси потребен за целосно затворање на мандрелот) е функција која го дава најблискиот цел број до N . Ова е така поради тоа што корекцијата на бараниот агол треба да е можно помала. L кај ротациони осно симетрични форми е $2R\pi$ со R максимален радиус на формата.

Ако не се корегира зададениот агол, тогаш ќе настане одредено преклопување на влакната одредено со равенката (5.2).

$$cov[\%] = \frac{Nw}{L \cos \alpha} \quad (5.2)$$

Шема на намотување претставува подредениот пар од ненулти природни броеви A/B каде A е број на редослед на шемата, а B е број на прескокнување. На пример, $3/2$ е шема кај кој влакната континуирано одат по редослед и формираат симетрична тројка врз мандрелот, а бројот 2 означува дека откако ќе се заврши една симетрична тројка следната ќе биде поставена со прескокнување од две траки на влакната. Бројот на редослед на шемата најдобро се илустрира ако ја погледнине куполата странично на резервоар при намотување, симуларано со слика 5.2.



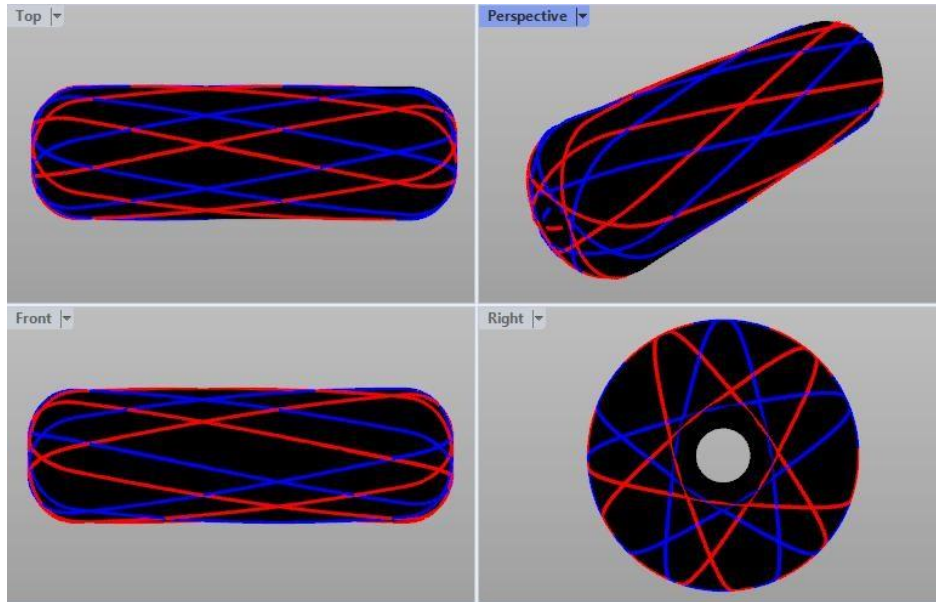
Слика 5.2: Шеми на намотување врз купола од резервоар
Figure 5.2: Winding patterns on vessel dome

Ова значи дека редоследот на шемата (од слика 5.2) ќе се повторува симетрично за одреден чекор на прескокнувања. Истото е кај сите ротациони тела со тоа што кај цевка не може да се воочи идејата од дизајнот на шемата преку посматрање на дизајнираниот модел. Оваа шема во пракса се нарекува “плетка на влакната”. Бројот на шемата A исто така може да биде и негативен со што ја означува насоката на редоследот, во насока на стрелките (-) или обратно (+).

За редоследот $|A|$ (по апсолутна поради знакот), како што може да се види и од илустрациите на слика 5.2, тоа се точки на премин, и аголот помеѓу две такви точки од редоследот на шемата е $2\pi/|A|$. Сега ако B е местото на точката за прескокнување, од должина на кружен лак следува дека аголот ψ што е меѓу A и B е $\psi = wB/R \cos \alpha$. За да се усогласат патеките на шемата континуирано, секоја ротација φ на циклусот се корегира со $\Delta\varphi$ на следниов начин:

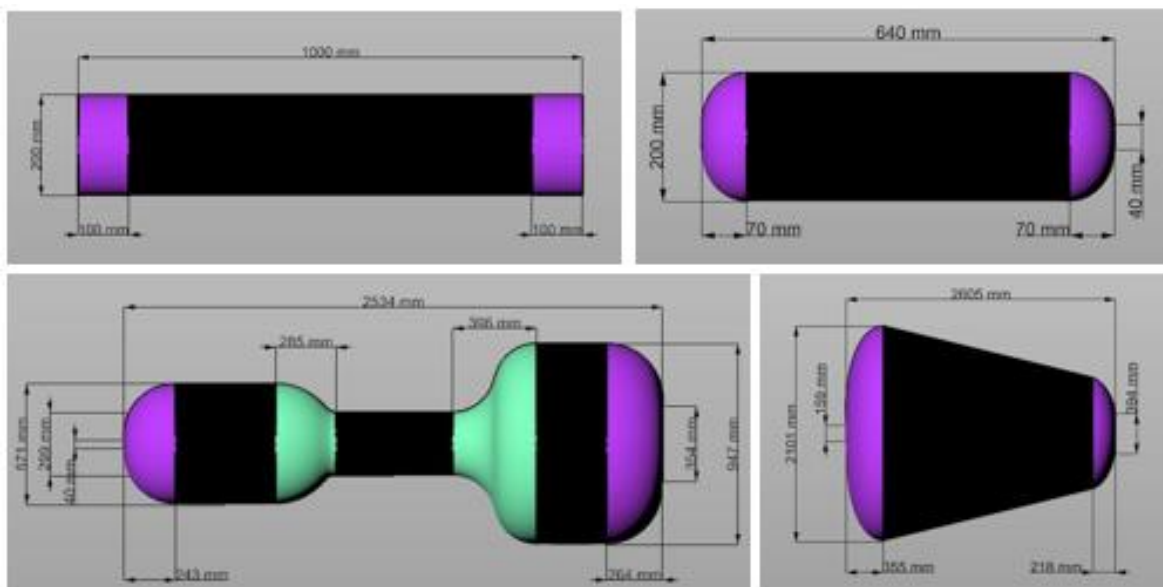
$$(\varphi + \Delta\varphi) \bmod(2\pi) = \left(\frac{2\pi}{|A|} + \frac{wB}{R \cos \alpha} \frac{\text{sgn}A}{|A|} \right) \bmod(2\pi) \quad (5.3)$$

На слика 5.3 е прикажана симулација во Rhinoceros 3D софтверот шема $-5/2$ на резервоар во четири перспективи. Со плава боја се првите 5 циклуси од шемата, со црвена боја се следните 5 со чекор од 2 прескокнување на траката (ова значи дека во подоцнежните циклуси ќе се пополнат тие празнини). Знакот пред 5 ја дефинира насоката на шемата, како што е опишано погоре.



Слика 5.3: Шема -5/2 на резервоар, симулирани две последователни шеми од ред 5 со чекор на прескокнување 2
Figure 5.3: Pattern -5/2 on vessel, simulated two consecutive patterns of 5 by skipping step of 2

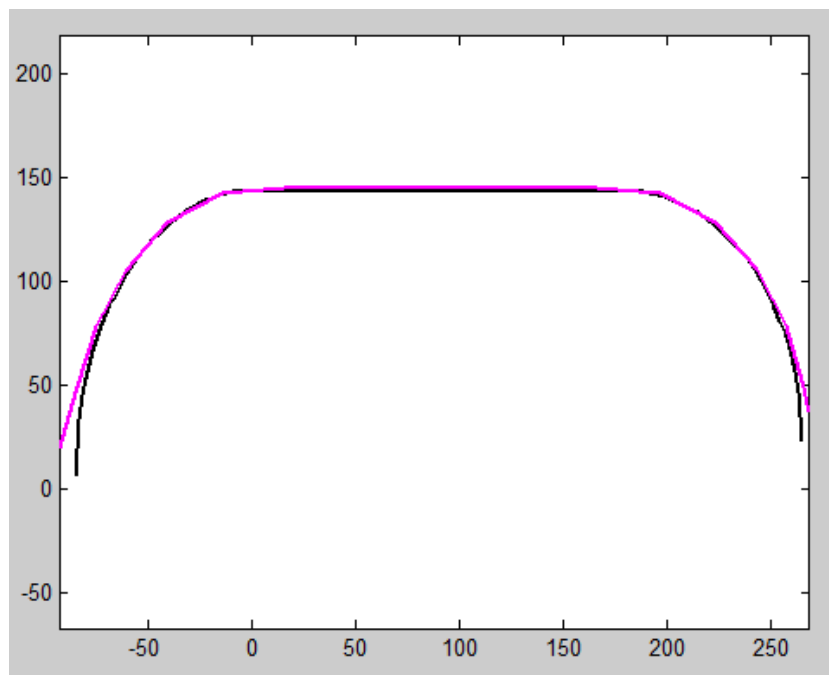
На следната слика 5.4 се претставени геометриите на неколку симетрични модели кои се анализирани во MATLAB и симулирани во Rhinoceros 3D, на кои соодветно се прикажани со виолетова боја транзиционите делови од формите.



Слика 5.4: Геометрии на симетрични модели: цефка (лево-горе), резервоар (десно-горе), двостран сад (лево-долу) и конусоидна капсула (десно-долу)
Figure 5.4: Geometries of symmetric models: tube (left-up), vessel (right-up), double sided tank (left-down) and conic capsule (right-down)

Транзиционите делови (виолетовите делови од површините) се оние делови во кои патеката на влакното не го задржува дефинираниот агол, туку постепено се

доближува до 90° како би можела континуирно да продолжи на следниот циклус. Тие се деловите каде има најмногу натрупување на материјал поради самата транзиција, кај цевките (кај кои во практика овој дел се отсекува по обработката) или кај куполите кај затворените садови (останатите три премери од слика 5.4) каде што натрупувањето е поради геометријата пред сè, но и фактот на транзиција на влакното. На слика 5.5 е прикажана симулација на дебелина на резервоар на еден слој во MATLAB, со црна боја е горната контура на резервоарот, а со виолетова е крајната дебелина на композитот после првиот слој.

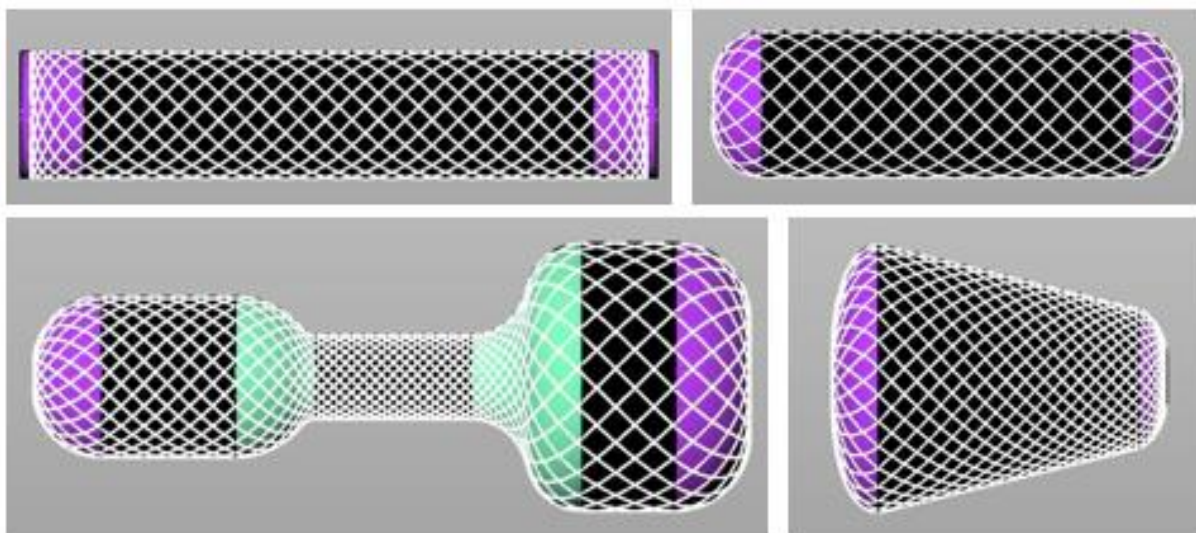


Слика 5.5: *Контура на композитен слој (виолетово) над контура од мандрелот (црно)*

Figure 5.5: *Composite layer contour (violet) over mandrel contour (black)*

На слика 5.6 на моделот двостран сад (лево-долу) деловите од површината означени со светло сино боја не се транзициони делови, тука нема промена на аголот, но поради промената на геометријата, може да се забележи дека иако патеката се движи програмирано геодетски, таа на поголемата површина има поголема разлика меѓу патеките отколку на површината каде што се стеснува. Аналогно на ова, геодезиските патеки продолжуваат да се надоврзуваат позближано на цилиндричниот дел помеѓу сатовите. Ова е вака поради тоа што програмираниот агол и геодезиска патека се основа врз покривање на најголемата површина, поради ова, како што се стеснува или намалува

површината на ротациониот модел, така ќе се зближуваат и патеките, што може најдобро да се илустрира токму на овој модел. Сличен случај е и со конусната капсула (десно-долу на истата слика).



Слика 5.6: Симулација на 45° патека на влакна на симетричните модели: цефка (лево-горе), резервоар (десно-горе), двостран сад (лево-долу) и конусидна капсула (десно-долу)

Figure 5.6: Simulation of 45° fiber path on symmetric models: tube (left-up), vessel (right-up), double sided tank (left-down) and conic capsule (right-down)

Дизајнирањето на алгоритам за патека на влакна во технологијата на намотување на филаментот вклучува систематски пристап за постигнување прецизна контрола врз ориентацијата на влакната. Целта е да се оптимизираат механичките својства на композитната структура додека се обезбедува симетрија во распоредот на влакната. Алгоритмот ја зема предвид геометријата на формата, својствата на материјалот и условите за вчитување за да генерира ефикасна и ефективна патека на влакна. Овде, се дадени чекорите на алгоритмот генерално за која било форма на геометрија на мандрелот како сублимиран алгоритам за целосен дизајн на композит:

Чекор 1: Влезни параметри и дефиниција на геометрија

Собирање на основните влезни параметри, вклучувајќи ги димензиите на симетричната форма, механичките барања (на пр., цврстина на истегнување, цврстина на притисок кои се претходно анализирани пред

дизајнот на патеката) и својствата на материјалот на композитот и ширина на траката од влакна под тензија⁷.

Дефинирање на геометријата на симетричната форма, наведувајќи ја оската на симетрија и сите релевантни гранични услови (кај ротациони модели, добиени со крива на ротација околу оска – осносиметрични форми).

Чекор 2: Почетна ориентација на влакната

Се започнува со воспоставување на почетна ориентација на влакната што се усогласува со оската на симетрија на формата. Оваа почетна ориентација обезбедува симетрија во патеката на влакната и служи како почетна точка за последователна оптимизација.

Чекор 3: Анализа на напрегања и распределба на оптоварувањето

Се спроведува анализа на напрегањето на симетричната форма, земајќи ги предвид применетите оптоварувања и граничните услови. Се определуваат области со поголема концентрација на напрегање и региони кои бараат зголемено засилување. Овој чекор е веќе спроведен од дизајнерите на композити пред да се прави дизајнот на патеката на влакната. Всушност преку овој чекор се дефинира бројот на слоеви, типот на намотување и ориентација на секој слој.

Чекор 4: Оптимизација на патеката на влакната

Се користат техники за оптимизација, како што се генетски алгоритми или пристапи базирани на анализа на конечни елементи (FEA), за да ја оптимизирате патеката на влакната. Целта е да се дистрибуираат влакната на начин што ги максимизира механичките перформанси на композитната структура додека се придржуваат до барањата за симетрија. Во вториот

⁷ Ова е клучно мерење кое се извршува пред започнувањето на дизајнот на патеките и пред производството на композитот. Ширината на активната трака формирана од влакната, во чиј состав влегуваат неколку прамени од влакна, зависи и од смолата со која се импрегнира, но најмногу од тензијата која се аплицира на влакната. Под тензија се подразбира вкупната излезна тензија на крајот од машинското око задолжено за распоред на влакна, и тука се вклучуваат тензијата при импрегнација преку кадата со смола за импрегнација и автоматскиот (или механички) регулатор на тензија на прамениите влакна поединечно.

случај, исто така, дизајнерите на композити го спроведуваат ова паралелно со Чекор 3.

Процесот на оптимизација вклучува повторливо прилагодување на ориентацијата на влакната за да се постигне избалансирана распределба на оптоварувањето и подобрени механички својства.

Чекор 5: Пред-производствена проверка (физибилити)

Се спроведува физибилити проверка за да се увери дека оптимизираната патека на влакна се придржува до производствените ограничувања и практичните ограничувања. Овој чекор вклучува проценка на аглите на намотување, способноста да се примени тензија за време на намотување на влакната и мазноста на патеката на намотување.

Чекор 6: Пост-обработка и верификација

Откако ќе се добие оптимизираната патека на влакната, се врши пост-обработка за да се анализира механичкото однесување на композитната структура. Се спроведува анализа на конечни елементи или други нумерички симулации за да се потврдат структурните перформанси, вклучувајќи дистрибуција на напрегање, деформација и анализа на дефект. Се потврдува дека оптимизираната патека на влакната ги исполнува дизајнерските барања и цели, осигурувајќи дека композитната структура ги покажува саканите механички својства и симетрија.

Чекор 7: Финализирање на патеката на влакна и генерирање излез

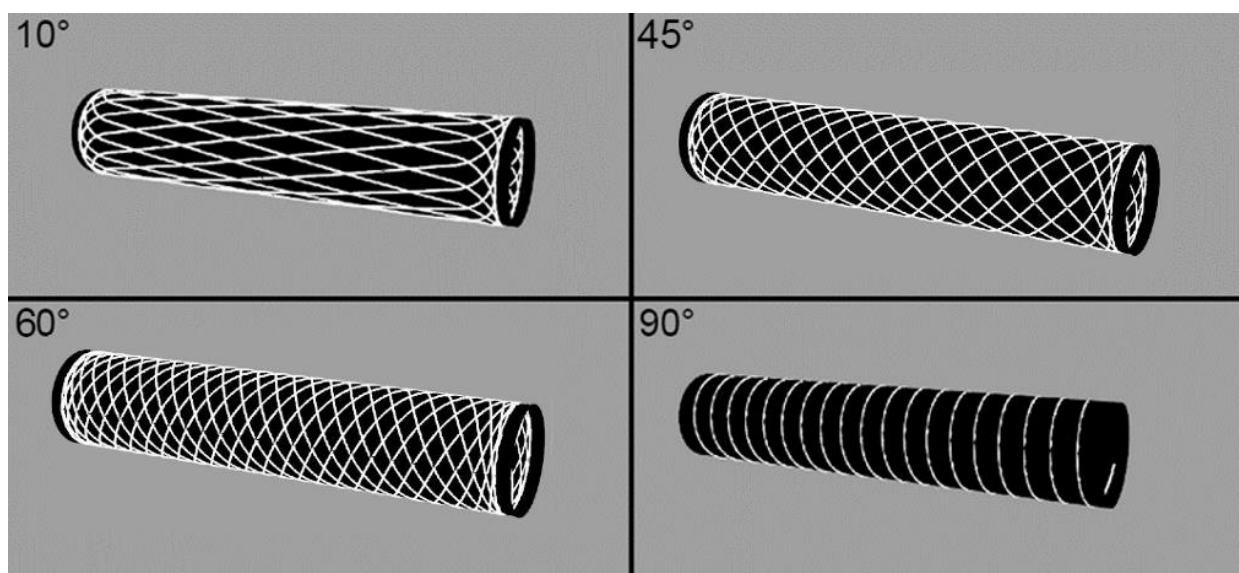
Врз основа на резултатите од пост-обработката и верификацијата, се финализира патеката на влакната за геометриската форма.

Се генерираат излезните податоци, вклучувајќи ги оптимизираните ориентации на влакната, аглите на намотување и другите основни параметри потребни за процесот на намотување на влакното.

Дизајнирањето на алгоритам за патека на влакна на различни геометриски форми е сложен и итеративен процес кој бара длабоко разбирање на композитните материјали, механичкото однесување и геометријата на формите. Со систематско оптимизирање на патеката на влакната, алгоритмот осигурува дека добиената композитна структура ги исполнува саканите механички барања додека се придржува до ограничувањата на геометријата. Развиениот алгоритам служи како моќна алатка во областа на технологијата на намотување

со влакна, нудејќи им на инженерите средства да дизајнираат лесни и високоцврсти композитни структури за огромен број инженерски апликации.

На следната слика 5.7 се прикажани симулации во Rhinoceros 3D софтверот, а за оваа е изработен Plug-in софтвер во C++ со користење на геометриските библиотеки од Rhino SDK за геометриска претстава на објектите, како и геометриски тестови и функционалности, и стандардните библиотеки на C++ програмскиот јазик. На графичката симулација се прикажани четири слоеви на цевка со ориентации на влакното под 10° , 45° , 60° и 90° дел потребни за експерименталниот дел на механичката анализа од делот 5.2.

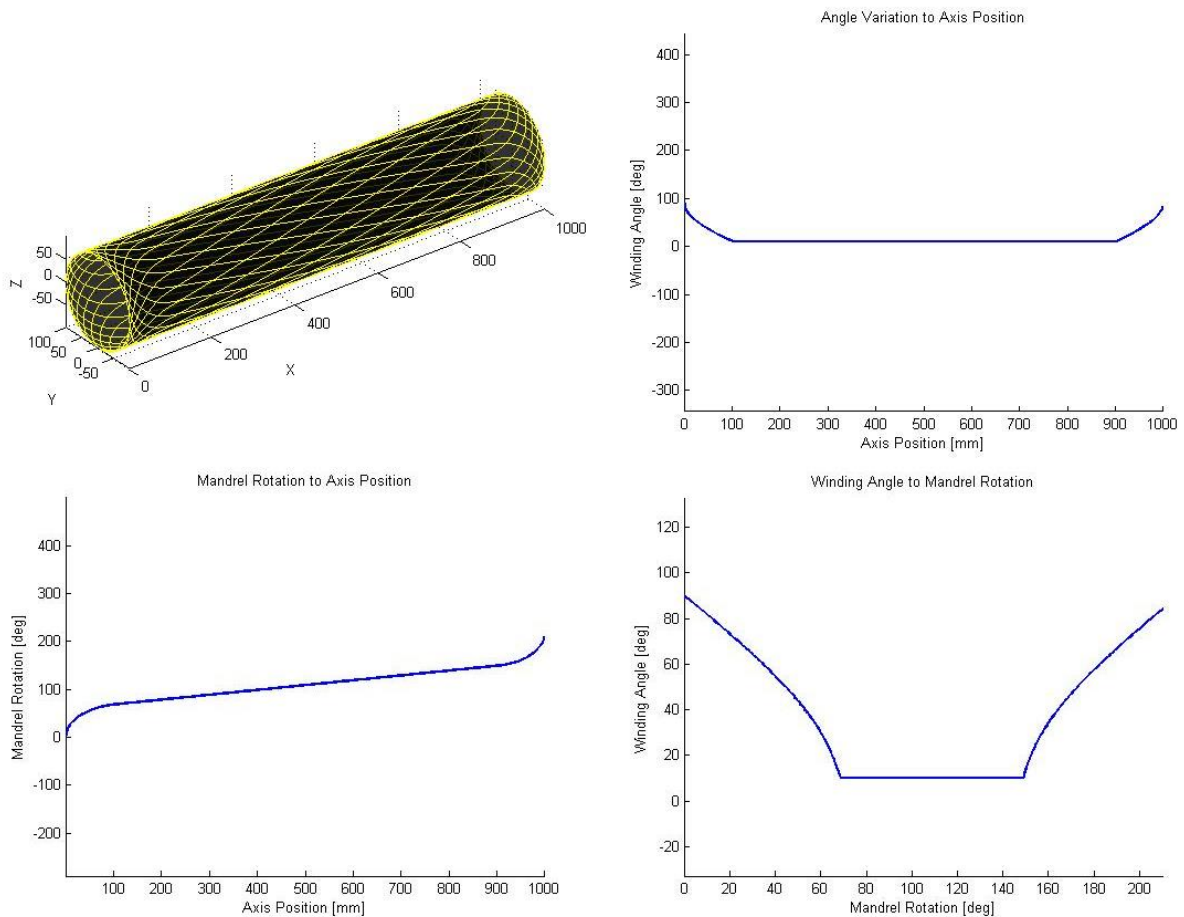


Слика 5.7: Графички приказ од симулација на цевка на четири различни ориентации на слој

Figure 5.7: Graphical view of tube simulation on four different oriented layers

На следните четири слики се претставени анализи изработени во програмскиот пакет MATLAB за секој слој поединечно. Секако, за да се изработат анализите, се имплементираат математичките модели опишани претходно како би се направело соодветна симулација и во овој програмски пакет (и јазик). Симулацијата од патеката на влакната е потреба за анализа на самата патека на влакното. Генерално, алгоритми по однос математичките модели се изработени во два програмски јазици, C++ и MATLAB, со соодветна намена. Симулациите во Rhinoceros 3D користат за да се воочат резултатите од дизајнот на патеката на влакното во 3D CAD околина во која се следат патеките, шемите, преклопувањата и останатите клучни елементи од технологијата со намотување.

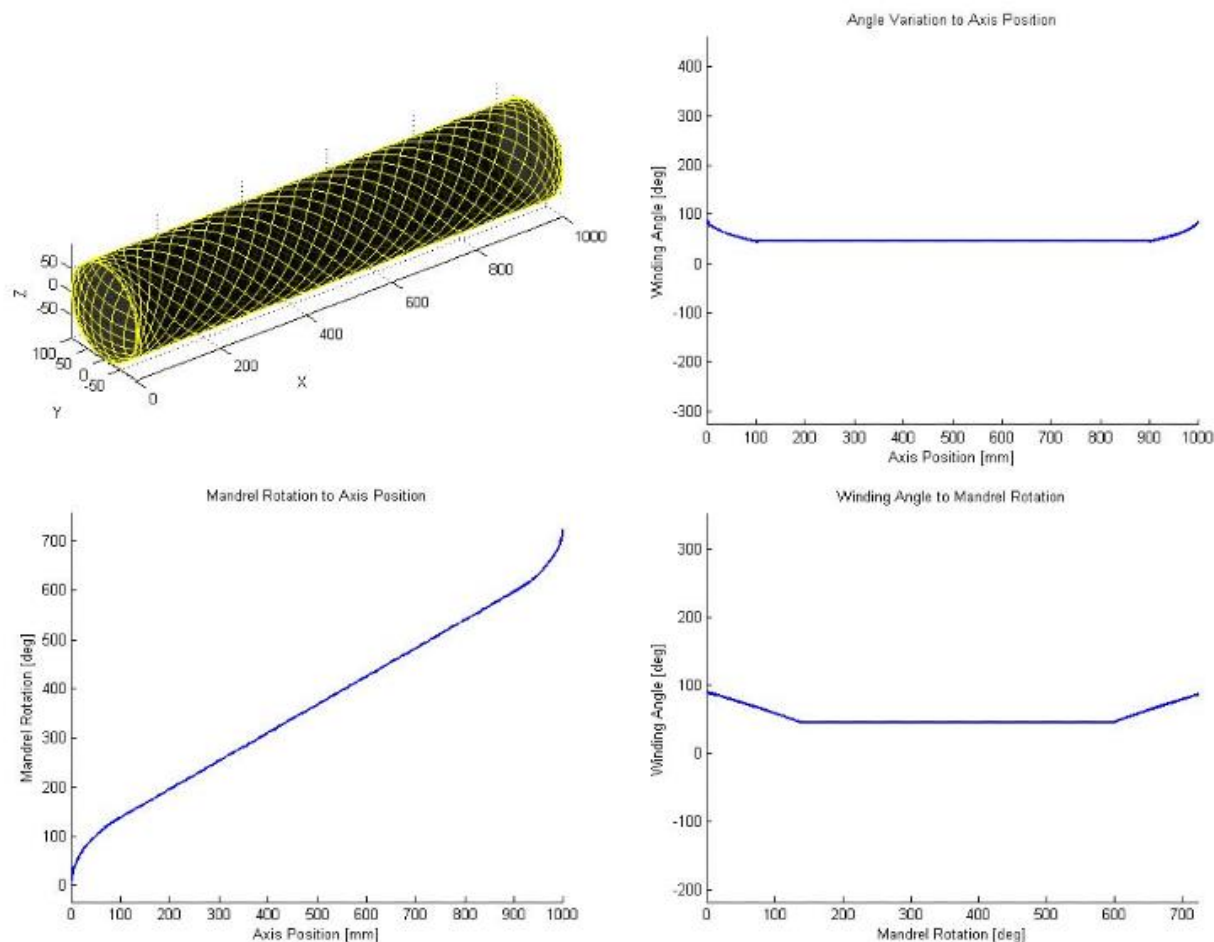
Додека, со MATLAB симулациите се анализираат графички преку дијаграми на зависности помеѓу учесниците во дизајнот на самата патека.



Слика 5.8: MATLAB дијаграми од симулација на цевка на поларен 10° ориентиран слој и графици на корелација
Figure 5.8: Diagrams of MATLAB Tube simulation on Polar 10° oriented layer and correlation graphs

На слика 5.8 прикажани се резултати од четири дијаграми на симулација на цевка со агол на намотување на влакното од 10° . На првиот приказ (горе-лево) е претставена соодветна симулација на патеката врз цевка со димензии како на слика 5.4 каде со виолетово се означени и транзиционите делови од 100mm од краевите на цевката. Каква улога имаа тие транзициони делови можеме да видиме од граfiците. На вториот график од сликата (горе-десно) е прикажана зависноста на аголот на намотување вдолж позицијата на оската на ротација. Како што може да се забележи, аголот на цевката надвор од транзиционите делови во секоја позиција од оската е константен 10° , додека аголот се зголемува доближуваќи се до 90° во транзиционите области каде што како што кажавме погоре е услов за да може да продолжи континуираното намотување.

На вториот график долу-лево е претставена зафисноста (промената) на ротацијата на мандрелот, а се мисли на радијалниот параметар на кривата, во однос на позицијата на оската на ротација. Бидејќи се работи за аголна вредност во степени, во графикот намерно е изоставено модулирањето по 2π (односно по 360°) за да се воочи акумулирањето на вредноста и тоа каде овој параметар се однесува глатко, а каде се зголемува рапидно. Како што е и очекувано, во делот каде што влакното се намотува под константен агол (геодезиски на цевка) промената на радијалниот параметар на кривата се однесува глатно, додека во транзиционите делови каде се зголемува аголот во секој чекор, овој параметар се зголемува. Ова значи дека рапидното зголемување на радијалниот параметар ќе овозможи цевката да ротира побрзо во тие делови, што е јасно затоа што патеката се ближи кон радијална патека. На третиот график (долу-десно) е претставена зависноста на аголот на намотување во однос на радијалниот параметар на кривата (ротацијата на мандрелот). Се забележува дека кога радијалниот параметар се поместува константно тогаш аголот не се променува, се намотува константно, додека неговата промена во транзиционите делови предизвикува зголемување на аголот на намотување. Ако ги споредиме графици на аголот на намотување во однос на позиција и ротацијата на мандрелот ќе воочиме дека за промена на агол на 10% од површината за намотување резултира со $>23\%$ од вкупниот агол на ротација на мандрелот за еден циклус. На двата графици од десно на сликата јасно се гледа дека промената на аголот и промената на радијалниот параметар се одвива точно во транзициските области определени од страна на дизајнерот (или технологот). Во пракса, за цевки се користи по $\sim 10\%$ од должината на цевката од двете страни како транзициона област од површината.

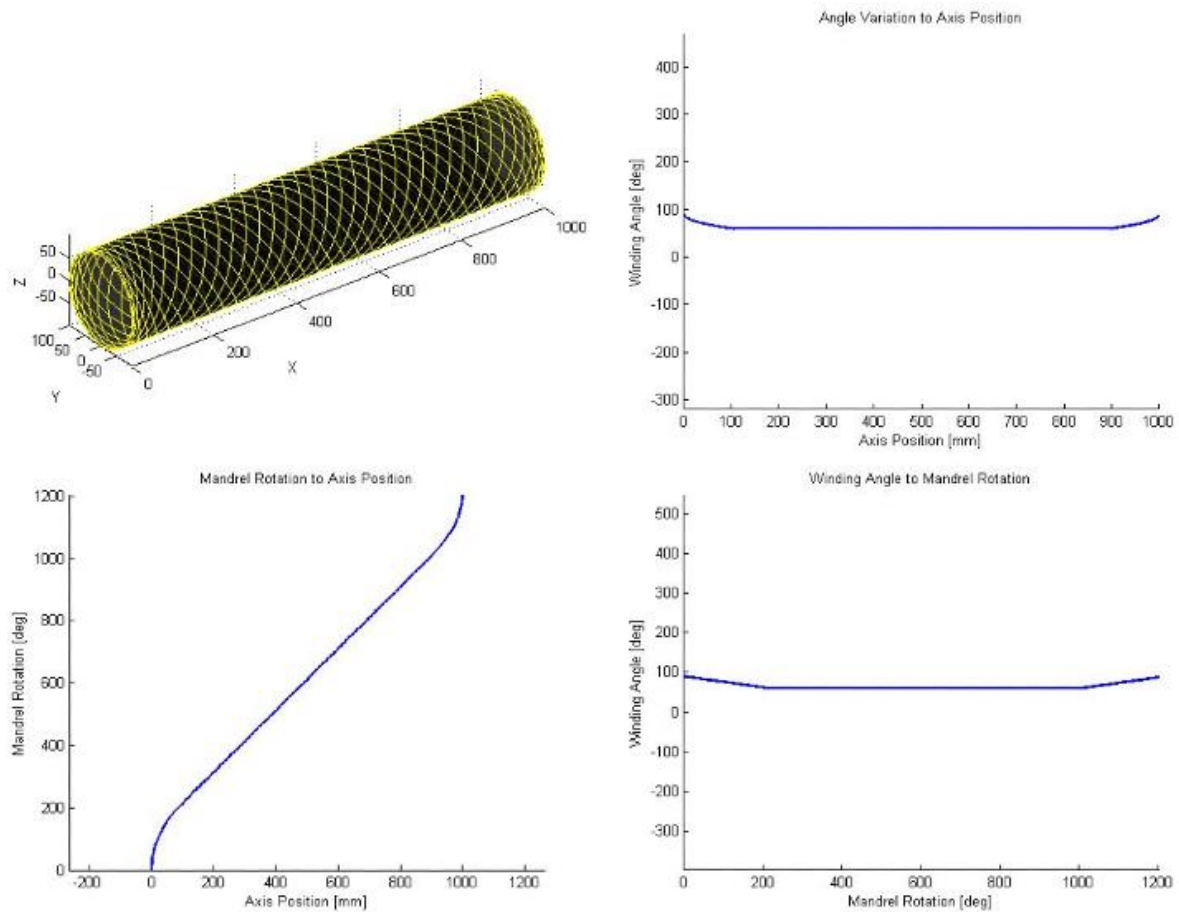


Слика 5.9: MATLAB дијаграми од симулација на цевка на хелидијален 45° ориентиран слој и графици на корелација
Figure 5.9: Diagrams of MATLAB Tube simulation on helical 45° oriented layer and correlation graphs

На слика 5.9 се прикажани резултатите од симулација и дијаграми за слој со ориентација од 45° и тука важи истиот заклучно како и претходно. Меѓутоа се забележува дека ротациите се поблаги во транзициониот дел и тоа е токму поради тоа што аголот 45° е поблиску до 90° па со поблаги чекори може да се потигне премиот. Првите графици (горе-десно) на аголот на намотување во однос на позицијата вдолж оската се забележува поблаг тренд на промена на аголот, а тоа е поради што линеарниот дел од графикот (на константен агол) е погоре на у-оската за 45° отколку тој за 10° (за 35°) со што се намалува опсегот помеѓу тој агол и 90° и дозволува поблаг премин на транзициониот дел (што нема да биде исто ако транзициониот дел го поставиме на 50mm). Компарацијата на вторите графици (долу-лево) на радијалниот параметар (ротација) во однос на позицијата на ротационата оска, се гледа дека на слојот од 45° му треба речиси

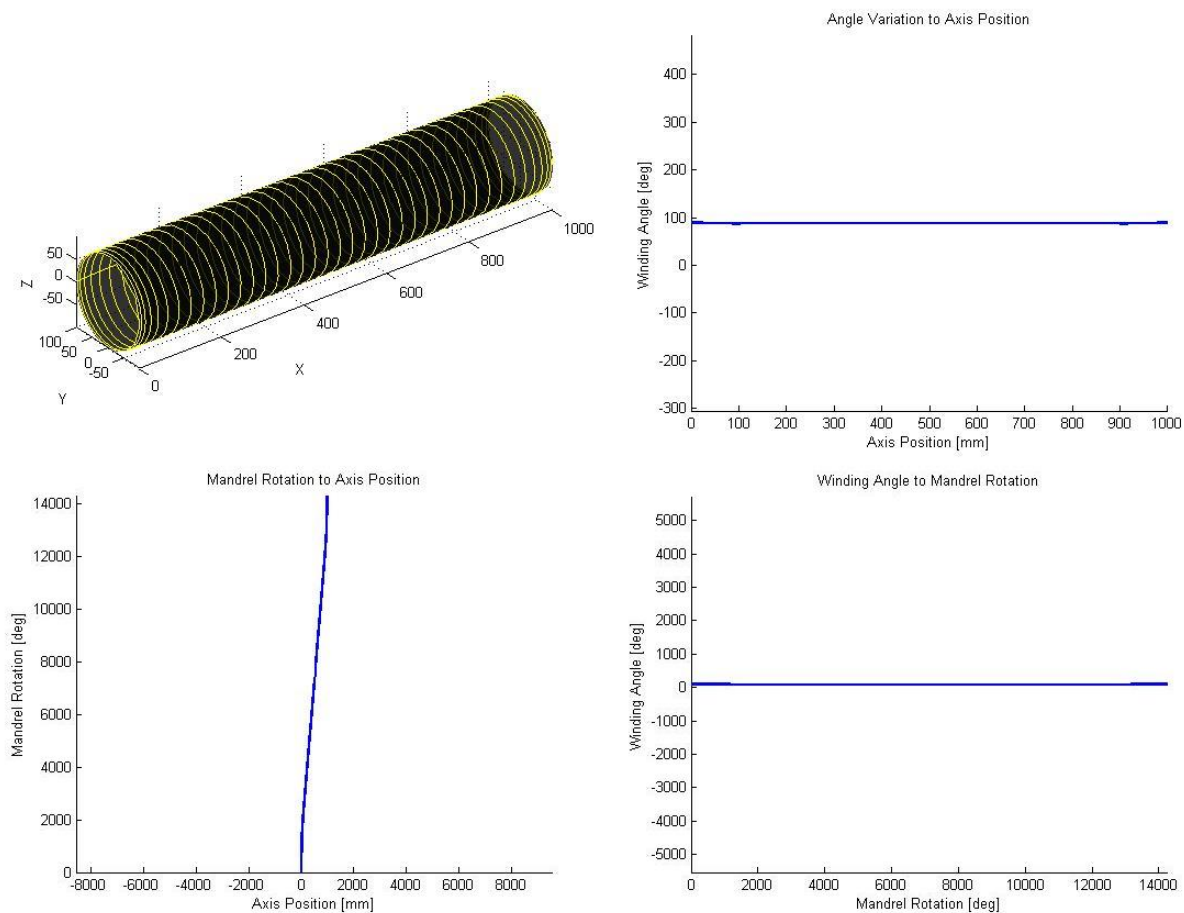
два и пол пати повеќе да ротира, што е логично токму поради природата на кривите. Кривите со поголем агол на ориентација имаат потреба од повеќе ротации за да се положат врз мандрелот. Така, ако крива под 10° од еден до друг крај на цевката стасува за помалку од една ротација, на истата крива под 45° и треба две и пол ротации за да стаса од еден крај до друг. За третите графици е јасно однесувањето, транзицијата на аголот ќе се постигне поблаго на поголем опсег од радијалниот параметар.

На слика 5.10 се резултатите од симулацијата и дијаграмите на истата цевка со слој под 60° , овој пример ќе послужи да се види промената која настанува со промена на ориентацијата на слојот за 15° . Прво се воочува дека промената на аголот во транзиционите делови во однос на позицијата на оската на ротација се незначителни, токму поради опсегот на промена на агол кој е зголемен за само 15° . Во практика, преминот е поблаг и побрз, но незначителен во процесот. Второ, радијалниот параметар продолжил да ротира за околу $2/3$ ротација (не цела) за целиот циклус. На крај во овој пример, слојот 45° му беа потребни 19 циклуси, додека на слојот 60° 13 циклуси, вкупната акумулирана вредност на радијалниот параметар е подеднаква во двата случаи. Третите графици (долу-десно), аналогно како и во првиот случај транзицијата на аголот ќе се одвива во значително занемарлив подолг радијален опсег.



Слика 5.10: MATLAB дијаграми од симулација на цевка на хелидијален 60° ориентиран слој и графици на корелација
Figure 5.10: Diagrams of MATLAB Tube simulation on helical 60° oriented layer and correlation graphs

На слика 5.11 радијалниот слој, графици се повеќе од јасни, односно кривите на графици каде аголот на намотување зависи од позицијата на оската и аголот на ротација на радијалниот параметра се константно 90° (во практика во овој случај реалниот агол е 87.26°) насекаде, додека ротацијата во зависност од позицијата се променува рабидно брзо, што и во пракса радијалните слоеви врз мандрелите се одвиваат многу побрзо отколку хелидијалните, токму поради оваа причина.



Слика 5.11: MATLAB дијаграми од симулација на цевка на радијален 90° ориентиран слој и графици на корелација
Figure 5.11: Diagrams of MATLAB Tube simulation on radial 90° oriented layer and correlation graphs

Овие графици се однесуваат на една патека од еден циклус на влакното, затоа што понатаму останатите криви се добиени со соодветна ротација околу оската и графициите не ја менуваат зависноста.

На следната табела 5.2 се дадени податоци за сите четири слоеви од цевката која е предмет на механичка анализа во однос на искористеност на материјалите по должина и колкав процент од вкупниот материјал влегува во транзиционите делови. Делот помеѓу транзициите каде аголот е константен ќе го наречиме активен дел, додека остатокот транзиција (во практика овој дел или се отсекува или се обработува, во секој случај станува збор за загуба на материјал). Понатаму во табелата се наведени и која шема се користи во дизајнот и колкава покриеност се добило врз мандрелот.

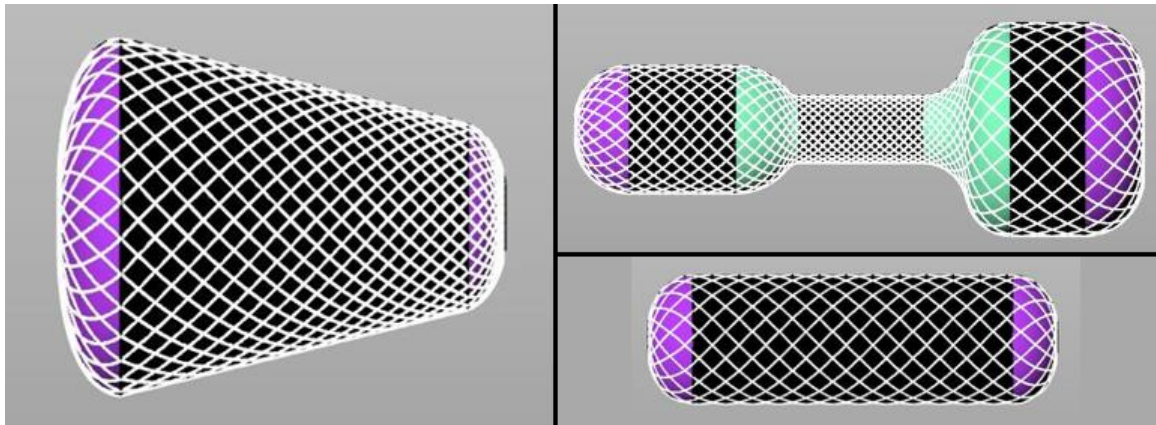
Табела 5.2: Активна и транзициона должина на патеката на влакната, шема, покриеност и замотување на цевка

Table 5.2: Active and transition fiber path length, pattern, coverage and dwell on tube

Агол [°]	Вкупна должина [m]	Активна должина [m](%)	Транзициона должина [m](%)	Шема	Покриеност [%]
10	46.20	34.12 (73.85%)	12.08 (26.15%)	-10/1	101.81
45	47.74	33.94 (71.09%)	13.80 (28.91%)	7/1	101.29
60	49.98	35.20 (70.43%)	14.78 (29.57%)	-2/1	105.04
90	20.23	20,23 (100%)	0 (0%)	/	100

Од табелата 5.2. (без радијалниот слој) кај намотувањето под агол, голем дел од 25% до 30% од вкупната патека на крајот отпаѓа на транзициониот дел кој во примерот и 20% од целата површина на цевката. Ова значи дека 5% до 10% од материјалот е во функција на транзиционото зголемување на аголот за континуирано надоврзување на влакната, како и допуштено задржување на чисто радијално намотување на краевите од цевката како би се исполнило дадената шема, која е дел нормално од континуираното надоврзување на патеките. Исто така покриеноста на слоевите врз мандрелот се движи од 101% до 105% што значи има екстра материјал врз мандрелот и тоа е дополнително 1% до 5% екстра материјал по слој. Како што споменавме погоре ова може да се оптимизира со промена на аглите со корекција според (5.1) со што се променува дизајнот на композитот од првичниот, и со експериментално потврдување на транзиционите делови (на пример за поголеми агли 10% од двете страни е непотребно голема транзиција). На пример со корекција во слоеви со ориентација 44.26° и 61.48° се заштедува нешто повеќе од 3m материјал по крај (3x4=12m по трака) за двата слоја.

Изработени се и симулации во Rhinoceros 3D на останатите три примери за осносиметрични форми и нивните анализи во MATLAB прикажано со слика 5.12.

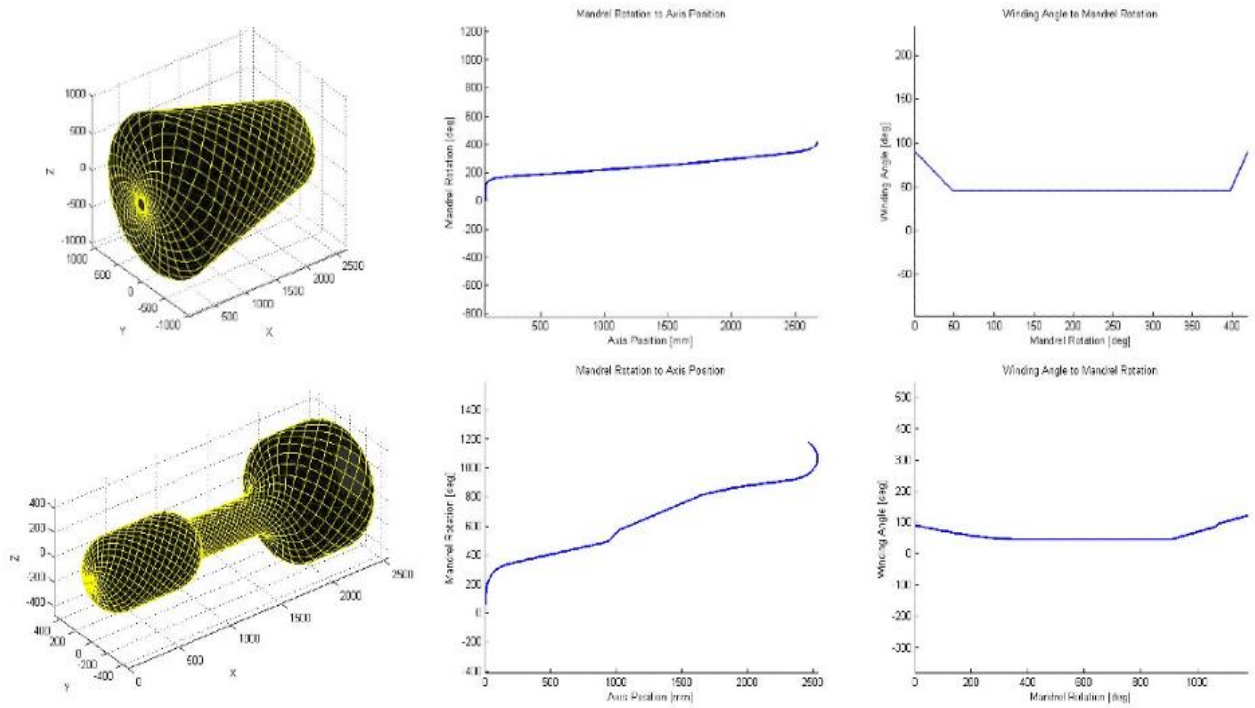


Слика 5.12: Симулација на 45° слој на конусоидна капсула, двостран сад и резервоар во Rhinoceros 3D

Figure 5.12: Simulation of 45° layer on conic capsule, double-sided tank and vessel in Rhinoceros 3D

Виолетовите области на површината не се транзициони делови како кај цевка, во овој случај претставуваат куполи на садовите, кај кои исто така има таранзициски премин ка кривите до 90° за продолжување на континуираноста на патеката.

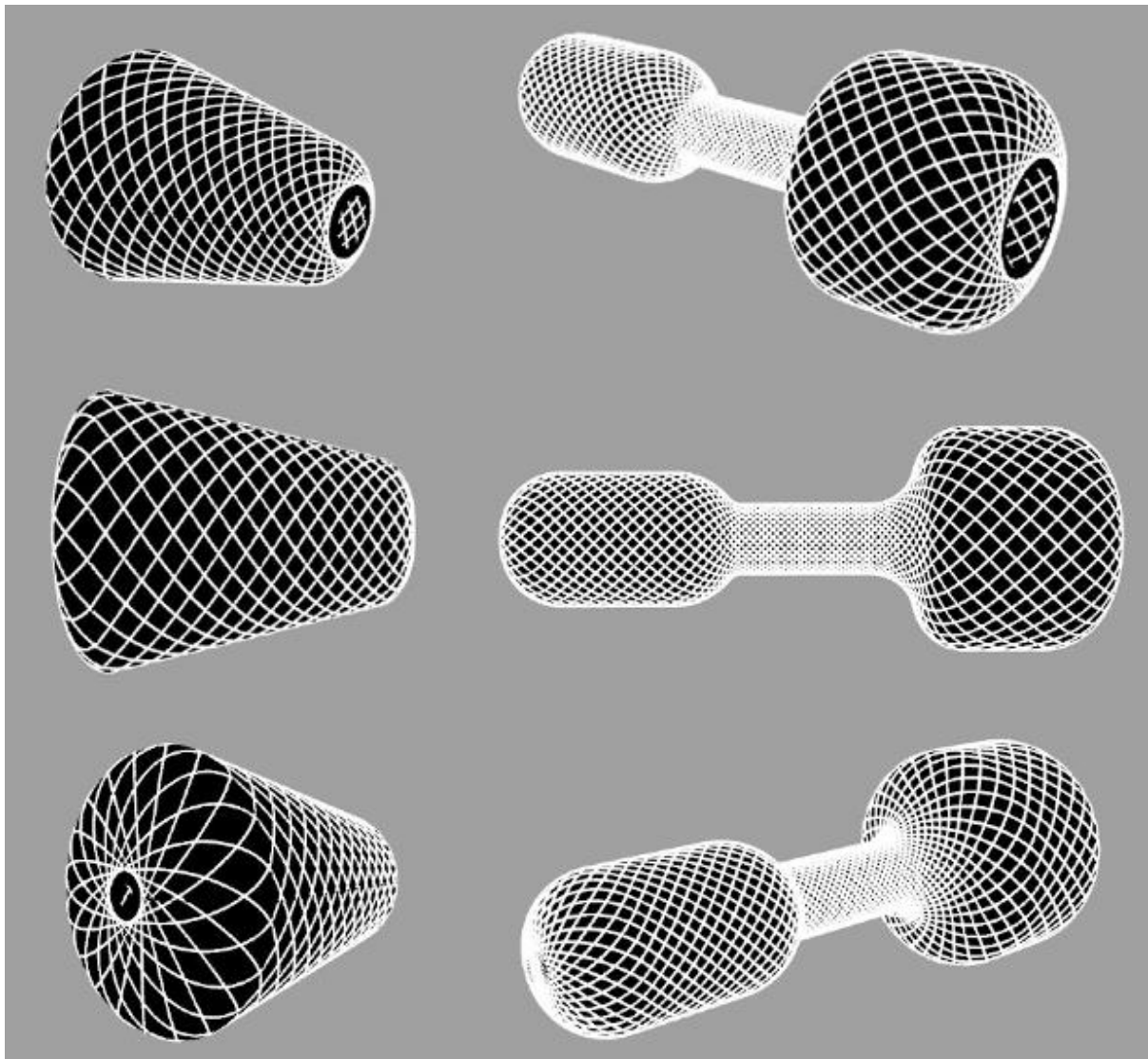
Како што може да се види на слика 5.13, конусоидната капсула се однесува на сличен начин според дискусијата за графици на цевка, додека резултатите од двостраниот сад покажува девијации од претходните графици, но сосема очекувано и оправдано, особено во радијалниот параметар (ротацијата на мандрелот) во зависност на позицијата на ротационата оска, каде што се гледаат зголемувањето на ротациите токму во сините региони на садот (прикажан погоре на слика 5.12). Аналогно на ова, вториот график покажува несиметричност во однос на намотувањето на аголот во однос на ротацијата (и тоа во двата примери) што произлегува од несиметричноста на куполите на краевите од садовите.



Слика 5.13: MATLAB дијаграми од симулација на конусоидна капсула (горе) и двостран сад (долу) на хелицијален 45° ориентиран слој и графици на корелација

Figure 5.13: Diagrams of MATLAB conic capsule (upper) and double-sided tank (lower) simulation on helical 45° oriented layer and correlation graphs

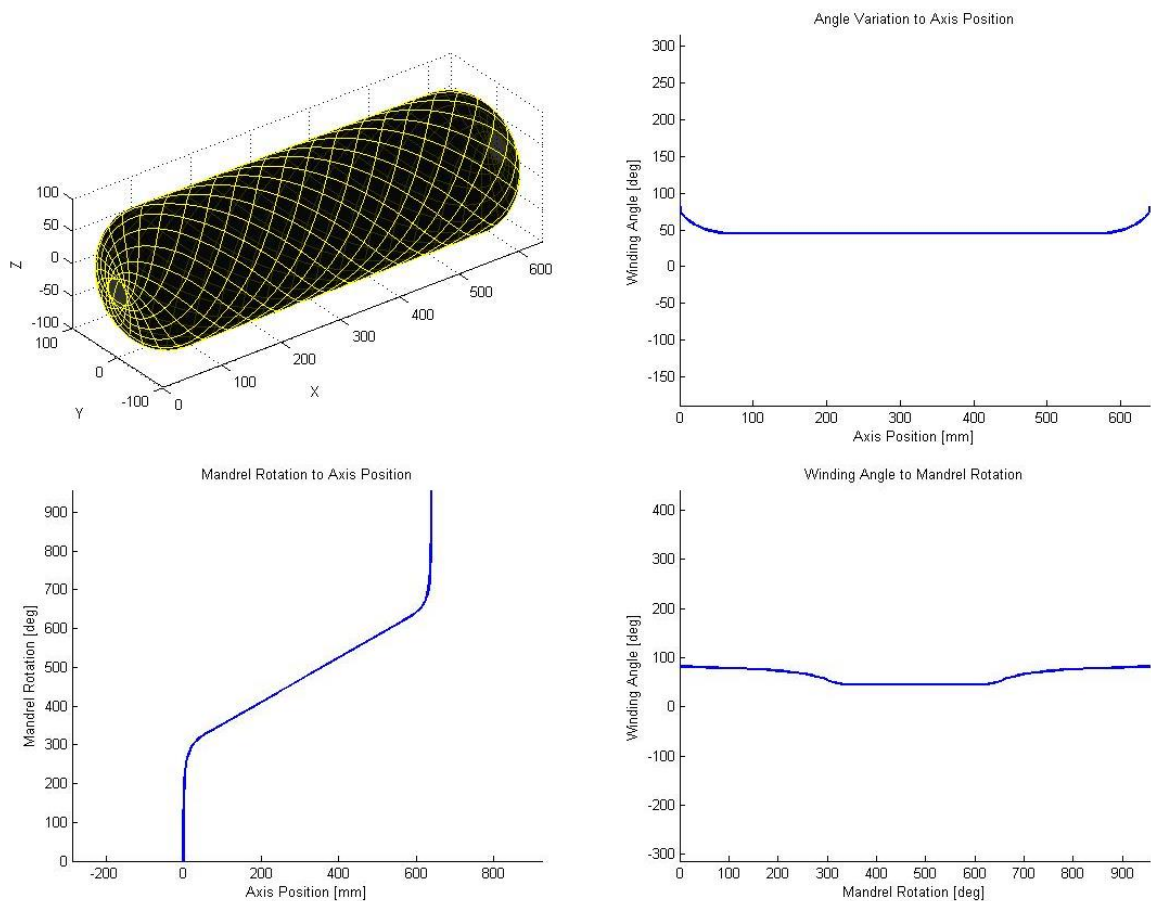
Во следната слика се дадени резултати од три перспективи на Rhinoceros 3D симулации на конуслидна капсула и двостран сад.



Слика 5.14: Перспективна симулација во Rhinoceros 3D на конусоидна капсула и двостран сад со патека на крајот ориентирана за 45°

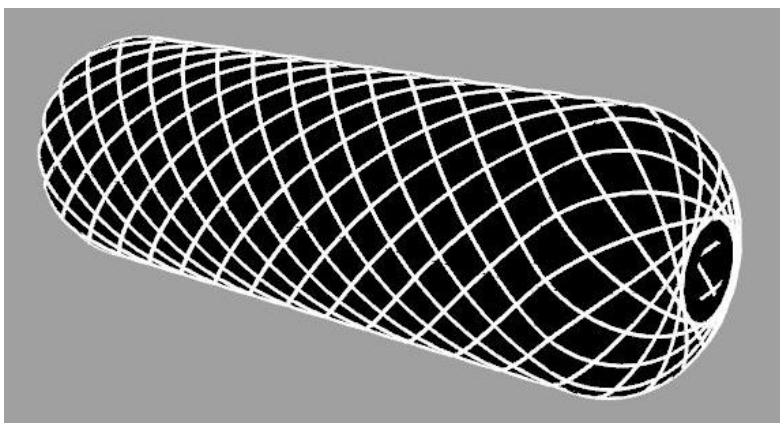
Figure 5.14: Perspective Rhinoceros 3D simulation on conic capsule and double-sided tank with fiber path 45° oriented

После овие симулации и анализи направена е и анализа во MATLAB за резервоар со симетрични куполи со ориентирана патека под 45° .



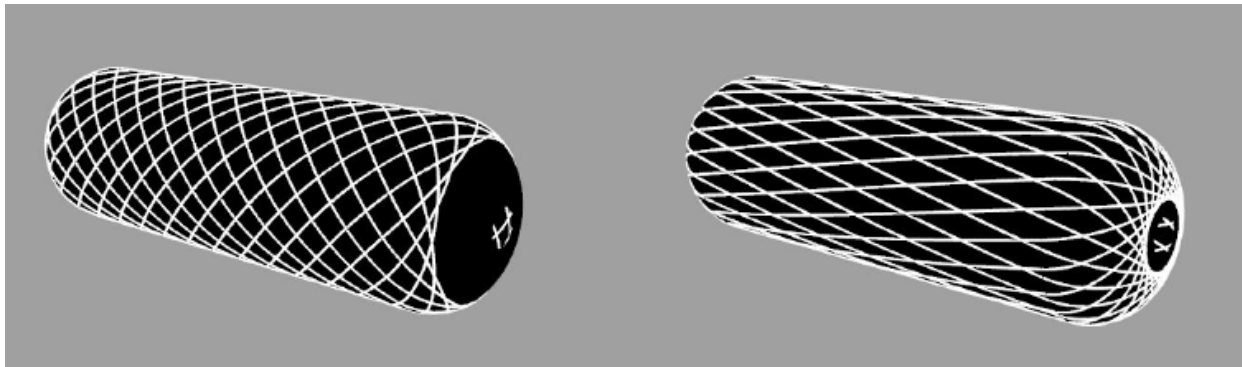
Слика 5.15: MATLAB дијаграми од симулација на резервоар на хелидијален 45° ориентиран слој и графици на корелација
Figure 5.15: Diagrams of MATLAB vessel simulation on helical 45° oriented layer and correlation graphs

Во овој дел со резервоарот најдобро се илустрира разликите помеѓу геодезиска и негеодезиска патека и симулациите во Rhinoceros 3D кои се добиени врз основа на математичките модели опишани во ова истражување. На слика 5.16 е претставена симулација од негеодезиска патека ориентирана за 45° .



Слика 5.16: Негеодезиска 45° патека на влакното врз резервоар симулирана во Rhinoceros 3D
Figure 5.16: Non-geodesic 45° fiber path on vessel simulated in Rhinoceros 3D

Патеката од симулираната негеодезиска крива во суштина е парцијално негеодезиска. Тоа значи дека на цилиндричниот дел од резервоарот тој дел од кривата се однесува геодезиски, додека на куполите се губи тоа својство и преминува во негеодезиска крива. Губењето на ова својство е поради што кривата не е во можност да го задржи геодезискиот правец на куполата, а притоа да поминува покрај половите. Чисто геодезиски криви во овој случај побарува други начини на конструкција, разликата се гледа на следната слика 5.17.

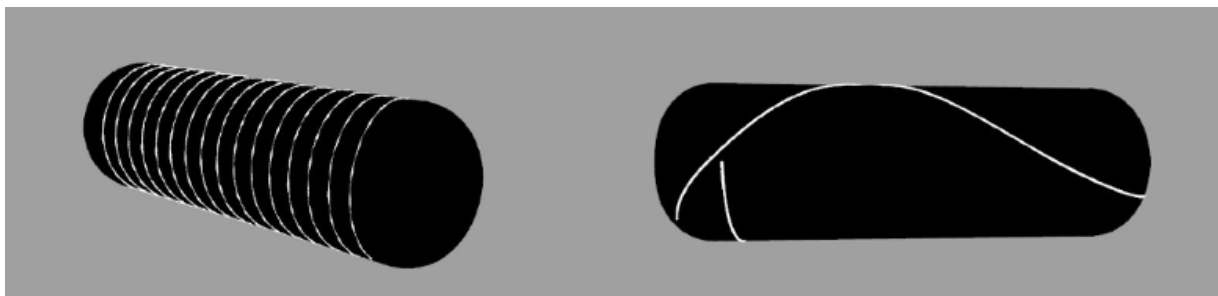


Слика 5.17: Геодезиска 45° (лево) и минимум геодезиска 11.54° (десно) патека на влакно врз резервоар симулирано во Rhinoceros 3D
Figure 5.17: Geodesic 45° (left) and minimum geodesic 11.54° (right) fiber path on vessel simulated in Rhinoceros 3D

На слика 5.17 дадени се две геодезиски патеки врз резервоар каде геодезиската патека ориентирана под 45° има поларен отвор кој не го затвора целосно резервоарот (во примерот поларниот отвор е 70.71 mm што е за ~50mm поголем од физичкиот поларен отвор на резервоарот). Меѓутоа за да се задржи геодезискиот правец под тој агол единствениот услов е зголемениот отвор на намотување (според правилото на Клеро, дискутирано во погорните поглавја). На десната страна од истата слика има минимум геодезиска крива која го покрива целосно мандрелот до физичкиот отвор и тоа е возможно единствено само со тој агол (исто според условите на геодезија и правило на Клеро).

Во практика при намотување, покрај хелидијалните геодезиски и негеодезиски слоеви се користат уште два типа на намотување, а тоа се радијалниот слој (исто како кај цевки) кој се однесува само на цилиндричниот дел од резервоарот и транзиционен премин, која преставува крива од два циклуса која постепено го променува аголот од една вредност до друга крајна вредност. Потребата од овој премин е јасна кај резервоари врз кого се полагаат непрекинато повеќе типови на слоеви под разни агли. На пример при премин на слој од 60° кон радијален слој, потребна е соодветна транзиција за да не настане директно пролизгување

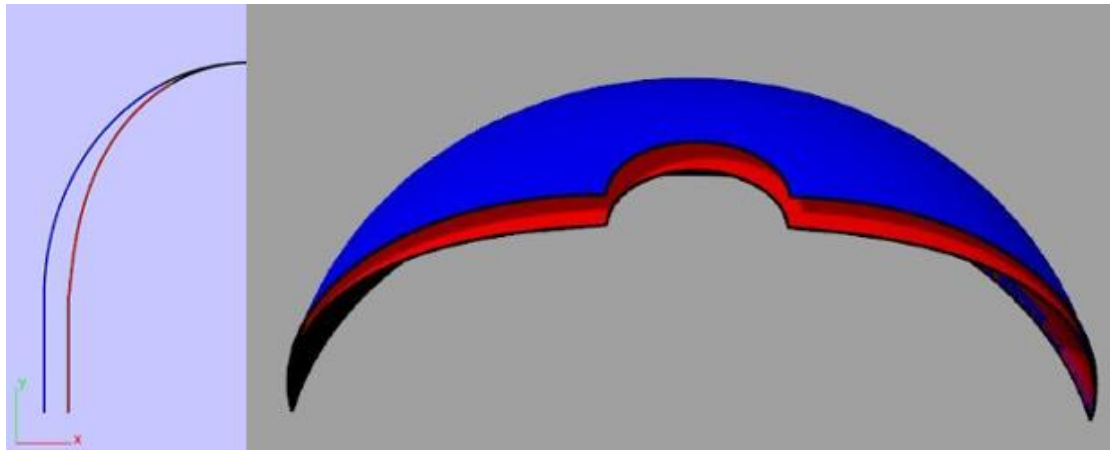
на крајот при намотување. Најчесто овие транзиции се користат при премин од радијален кон хелидијален слој и обратно, и кај премин помеѓу два хелидијални слоеви со голема аголна разлика (на пример над 15° - 20°). На следната слика 5.18 се прикажани симулации на радијален слој (со реален агол од 87.26°) и крива на транзиција при премин на слој ориентиран под 45° кон радијален слој.



Слика 5.18: Радијален (лево) и Транзиционен (десно) слој врз резервоар симулирани во Rhinoceros 3D

Figure 5.18: Radial (left) and Transitional (right) layer on vessel simulated in Rhinoceros 3D

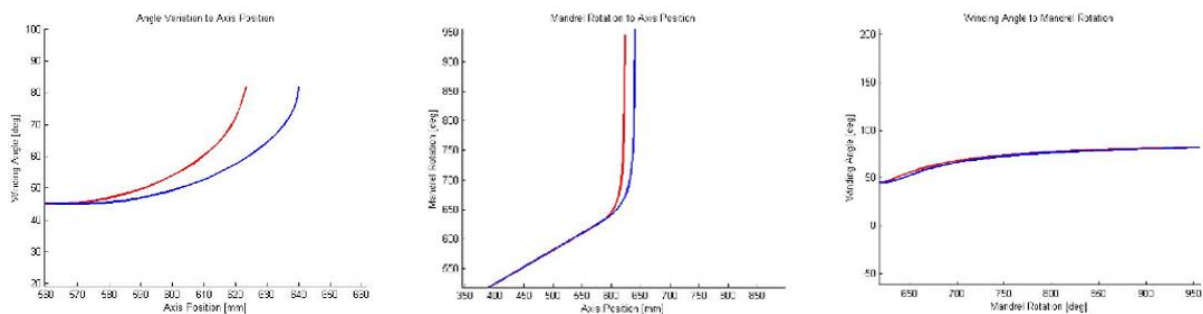
Најсложено кај резервоарите се дизајнот на куполи. Во пракса се дизајнираат елипсоидни, сферични, торисферични (со дефинирање на повеќе радиуси на закривеност) и сл. Меѓута еден тип на куполи се издвојува од сите геометрии, а тоа е изотензоидната купола. Важноста на ваква купола кај резервоари е поради тоа што тие овозможуваат подеднаков внатрешен притисок насекаде врз површината (што не е пример со произволно дизајнираните геометриски куполи набројани погоре). Ова значи дека притисокот кој влијае на цилиндричниот дел од резервоарот со иста сила ќе влијае и на куполите. За дизајн на овие куполи се користеше математичкиот модел опишан во глава 4 и равенката (4.61) послужи за генерирање на соодветна меридијална крива на резервоарот. Така тестираниот 3D модел на резервоар ако ја примени техниката за креирање на изодензоидни куполи врз истата конструкција (500mm должина на цилиндричниот дел, радиус од 100mm и поларни отвори од 20mm) се добива друга форма на купола со максимална должина од 61.75mm (за разлика од 70mm претходно кога се користи елипсоидна купола). Се добива резервоар пократок за ~ 20 mm (меѓутоа ако е важна должината на резервоарот ова се компензира со продолжување на цилиндричниот дел) чија сила на внатрешен притисок од 20kPa и аксијално оптоварување од 6.5kN ќе влијае подеднакво насекаде од внатрешната страна на површината.



Слика 5.19: Разлика помеѓу изотензоидна (црвено) и елипсоидна (плаво) купола

Figure 5.19: Difference between isotensoid (red) and ellipsoidal (blue) dome

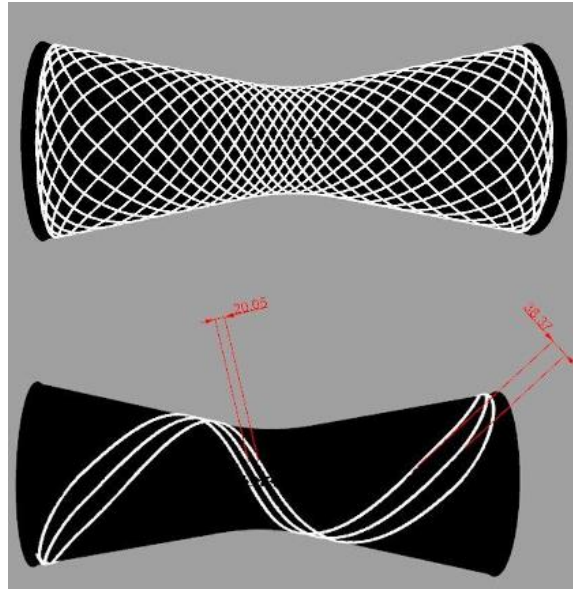
На слика 5.19 се прикажани разликите помеѓу геометриските меридијални контури на куполата на разгледуваниот резервоар со изотензоидни и елипсоидни куполи. Направена е во MATLAB споредба помеѓу двете куполи според дискусиите од претходно и дадени се дијаграми на слика 5.20.



Слика 5.20: Разлики помеѓу изотензоидна и елипсоидна купола преку MATLAB графици на корелација

Figure 5.20: Difference between isotensoid and ellipsoidal dome through MATLAB correlation graphs

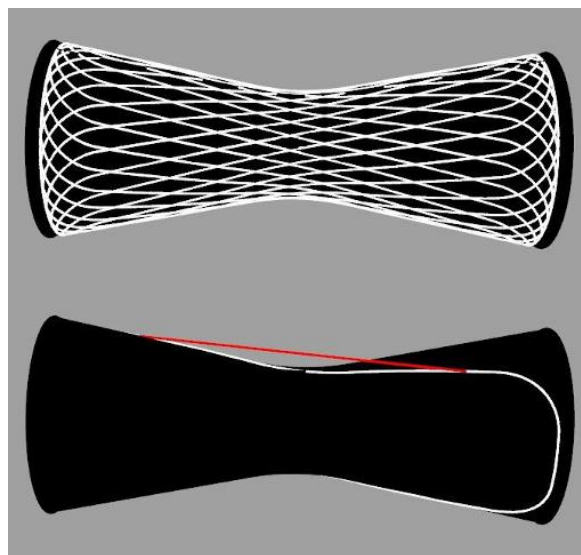
Со помош на математички модели направена и симулација и илустрација за карактеристики на патеките за намотување, а тоа е неконстантно држење на растојание помеѓу конците врз конкавни и конвексни делови на површината (што е очигледно кај куполите кај резервоарите) и премостувањето на патеките кај несоодветни ориентации врз вдлабнати површини (опишано во математичките модели погоре).



Слика 5.21: Променливо растојание помеѓу геодезиските патеки врз конкавна/конвексна површина

Figure 5.21: Variable distance between geodesic paths on concave/convex surface

Оваа карактеристика на променливо растојание помеѓу патеките на влакна е присутна и кај геодезиските и негеодезиските патеки и директно зависи од геометријата на површината. Како што се забележува на слика 5.21 на конкавниот дел од површината патеките имаат тенденција да се зближуваат, а кај конвексните делови да се прошируваат. Ова во пракса значи дека на конкавните делови ќе имаме поголема дебелина на композитниот производ отколку на конвексните делови и ова треба да се има предвид при дизајнот на самиот композит.



Слика 5.22: Ефект на премостување преку конкавна површина

Figure 5.22: Bridging effect over concave surface

На слика 5.22 е прикажан ефектот на премостување на влакната што се случува кога влакното во реални услови под тензија не ја следи патеката на дизајнот. Најчесто ова се случува кога се намотува под мали агли преку конкавни површини. Дизајнерот треба да го има ова предвид пред дизајнот на композитот, во спротивно се соочува со овој ефект кој ќе резултира со композитен производ со неконзистентна густина на површината и многу празнини на тие површини. Ова предизвикува лоши механички последици од вака произведен производ. Математичките модели развиени за дизајнирање на патека на влакна на симетрични и асиметрични форми овозможуваат прецизно прилагодување на композитните производи. Со контролирање на ориентацијата на влакната, истражувачите можат да ги приспособат механичките својства на формите за да ги исполнат специфичните инженерски барања, што резултира со оптимизирани структурни перформанси. Математичките модели нудат флексибилност на дизајнот, дозволувајќи им на инженерите да истражуваат различни конфигурации на патеката на влакна за композитите. Оваа флексибилност е особено важна во апликации каде што сложените геометрии и закривените форми бараат прецизно усогласување на влакната за да се максимизира јакоста и крутоста. Усвојувањето на математички модели во дизајнот на патеката на влакна го рационализира процесот на производство. Со намалување на повторувањата на обиди и грешки, инженерите можат да постигнат ефикасно намотување на влакното и да го минимизираат материјалниот отпад, што ќе доведе до заштеда на трошоците во производството.

5.2 Резултати од испитување на симетрични композитни цевки

Во претходното подглавје се подобрија математичките модели за патека на влакно со примена на технологија за намотување на влакна и нивната точност се потврди преку симулации. Со цел да се покаже влијанието на аголот на полагање врз механичките својства на композитните цевки, се користеше подобриот математички модел (разработен и прикажан во претходното подглавје) и се изработија пет композитни цевки (GFRP – Glass Fiber Reinforced Pipes) со различни агли на намотување на влакната. Овие цевки го имаа следниов дизајн:

- (1) A1- Стаклена/ епоксидна цевка само со агол на намотување 90° ,

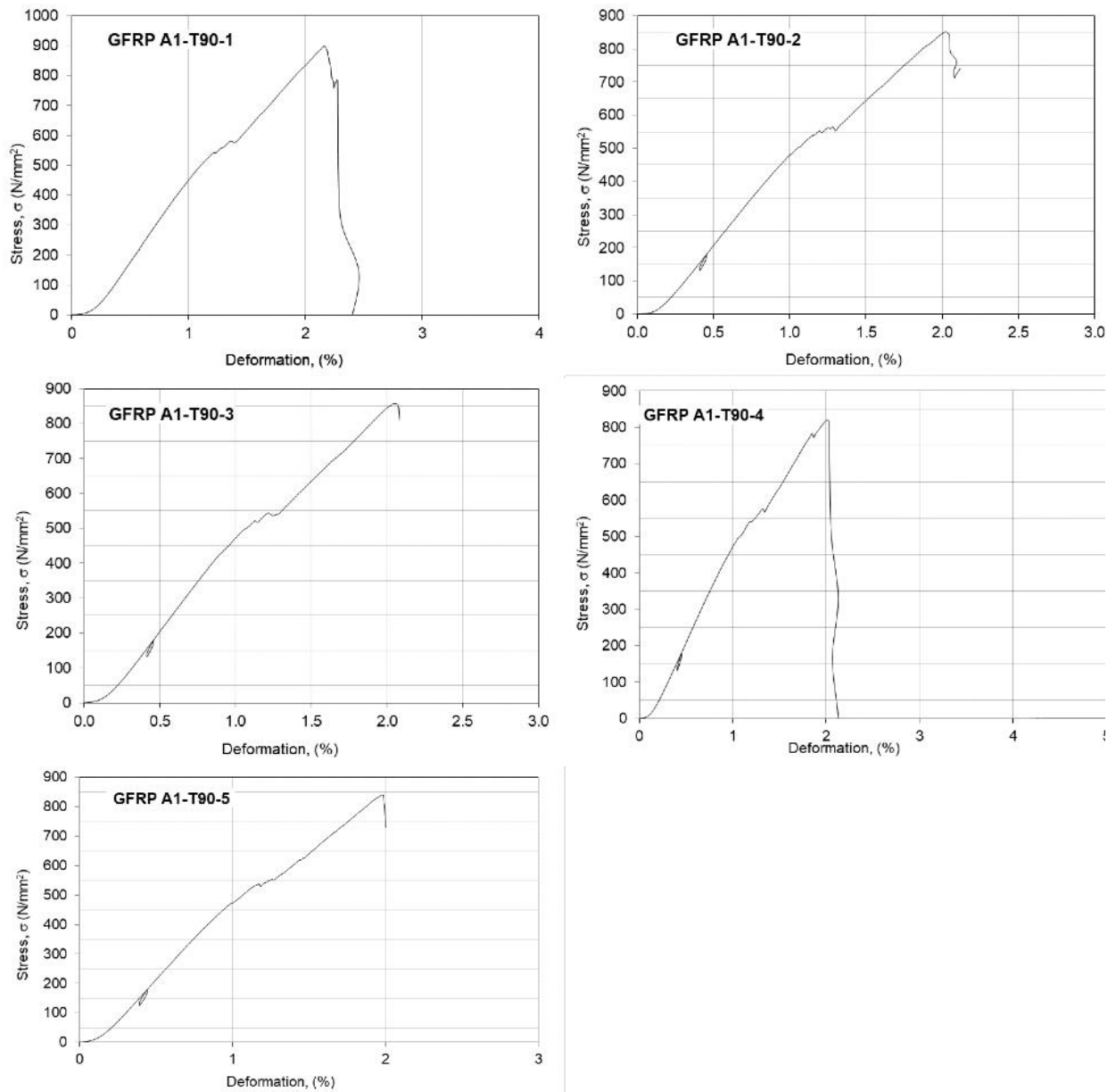
- (2) A2- Стаклена/ епоксидна цевка само со агол на намотување 60° ,
- (3) A3- Стаклена/ епоксидна цевка само со агол на намотување 45° ,
- (4) A4- Стаклена/ епоксидна цевка само со агол на намотување 10° и
- (5) A5- Стаклена/ епоксидна цевка комбинирана од предходните три агли $45^\circ/60^\circ/90^\circ$

Со помош на сплит – диск тест метода (стандардот ASTM D2290) беше тестирана јачината на истегнување на произведените композитни цевки (A1, A2, A3, A4 и A5) односно беа тестирани по пет епрувети – прстени од секоја цевка (A1 до A5). Вкупно беа направени 25 тестирања.

Во табела 5.3 дадени се ознаките на произведените композитни цевки и основните карактеристики на прстенестите тест примероци (ширина, дебелина и агол на намотување).

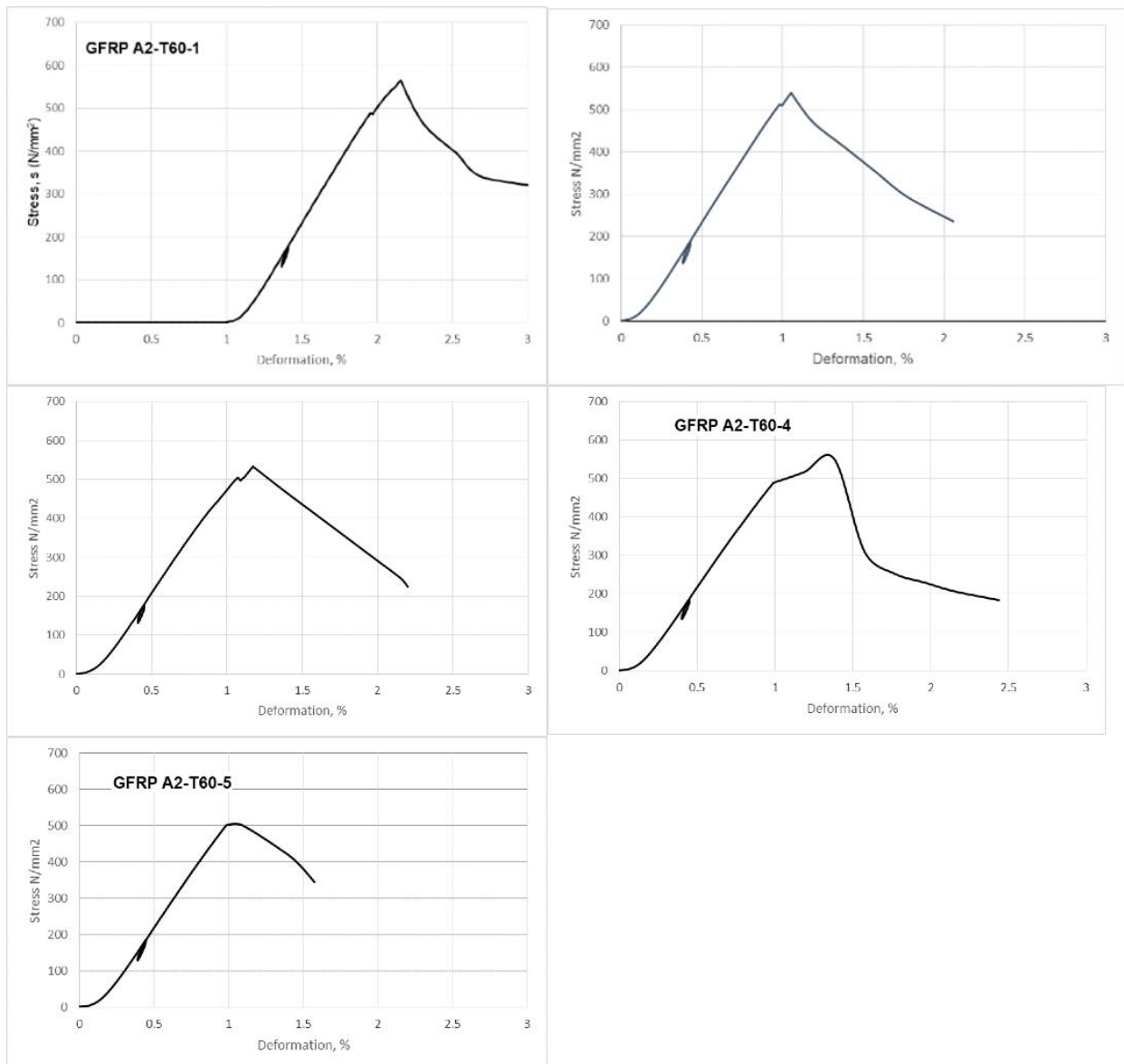
Резултатите добиени од извршените тестирање за крајната јачина на истегнување на прстенестите тест примероци според сплит – диск методата се дадени во табела 5.3.

На Сликите 5.23 – 5.27 се прикажани дијаграми на напрегање и деформација на амбиентална температура за тестираните примероци од сериите A1, A2, A3, A4 и A5 на универзалната машина за тестирање Zwick/Roell Z400 со брзина од $5\text{mm}/\text{min}$. Овие композити се тестирани на машина за тестирање со поголемо максимално оптоварување поради нивната поголема цврстина.

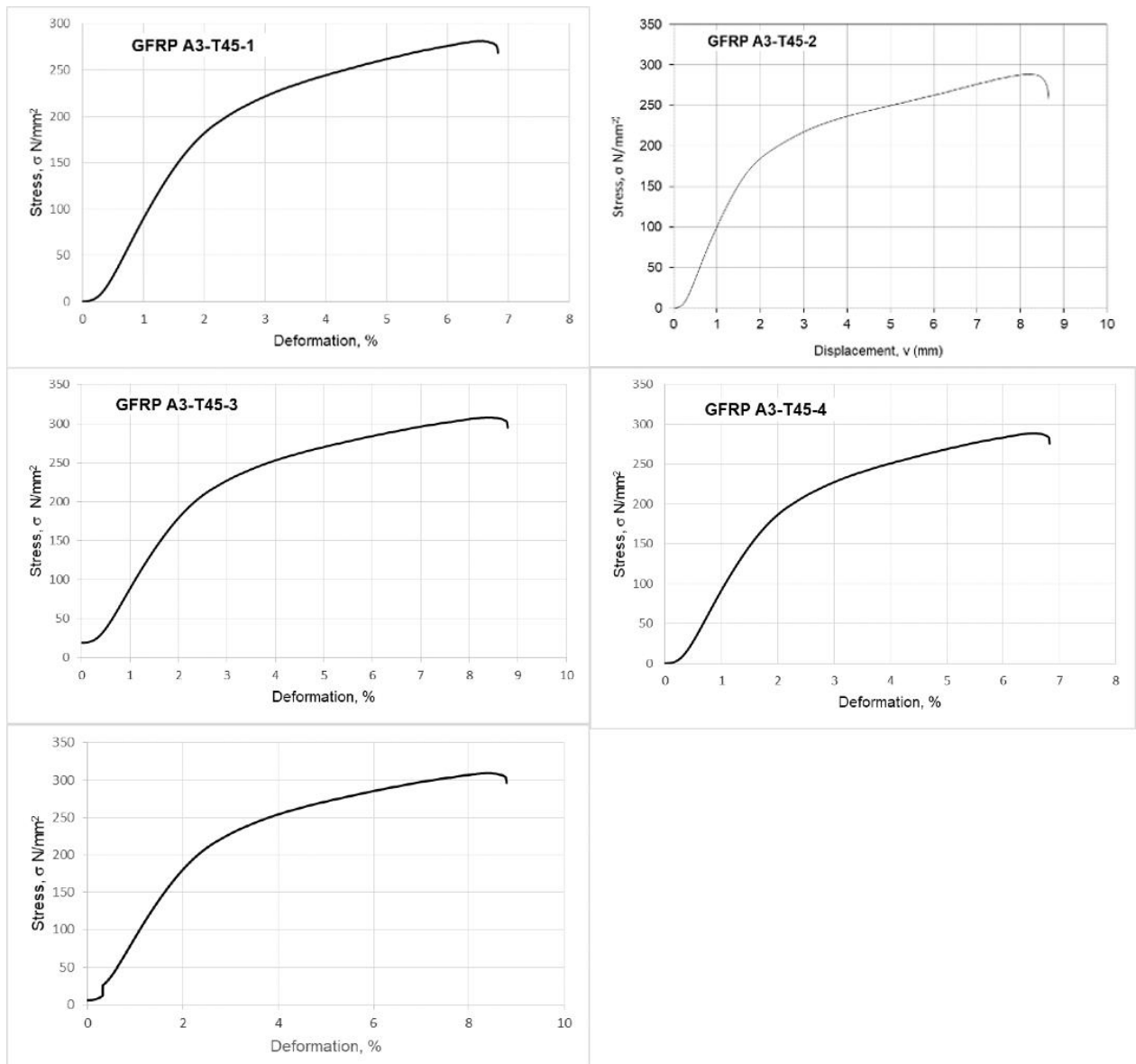


Слика 5.23: Графици на напрегање и деформација на примероци од серија A1 на од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z400

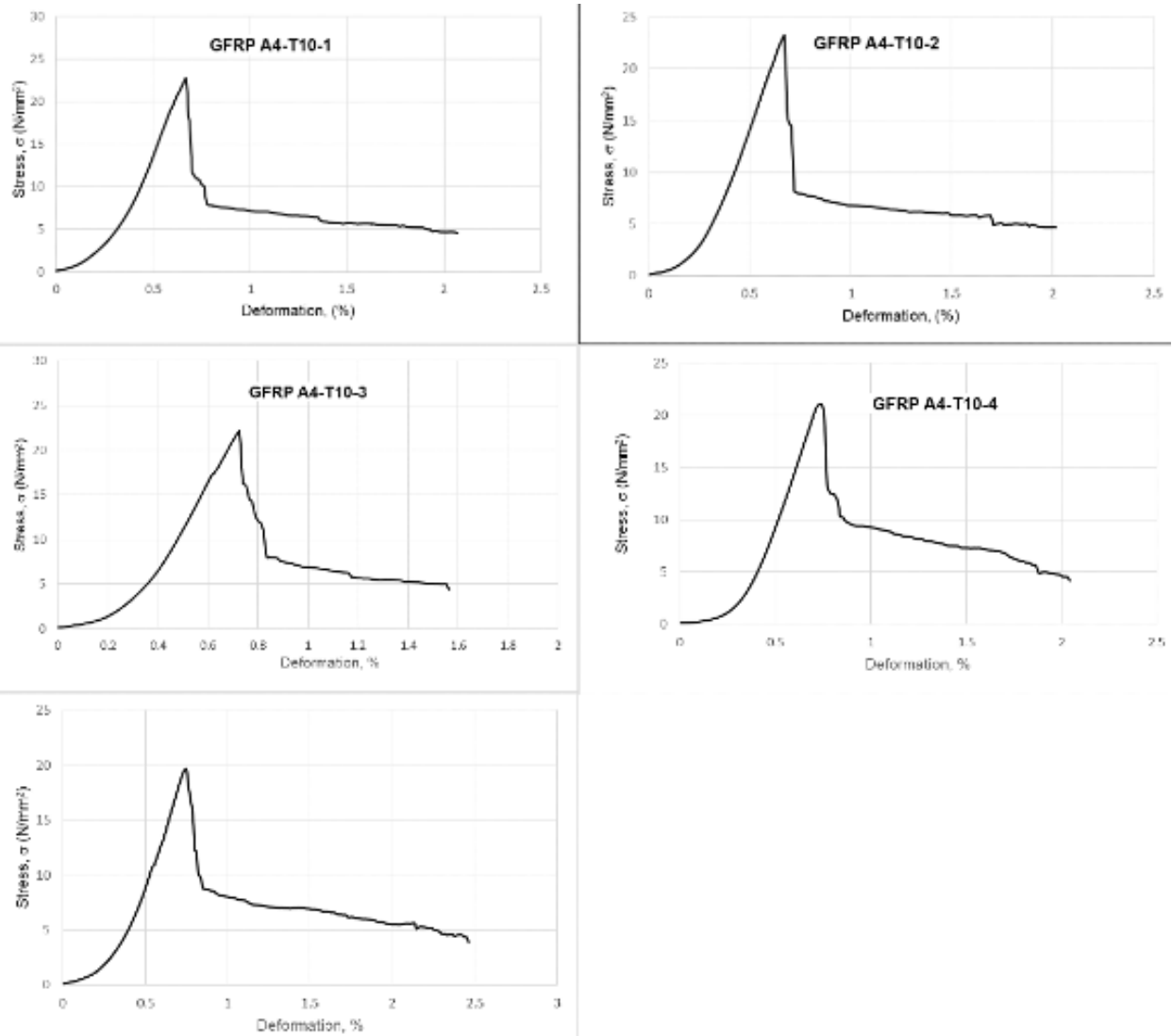
Figure 5.23: Stress and deformation graphs of samples – series A1 from Zwick/Roell Z400 universal tensile testing machine



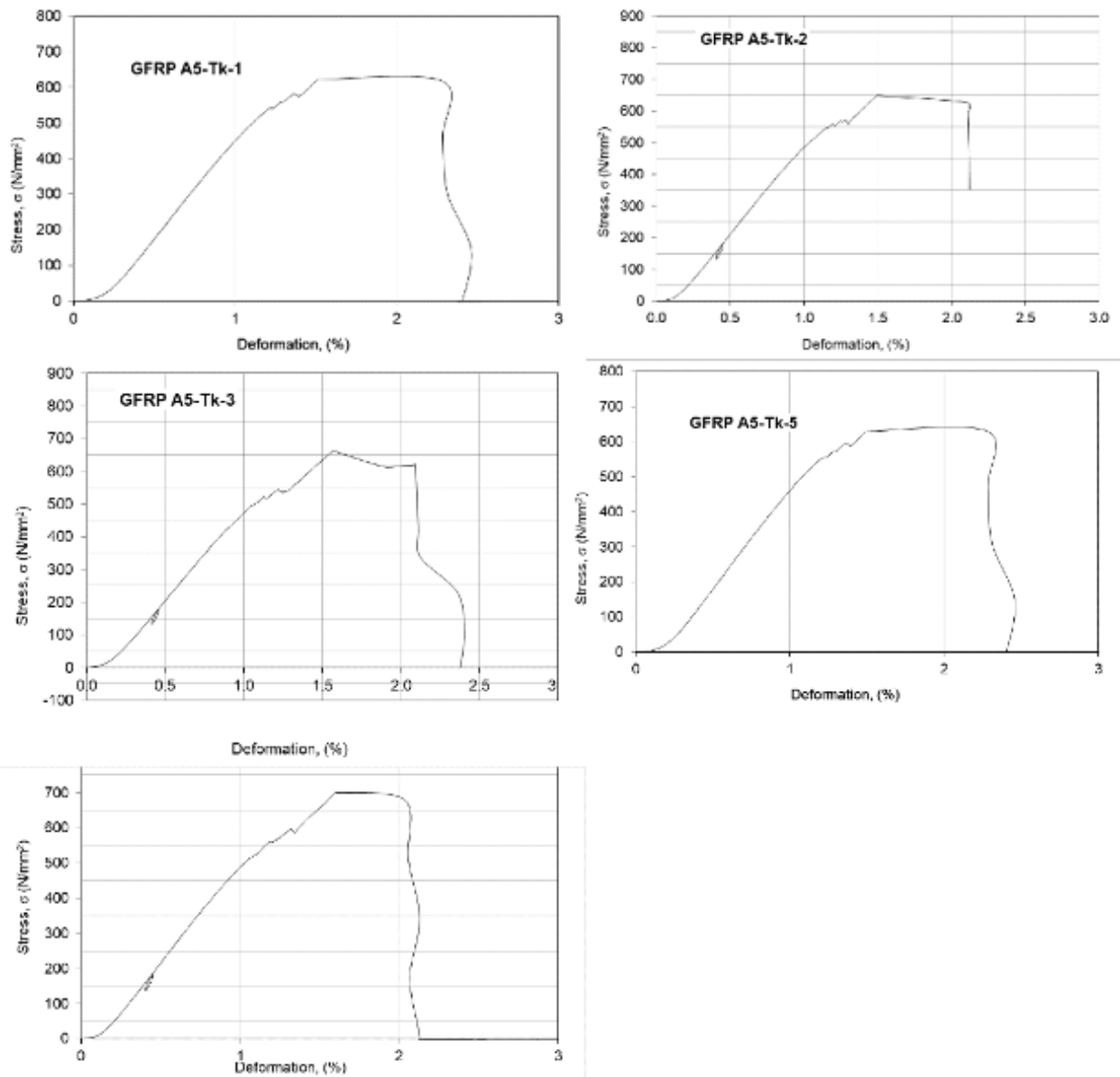
Слика 5.24: Графици на напрегање и деформација на примероци од серија A2 од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z400
Figure 5.24: Stress and deformation graphs of samples – series A2 from Zwick/Roell Z400 universal tensile testing machine



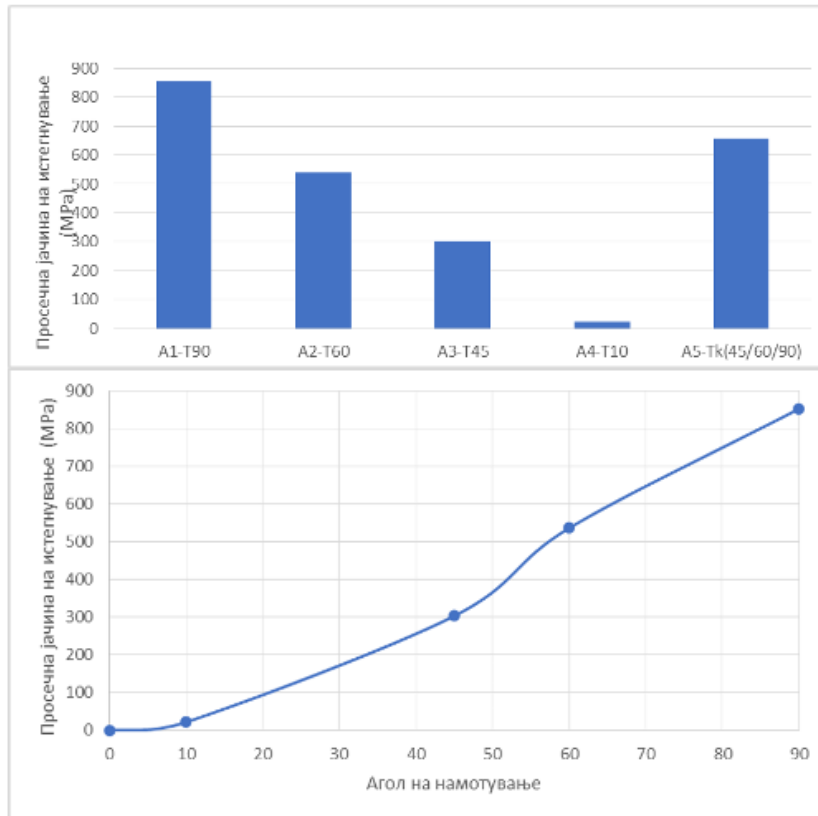
Слика 5.25: Графици на напрегање и деформација на примероци од серија A3 од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z400
Figure 5.25: Stress and deformation graphs of samples – series A3 from Zwick/Roell Z400 universal tensile testing machine



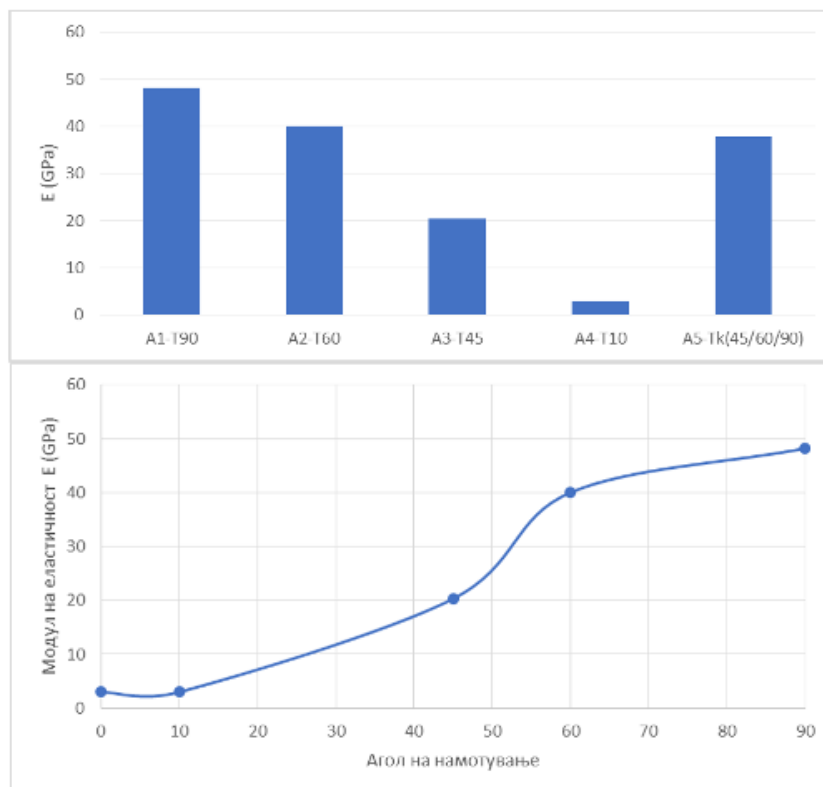
Слика 5.26: Графици на напрегање и деформација на примероци од серија A4 од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z400
Figure 5.26: Stress and deformation graphs of samples – series A4 from Zwick/Roell Z400 universal tensile testing machine



Слика 5.27: Графיקони на сила и поместување на примероци од серија A5 од универзална машина за тестирање на истегнување Zwick/Roell Z050
Figure 5.27: Force and displacement graphs of samples – series A5 from Zwick/Roell Z050 universal tensile testing machine



Слика 5.28: Влијание на аголот на намотување на јачината на истегнување
Figure 5.28: Effect of winding angle on hoop tensile strength



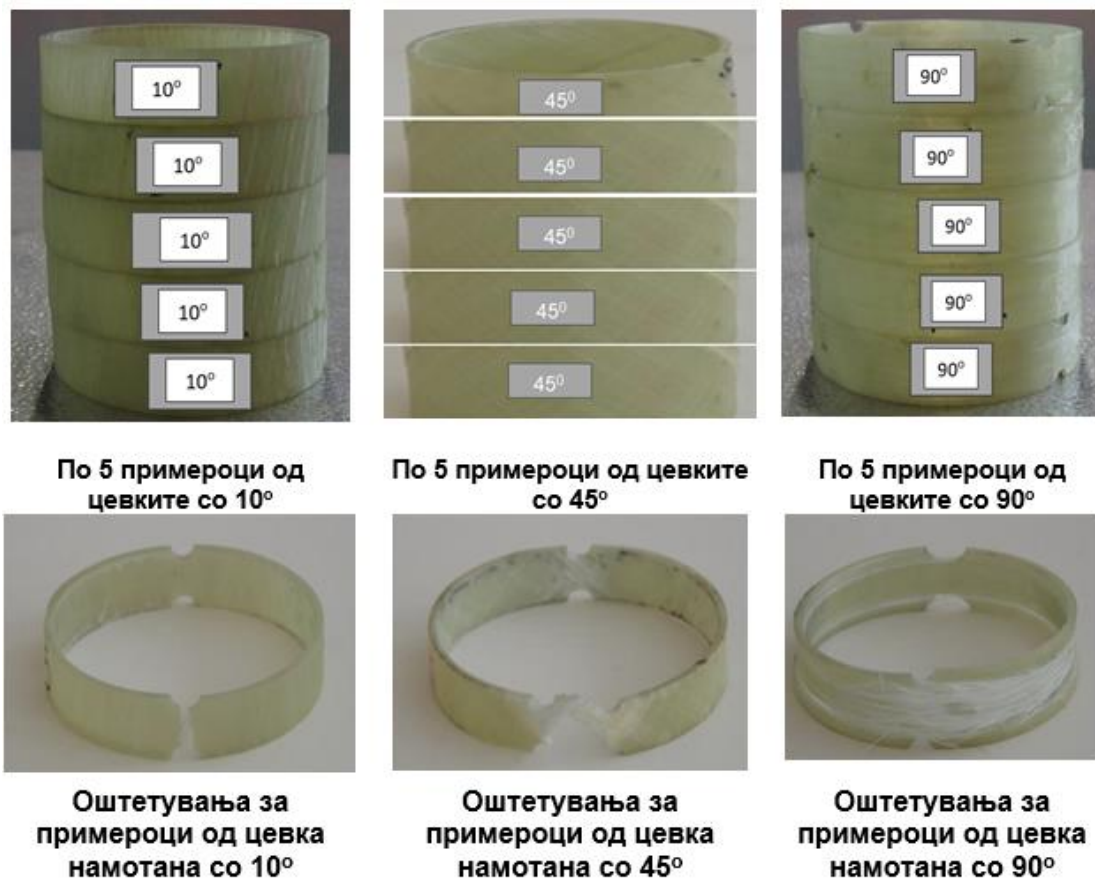
Слика 5.29: Влијание на аголот на намотување на модулот на истегнување
Figure 5.29: Effect of winding angle on hoop tensile modulus

Табела 5.3: Резултати од јакоост на истезнување на епруветите – прстени според сплит-дискот тестовите

Table 5.3: Hoop tensile strength results of split-disk tests

Ознака на примерок		b (mm)	d (mm)	A (mm) ²	F (kN)	F average (kN)	σ (MPa)	σ average (MPa)	E (GPa)	E average (GPa)
A1-T90	1	14.00	3.08	43.12	77.56	74.14	899.38	853.90	48.87	48.2
	2	14.07	3.09	43.48	74.08		851.96		48.93	
	3	14.08	3.09	43.51	74.61		857.39		47.21	
	4	14.08	3.09	43.51	71.39		820.47		48.18	
	5	14.02	3.10	43.46	73.04		840.28		47.95	
A2-T60	1	14.00	3.18	44.52	50.26	47.07	564.42	538.33	40.79	40.0
	2	14.14	3.00	42.42	45.78		539.66		41.41	
	3	14.17	3.15	44.64	47.61		533.31		38.71	
	4	14.08	3.09	43.51	48.00		551.63		40.72	
	5	14.02	3.10	43.46	43.69		502.62		38.61	
A3-T45	1	14.05	3.18	44.68	25.14	26.21	281.34	301.77	18.28	20.3
	2	14.01	3.00	42.03	24.25		288.48		20.85	
	3	14.08	3.09	43.51	26.80		307.99		21.20	
	4	14.08	3.09	43.51	27.99		321.67		20.14	
	5	14.02	3.10	43.46	26.89		309.37		21.16	
A4-T10	1	14.00	3.08	43.12	1.96	1.89	22.73	21.80	3.15	3.0
	2	14.08	3.09	43.51	2.03		23.33		3.21	
	3	14.00	3.09	43.26	1.92		22.19		3.05	
	4	14.00	3.09	43.26	1.82		21.04		2.90	
	5	14.00	3.10	43.40	1.71		19.70		2.69	
A5-Tk(45/60/90)	1	14.00	3.08	43.12	53.56	55.80	621.06	656.71	36.92	37.8
	2	14.08	3.05	42.94	55.75		649.10		36.65	
	3	14.09	3.00	42.27	57.72		682.75		39.39	
	4	14.10	2.98	42.02	58.90		700.89		39.50	
	5	14.04	3.00	42.12	53.05		629.75		36.75	

На слика 5.30 прикажани се подготвените примероци по 5 од секоја серија вкупно 25 примероци за истегнување и прикажани се епруветите (прстените) после извршеното тестирање.



Слика 5.30: Оштетувања направени при испитувања на истегнување на прстенестите примероци со различен агол на намотување со сплит-диск методата

Figure 5.30: Damages made during tensile tests of the split-disk specimens with different winding angles of the glass fibers

Добиените вредности за јакост на истегнување на прстените и вредностите за модулот на еластичноста при истегнување за примероците со различна ориентација на влакната, аглите се прикажани на слика 5.28 и 5.29, соодветно. Примерокот A1-T90 покажа максимална јачина на истегнување од 853.94 МПа што е 1.59, 2.8 и 39.17 пати поголема од јачината на истегнување на примероците A2-T60 (537.34 МПа), A3-T45 (303.9 МПа) и A4-T10 (21.8 МПа), соодветно. Највисокиот модул на истегнување од 48.2 GPa покажаа примероците A1-T90 што е приближно 1.2, 2.37 и 16 пати поголем од модулот на истегнување на примероците A2-T60(40 GPa), A3-T45 (20.3 GPa) и A4-T10 (3 GPa), соодветно. Од добиените резултати јасно беше забележано дека

повисокиот агол на ориентација има позитивно влијание врз механичкото однесување на примероците. Тоа е како резултат на поголемата јакост на влакната кога силата на истегнување дејствува во нивна насока.

Различните начини на деструкција (пукање на прстените) при истегнувањето при различни конфигурации на агли на намотување беше очекувано, бидејќи композитните материјали покажуваат анизотропно однесување под различни начини на напрегања. Бидејќи се високо анизотропни кога се оптоварени во насока на влакната, композитните материјали покажуваат најдобри механички својства. Во услови на радијално оптоварување, како што аголот на намотување се зголемува, насоката на подредување на влакната станува поблиску до насоката на оптоварување, и за конфигурација на намотување од 90° , каде што насоката на оптоварување е иста со насоката на влакната, се добиваат максимални вредности за јакост. Од друга страна пак, како што се зголемува аголот на намотување, отпорноста на композитната цевка при аксијално напрегање опаѓа. Оптоварувањето под внатрешниот притисок е комбинирано оптоварување што создава и аксијални и радијални напрегања во материјалот, па така се очекува максималните карактеристики да се задржат и во конфигурацијата на намотување, која ја оптимизира отпорноста во однос на радијално и аксијално напрегање (Kaynak & Mat, 2001) (Bai, Seeleuthner, & Bompart, 1997). Слични резултати и заклучоци се забележани и во литературата на (Soden, Kitcing, Tse, Tsavalas, & Hinton, 1993) и (Erdiller, 2004). Зголемувањето на јачината до деструкција (пукање) на тестираните цевки со конфигурации каде аголот на намотување е поголем беше очекувано и може да се објасни преку поголемата радијална отпорност која е доминантна за време на помалата аксијална отпорност како што аголот на намотување се зголемува. Ако се земе предвид ова, конфигурацијата од 90° е најдобра како што и се очекуваше, а истото може да се потврди и опреку неколку истражувања во оваа област (Ellyin & Martens, 2001) (Etemad, Pask, & Besant, 1992) (Aydin, 2019) (Wild & Vickers, 1997) (Parnas & Katirci, 2002). Слични резултати се забележуваат и во трудот на Kaynak et al (Kaynak, Erdiller, Parnas, & Senel, 2005) каде се покажува дека аголот на намотување е главна променлива во композитни цевки и значајно влијае на јакоста на композитот. Аналогно на ова погоре, Насева et al (Naseva, Srebrenkoska, Risteska, Stefanoska, & Srebrenkoska, 2015) исто така покажале

дека максималните вредности за јакост при истегнување се добива кај композитни прстени добиени со поголем агол на намотување на влакната.

Добиените криви напрегање-деформација при тестирање на примероците со различни агли на намотување (A1 до A5) се дадени на сликите 5.23 до 5.27, каде што се забележува значаен пораст на напрегањето за еднакви интервали на деформација (особено во примерокот A1-T90) со што се потврдуваат претходно споменатите заклучоци дека носивоста на композитите се зголемува со зголемување на аголот на намотување во насока на напрегањето. Во оваа насока се истражувањата на (Almeida, Ribeiro, Tita, & Amico, 2016) и на (Zhu, Li, Yang, Jia, & Yang, 2005).

Од добиените резултати на тестираните примероци со различен агол на ориентација на влакната, примероците со агол на намотување од $\pm 90^\circ$ покажаа најголема јачина на истегнување и модул со вредности од 853.94 МПа и 48.2 GPa, соодветно. При тестирање на овие примероци беше забележано и појава на јак звук предизвикан од пукањето на влакната. Напукнувања на матрицата и дефекти на раслојување се забележани кај сите примероци, а прскање на влакна при пукање се забележани кај примероци A1-T90 (слика 5.30).

Од добиените криви напрегање-деформација на петте примероци од A4 -T10, се забележува дека имаат слични однесувања, односно дека имаат линеарно однесување до моментот на пукање на примерокот. Во примероците од A1-T90 се забележува исто така линеарно однесување до момент на напукнување на некој од слоевите (нарушување на глаткоста во графикот на слика 5.23), но примероците не се кршат и продолжуваат понатаму да издржат оптоварување до конечно кршење. Јасно се забележува дека со зголемувањето на напрегањето, деформацијата брзо се променува, со што кривата продолжува линеарно (останатите слоеви продолжуваат да се справуваат со напрегањето). Кршењето на овие прстенести примероци е пропратено со бучава на пукање и со низа развласени влакна околу пукнатината. Ова однесување е поради насоката на влакната, во овој случај 90° . Во полимерните композити, секој слој придонесува на вкупната јакост, и кога еден слој од структурата ќе почне да пука, ја напукнува матрицата одоколу и со тоа се зголемува деформацијата. Како одговор на деформацијата на цевката, оптоварувањето по дебелината на цевката се намалува по кршењето на само еден слој. Како што дебелината на

сидот од цевката се намалува, тој не може да се справи повеќе со оптоварувањето и започнува кршењето на композитот (Wild & Vickers, 1997) (Parnas & Katirci, 2002).

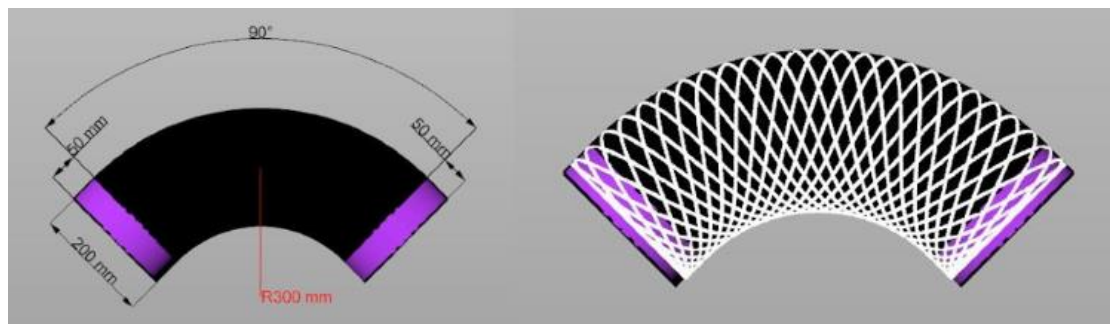
Од добиените криви напрегање-деформација за примероците од A2-T60 се забележува дека тие под дејство на напрегање се однесуваат слично како примероците од A1-T90. Имено, како расти напрегањето, пропорционално расти деформацијата до пукање на некој од слоевите, а потоа продолжува отпорот на прстенот до некое максимално напрегање после што настанува деструкција и кривата опаѓа. Кај добиените криви напрегање-деформација за примероците од A3-T45 се забележува дека со зголемување на напрегањето рамномерно се зголемува деформација на примероците до одредена вредност, а потоа структурата е ослабната заради деструкција на некој од слоевите и при мали напрегања забележани се поголеми деформации после што следи комплетно пукање на примероците. Во практика, скоро секој дизајн на композит содржи слој од 45° поради тоа што тој агол ги урамнотезува оптоварувањата по главните насоки, аксијална и радијална.

Добиените резултати од тестирањата на примероците - прстени од примерокот A5-TK, кој беше намотан со комбинација на сите претходни агли, покажуваат најоптимални перформанси на структурата. Од добиените криви напрегање-деформација се забележува дека однесувањето е слично како кај примероците под A1-T90° и A2-T60°, но за разлика од нив, кај овие примероци континуирано со пораст на напрегањето се појавува соодветна деформација, а деструкцијата на примероците настанува комплет на сите слоеви во ист момент.

Резултатите добиени од механичките експерименти на примероците композитни цевки даваат добра насока како да се оптимизираат нивните перформанси при производство. Со определување на ефектите од производните параметри врз механичките својства, истражувачите можат да го приспособат процесот на намотување со влакна за да постигнат соодветно однесување на материјалот, а тоа треба да резултира во добивање на композитни цевки со подобрена јакост и издржливост. Добиените сознанија од механичките тестирања се појдовна основа која се користи за дизајнирање на лесни композитни цевки со висока јакост кои ги подобруваат севкупните перформанси и ефикасност на структурите и системите.

5.3 Резултати од математичките модели за патека на влакното на асиметрични композитни делови

Кај асиметричните форми за разлика од ротационите симетрични форми опишани погоре, потребно е да се адаптираат и повеќе математички модели во зависност од колку делови се состои асиметричната форма. На пример кај колено, во практика може да се додадат и цилиндрични делови после торусниот дел, и во овој случај се користат математичките модели погоре опишани за торус и за цилиндер, и се користат техники на надополнување и поврзување на добиените патеки. На слика 5.31 е претставена симулација на колено според математичките модели на конус и цилиндер и е спроведена во Rhinoceros 3D софтверот преку имплементација на plug-in софтвер развиен во C++.



Слика 5.31: Геометрија на 3D модел колено со распон 90° и симулирана геодезиска 75° патека на влакно

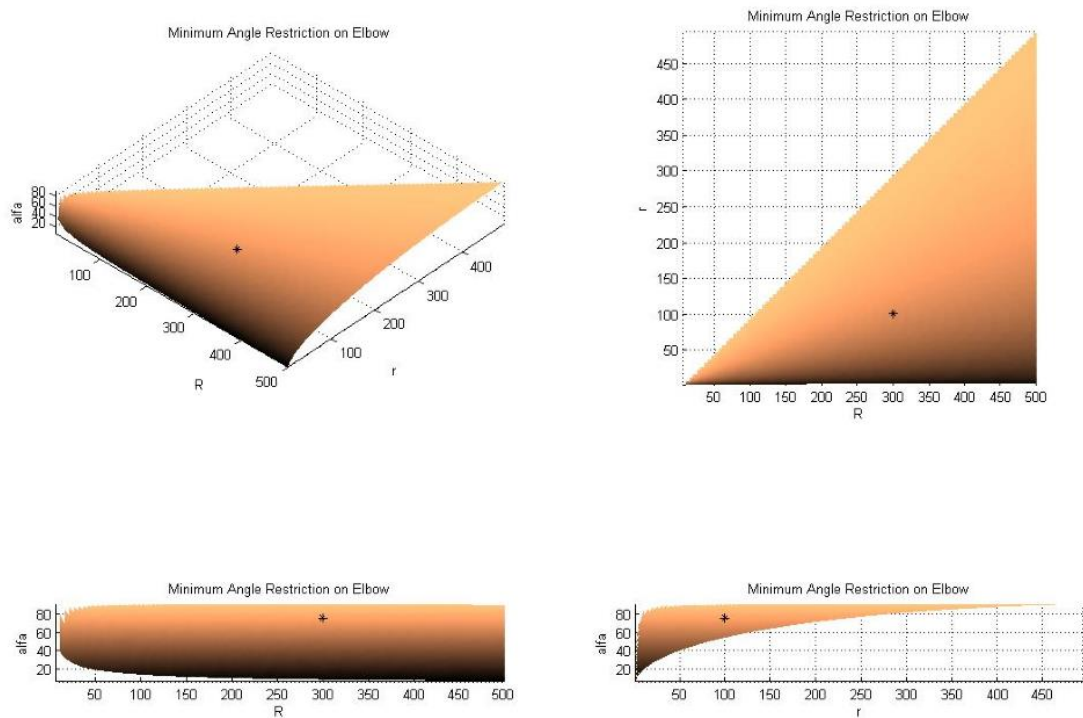
Figure 5.31: Geometry of 3D model of elbow with 90° span and simulated geodesic 75° fiber path

На слика 5.31 од десната страна е симулацијата врз геометријата на коленото со распон 90° прикажана на левата страна, аголот на намотување е 75° и дебелината на траката која ја формираат влакната е 30mm. Поради геометријата на коленото, не е допуштена произволноста на ориентацијата, во овој случај се бира помеѓу рангот од [65.91°,90). Минималниот агол според дадената геометрија на торусниот дел ја определуваме преку (5.4):

$$\cos \alpha_{min} = \frac{R - r}{R + r} \sqrt{1 - \frac{r}{R}} \quad (5.4)$$

Каде што со R е централниот радиус на торусот, а r е радиусот на коленото. Преку оваа формулација се добива минималниот агол кој е допуштен за намотување геодезиска крива на површината. Во MATLAB е направена следнава

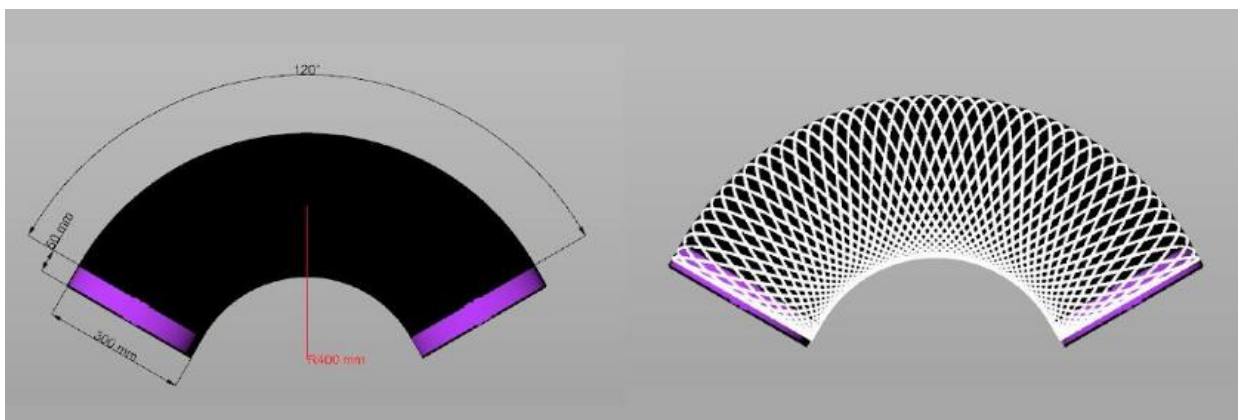
анализа (слика 5.32) на минимален агол во зависност од геометријата на торусот, со црна ѕвездичка е означен изборот во овој пример.



Слика 5.32: Минимум агол на намотување врз торус ограничен до максимум $R=500\text{mm}$

Figure 5.32: Minimum winding angle on torus limited do maximum $R=500\text{mm}$

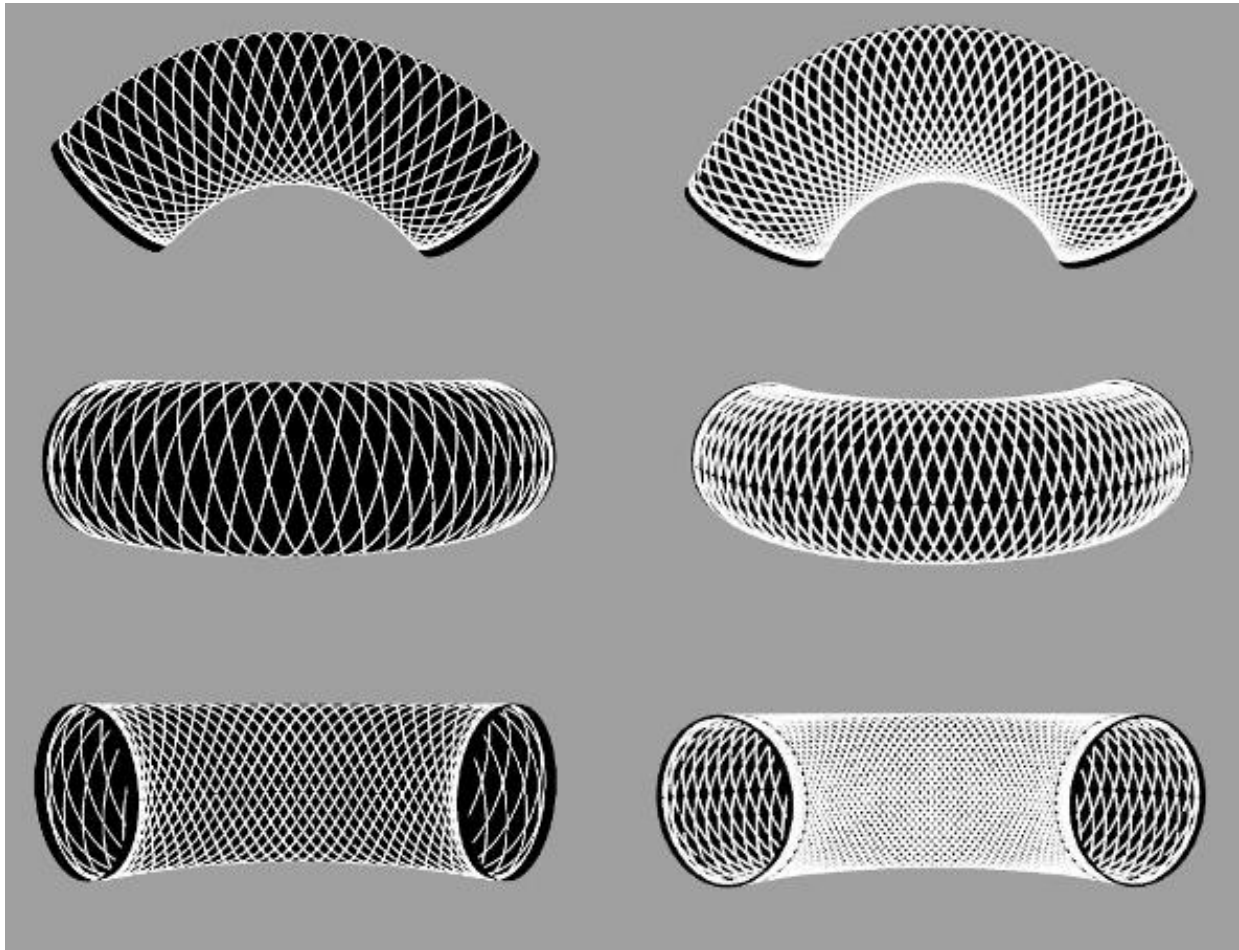
На следната слика е претставено колено со различна геометрија и со распон од 120° следејќи ги ограничувањата погоре за минимален агол.



Слика 5.33: Геометрија на 3D модел колено со распон 120° и симулирана 73° геодезиска патека на влакно

Figure 5.33: Geometry of 3D model of elbow with 120° span and simulated geodesic 73° fiber path

И во двата примери патеките се добиени по геодезискиот принцип на криви и по математичките модели опишани погоре што се однесуваа на торусни форми. Овде се дадени симулациите од повеќе перспективи на двете колена со различна геометрија и распон и различни агли на намотување.

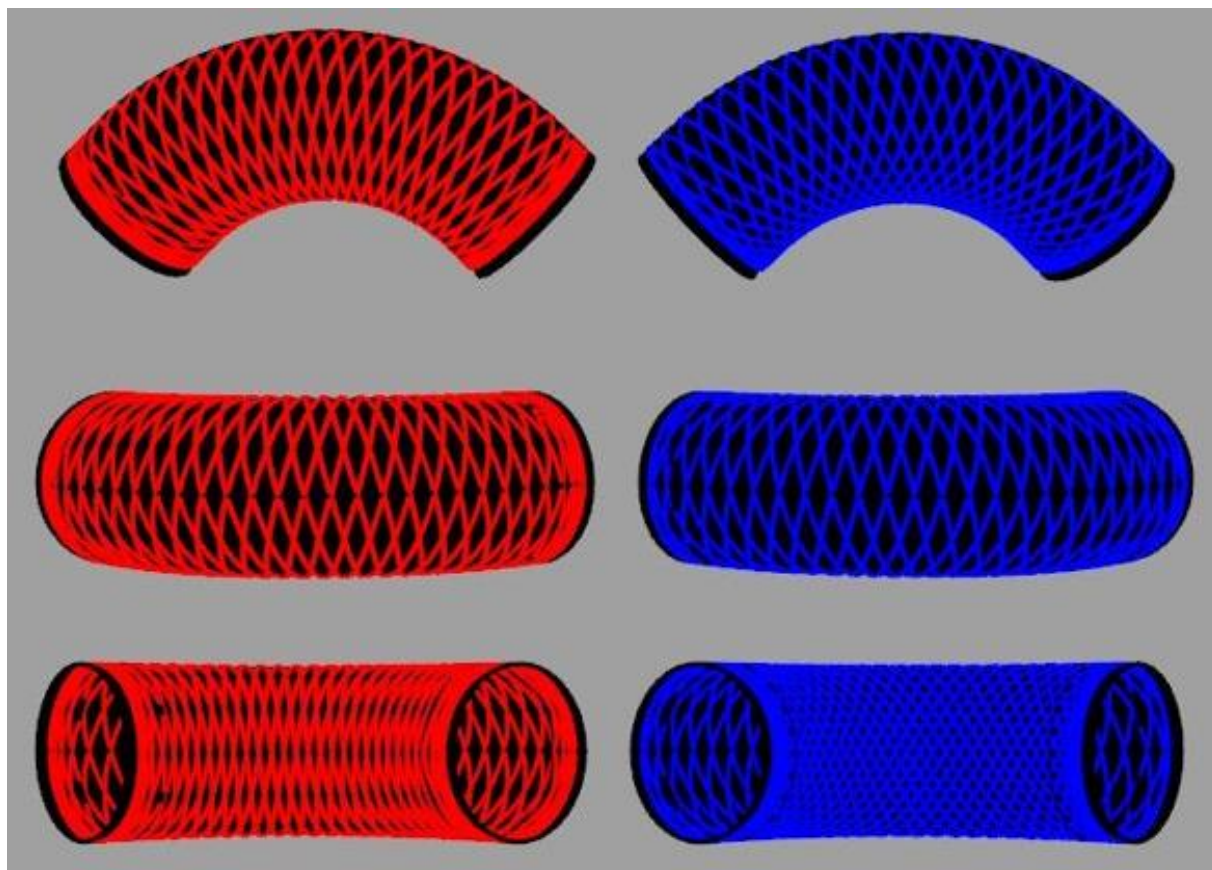


Слика 5.34: Перспективна симулација во *Rhinoceros 3D* на колена со распон 90° (лево) и распон 120° (десно) со геодезиска патека на крајот ориентирана за 75° и 73° , соодветно

Figure 5.34: Perspective *Rhinoceros 3D* simulation on elbows 90° span (left) and 120° span (right) with geodesic fiber path 75° and 73° oriented, respectively

Како што претпоставивме во Глава 4 за математичките модели на асиметричните форми, особено кога станува збор за торусните форми, како што е коленото, дизајнот на патеки се прави според покривање на најголемата линија на торусот. Се смета дека целата форма ќе биде покриена ако овој услов е исполнет, што е точно. Но, како што видовме и во претходните резултати од осносиметричните форми (кои не беа резервоар или цевка) и овде натрупувањето на конвексниот (внатрешниот) дел на коленото е очекувано, токму поради принципот на геодезија. Еден од начините за надминување на ова

својство во прилог на намлување на натрупување е со примена на негеодезиски линии, споредбата на првото колено во однос на негеодезиските и геодезиските дизајни е прикажано на следнава слика.



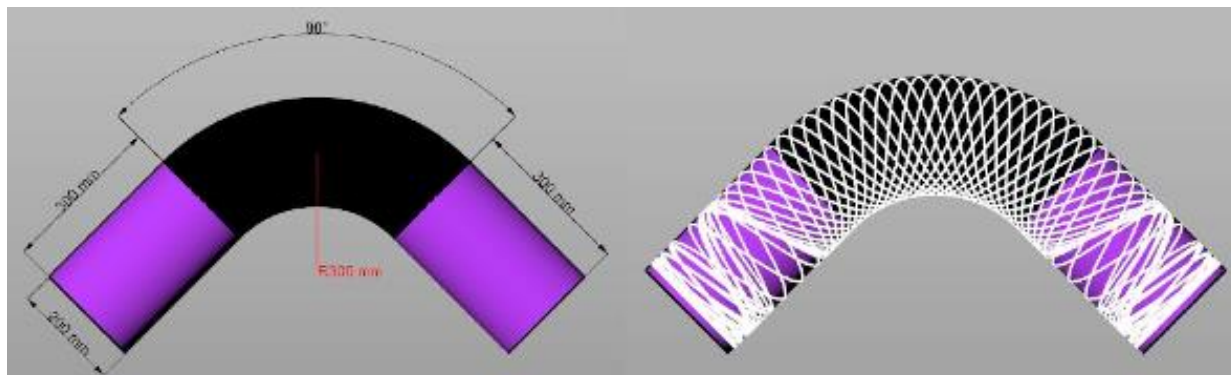
Слика 5.35: Перспективна симулација во Rhinoceros 3D на колено со распон 90° со негеодезиска (црвено) и геодезиска (плаво) патека на крајот ориентирана за 75°

Figure 5.35: Perspective Rhinoceros 3D simulation on elbow 90° span with non-geodesic (red) and geodesic (blue) fiber path 75° oriented

Како што се гледа на слика 5.35 негеодезиската патека нема целосно да го реши проблемот на натрупување но ќе го намали значително. Во примерот слојот од 75° на вака поставениот примерок со ширина од 30mm на траката за геодезиската патека (плавата) должината на патеката е 47.73m, додека за негеодезиската е 43.74m. Станува збор за 4m заштеда на материјал по трака (која вклучува 8 конци на пример) или 9% помалку материјал (кое се должи на натрупувањето). Овој процент и не е толку мал кога станува збор за материјал особено ако се има предвид дека се однесува само на еден слој.

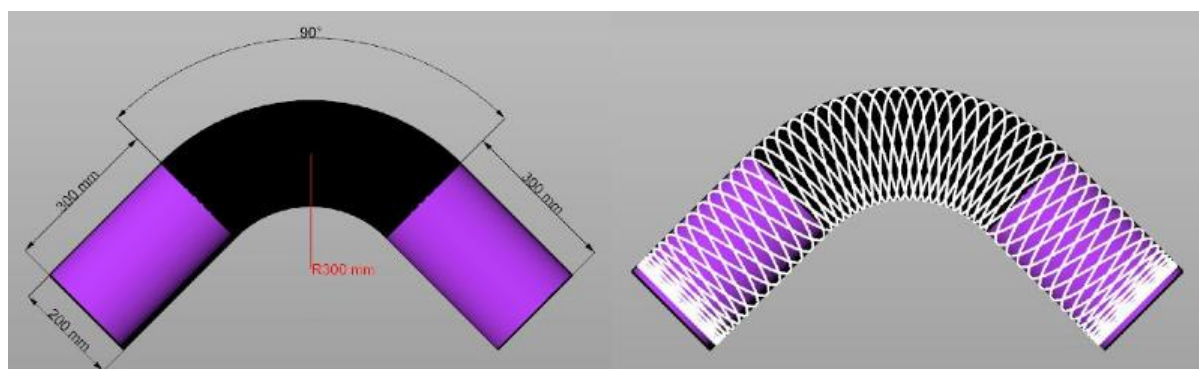
Поголем проблеми при намотување на колено (односно при дизајнот на патека за намотување) кај геодезиските криви е тоа што во пракса понекогаш може да

се сретнеме со колена кај чии завршетоци се дизајнирани со поголеми цилиндрични делови. Овој проблем претставува целосно непокриени делови на цилиндричниот дел и претставува недостаток на овој математички модел претставен преку геодезиски линии врз колена со големи цилиндрични продолжетоци. На следната слика 5.36 е претставен тој проблем.



Слика 5.36: Геометрија на 3D модел колена со распон 90° и големи цилиндрични екстензии и симулирана 75° геодезиска патека на влакно
Figure 5.36: Geometry of 3D model of elbow with 90° span and large cylindrical extensions and simulated geodesic 75° fiber path

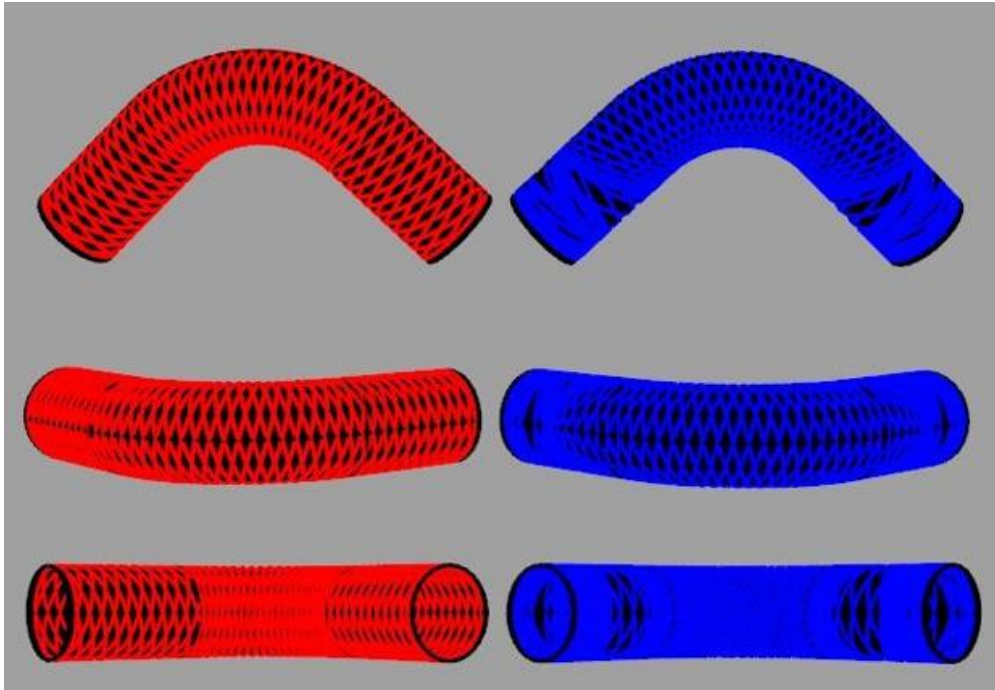
На слика 5.36 се претставени екстензиите со виолетова боја тоа е проблемот што настанува кога тие цилиндрични екстензии се со поголеми димензии во релативен однос на коленото. Се забележува дека на некои места има пренатрупување на патеката (во виолетовиот регион само), а на некои места целосно непокриеност. Овој проблем може да се надмине со негеодезиска патека на намотување и подобрување е забележано прикажано на слика 5.37.



Слика 5.37: Геометрија на 3D модел колена со распон 90° и големи цилиндрични екстензии и симулирана 75° негеодезиска патека на влакно
Figure 5.37: Geometry of 3D model of elbow with 90° span and large cylindrical extensions and simulated non-geodesic 75° fiber path

Од слика 5.37 се забележува дека покривањето е речиси рамномерно по целото колена, кога се користи негеодезиска патека. Направена е симулација за

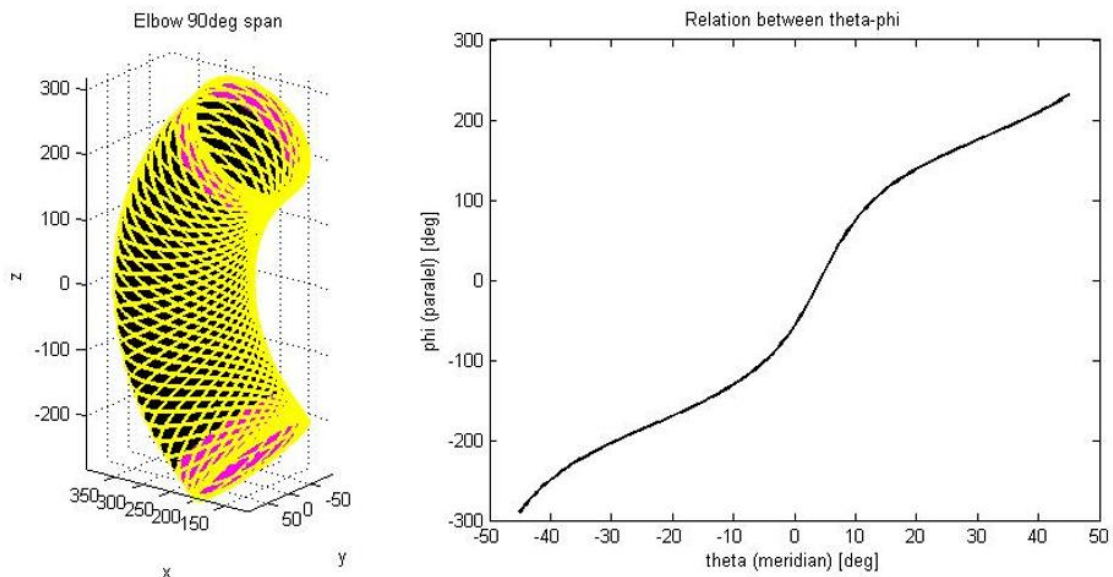
споредба на двете патеки и на слика 5.38 е прикажана симулацијата каде јасно се гледа разликата.



Слика 5.38: Перспективна симулација во Rhinoceros 3D на колено со распон 90° и големи цилиндрични екстензии со негеодезиска (црвено) и геодезиска (плаво) патека на крајот ориентирана за 75°

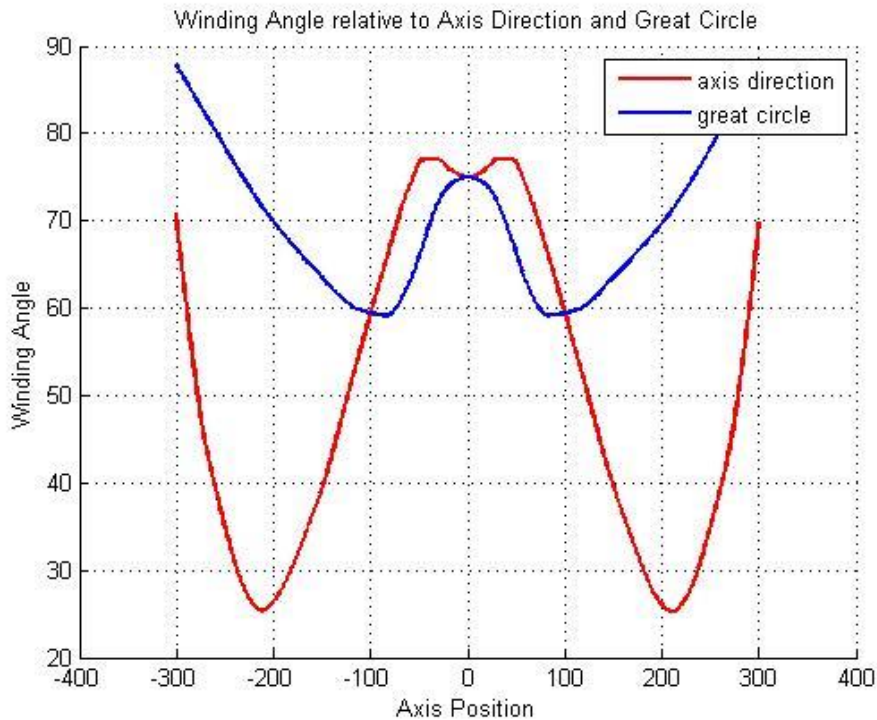
Figure 5.38: Perspective Rhinoceros 3D simulation on elbow 90° span and large cylindrical extensions with non-geodesic (red) and geodesic (blue) fiber path 75° oriented

Во MATLAB е направена анализа за врската помеѓу θ (аголот кој се менува по меридијаната, по распонот на коленото) и ϕ (аголот кој се менува по паралелата на коленото). Ова е единствениот резултат кој можеме да го анализираме (на еден циклус), останатите анализи како кај осносиметричните тела вдоль оската на ротација е безпредметна, поради фактот што овде аголот на намотување е ориентиран според централната кружница на торусот, а не според оската на ротација.



Слика 5.39: MATLAB симулација и дијаграм на релација θ - ϕ на колено со распон 90° и геодезиска патека на влакно ориентирано за 75°
Figure 5.39: MATLAB simulation and diagram of θ - ϕ relation of elbow 90° span and geodesic fiber path 75° oriented

Аналогно како во сите претходни случаи и овој алгоритам за патека на конец на колено е имплементиран и во MATLAB програмскиот пакет, покрај имплементацијата на plug-in софтверско решение во C++ во Rhinoceros 3D софтверот. Како што се гледа на дијаграмот на слика 5.39 добиен преку MATLAB зголемувањето и намалувањето (брановидната форма на кривата од графикот) се однесува на конкавните и конвексните делови, соодветно.

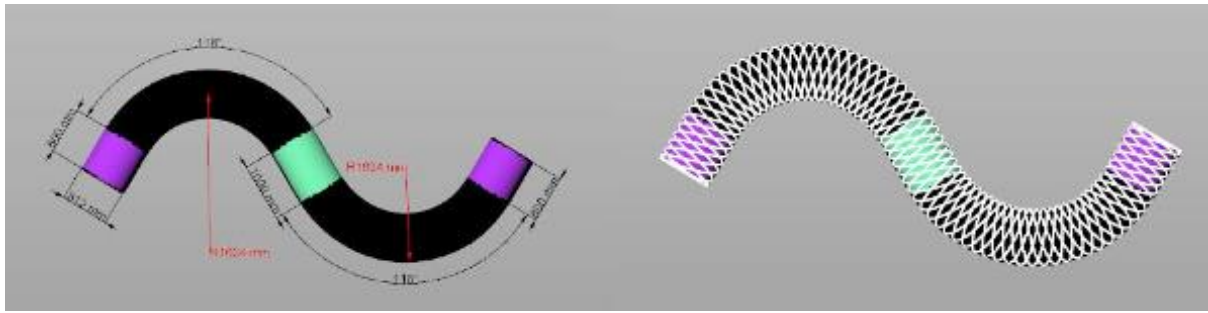


Слика 5.40: MATLAB дијаграм на агол на намотување наспрема позицијата на оската на колена со распон 90° и ориентација на агол 75° на еден циклус релативно на насоката на оската и големата кружница

Figure 5.40: MATLAB diagram of winding angle to axis position on elbow 90° span and 75° angle orientation on one cycle relative to axis direction and great circle

Од дијаграмот на слика 5.40 се забележа дека аголот ни во однос на оската на ротација ни во однос на големата кружница на торусот не го одржува аголот константно, како што е кај осносиметричните форми. Оваа е очекувано, се гледа дека двете криви се допираат во една точка, а тоа е точката која одговара точно на аголот 75° . Плавата крива (во однос на големата кружница) за било кој циклус од патеките на влакното, секогаш врвовите од кривата ќе бидат точно на програмираниот агол, тоа значи дека секоја патека која поминува низ големата кружница пресечните точки ќе зафаќаат точно агол колку програмираниот, што всушност е и идеја на алгоритмот според математичкиот модел, каде што целосно покривање на мандрелот подразбира покривање на големата кружница, со која ќе зафаќа зададен агол.

Аналогна дискусија како за коленото така важи и за S-формата која практично се конструира како две поврзани колена. Недостатоците при геодезиско намотување се случуваат и овде на потполно истиот начин како кај коленото. На слика 5.41 се дадени резултати од моделираната S-форма и соодветна симулација во Rhinoceros 3D.

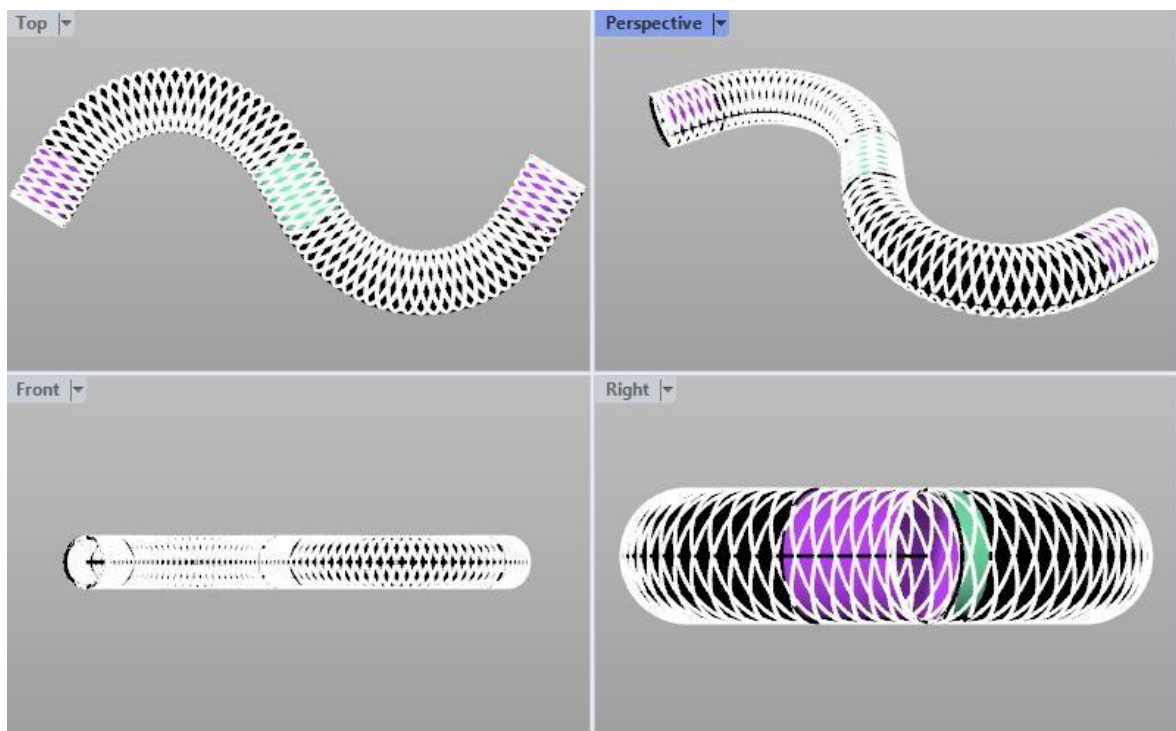


Слика 5.41: Геометрија на 3D модел на S-форма со цилиндрични екстензии и симулирана негеодезиска патека на влакно

Figure 5.41: Geometry of 3D model of S-shape with cylindrical extensions and simulated non-geodesic fiber path

На слика 5.41 е претставена геометрија на S-форма која е составена од две колена и два цилиндрични екстензии аналогно како кај колената (виолетови) и цилиндрична спојка меѓу двете колена која во пракса или се додава или не. На десната страна е претставена симулација од негеодезиска патека на влакното. Имплементацијата на S-форма алгоритмите се по аналогија на математичките модели на торусни форми.

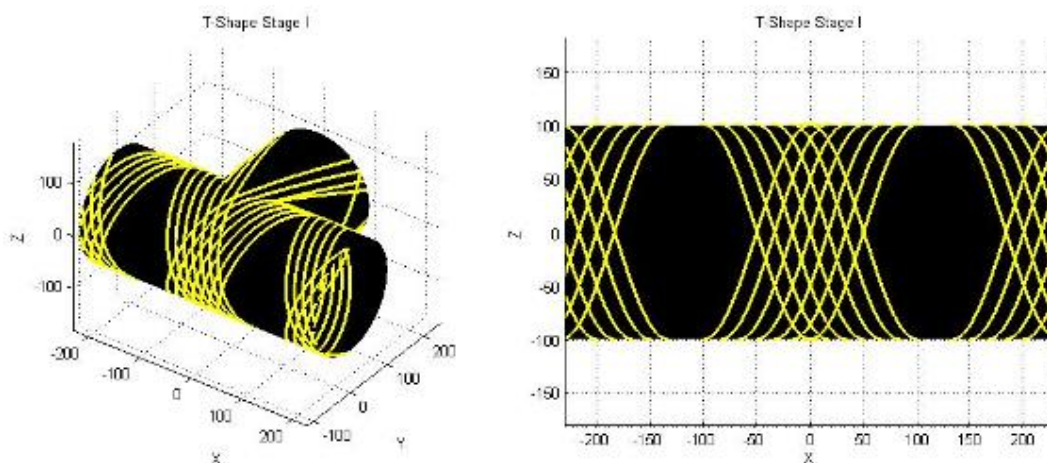
На следната слика се дадени перспективна симулација на S-форма со преглед на моделот од повеќе перспективи.



Слика 5.42: Перспективна симулација во Rhinoceros 3D на S-форма со негеодезиска патека на влакно

Figure 5.42: Perspective Rhinoceros 3D simulation on S-shape with non-geodesic fiber path

Најсложената форма меѓу т.н. спојници во композитната индустрија се Т-формите кои како геометриска структура се состојат од две и повеќе елементарни форми поврзани на неkontинуиран начин. Еден од најраните алгоритми за овој проблем, кој го опишавме во математичките модели, е Т-форма составена од два цилиндра кои се сечат. Овој алгоритам за анализа е имплементиран во MATLAB и на следната слика следуваат резултатите од симулацијата на така формираната форма. Целта е да се разгледаат недостатоците од овој алгоритам, кој иако е поставен како основен, сè уште неговата прецизна имплементација не е на високо ниво. За разлика од останатите спојници, па и останатите композитни производи кои се добиваат со технологијата на намотување со влакна, кај Т-формата ориентацијата на влакното не е предмет на избор на дизајнерот. Единствената цел е целосна покриеност која во практика е многу тешко да се постигне. Во текот на оваа истражување симулациите се поставени и анализирани во три фази, кои претставуваат една геометриска целина во однос на патеките. На слика 5.43 е претставена симулација во MATLAB на Т-форма со радиус на краците од 100mm и должина на краците мерено од центарот каде што се сечат оските на цилиндрите е 230mm.

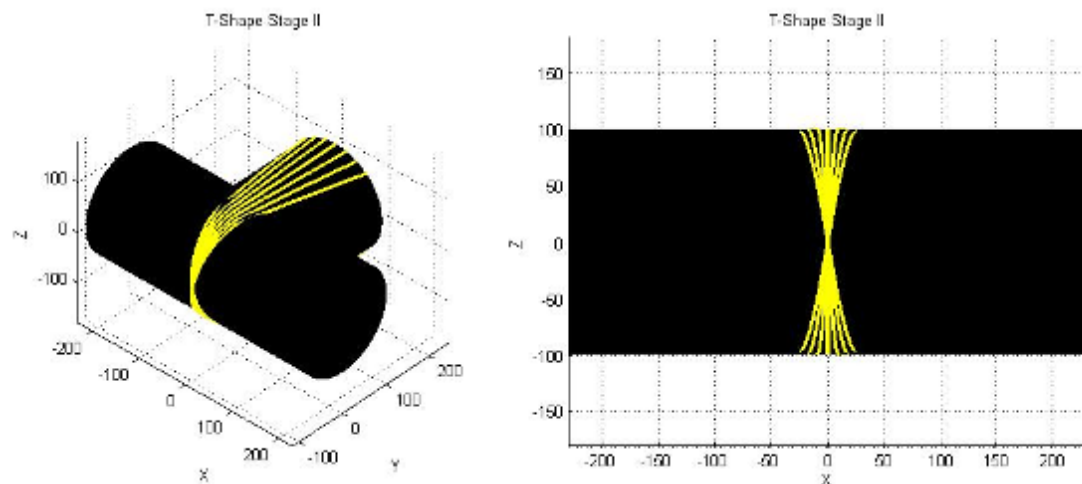


Слика 5.43: MATLAB симулација на Т-форма во Фаза I на патека на влакно, перспектива (лево) и долен поглед (десно)

Figure 5.43: MATLAB Simulation on T-Shape Stage I fiber path, perspective (left) and bottom view (right)

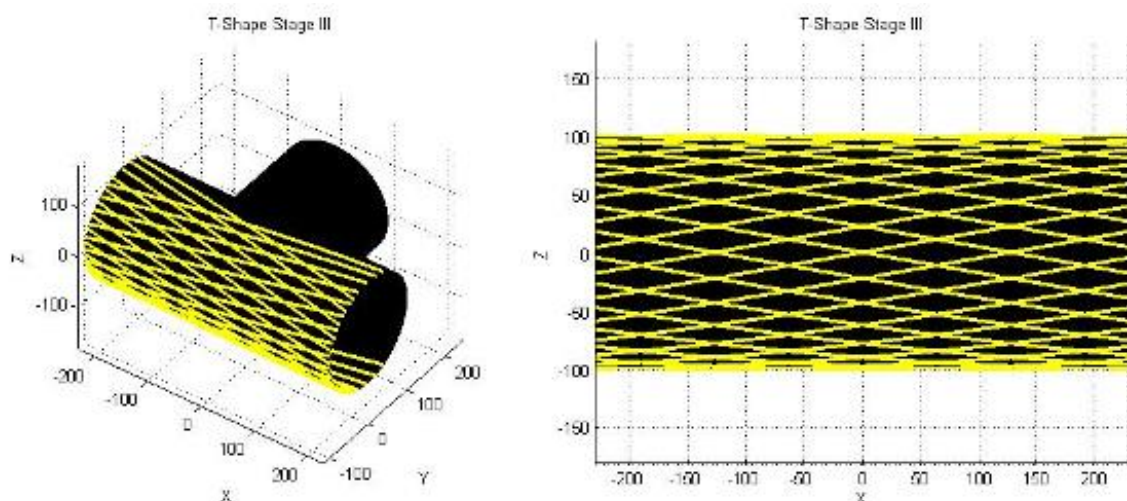
Уште по првата фаза се забележува дека некои предели на формата се со двојно покривање од страна на влакното, а додека други се целосно непокриени. Ова

значи дека некоја наредна фаза ако не го покрие сразмерно овие предели со материјал, ќе има нерамномерна распределеност на дебелината на Т-формата.



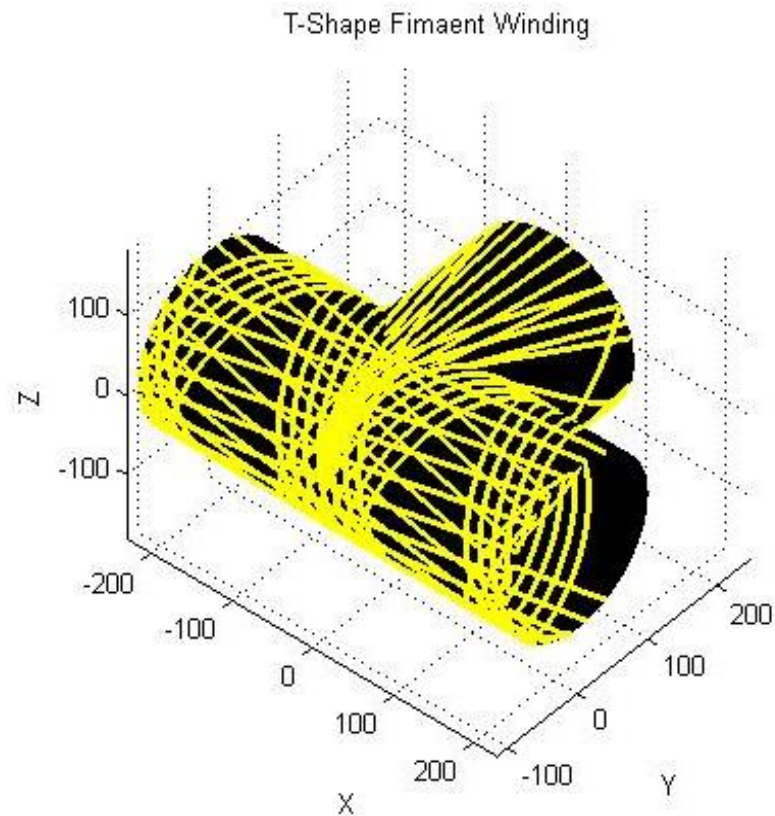
Слика 5.44: MATLAB симулација на Т-форма во Фаза II на патека на влакно, перспектива (лево) и долен поглед (десно)
Figure 5.44: MATLAB Simulation on T-Shape Stage II fiber path, perspective (left) and bottom view (right)

Втората фаза, прикажана на слика 5.44 е наменета за покривање на третиот крак кој е поставен вертикално врз средината на хоризонталниот цилиндер. Како што може да се види од долниот поглед на Т-формата во оваа фаза сите патеки поминуваат низ една точка на средина од цилиндерот, што во практика ќе се натрупа многу материјал во една точка.



Слика 5.45: MATLAB симулација на Т-форма во Фаза III на патека на влакно, перспектива (лево) и долен поглед (десно)
Figure 5.45: MATLAB Simulation on T-Shape Stage III fiber path, perspective (left) and bottom view (right)

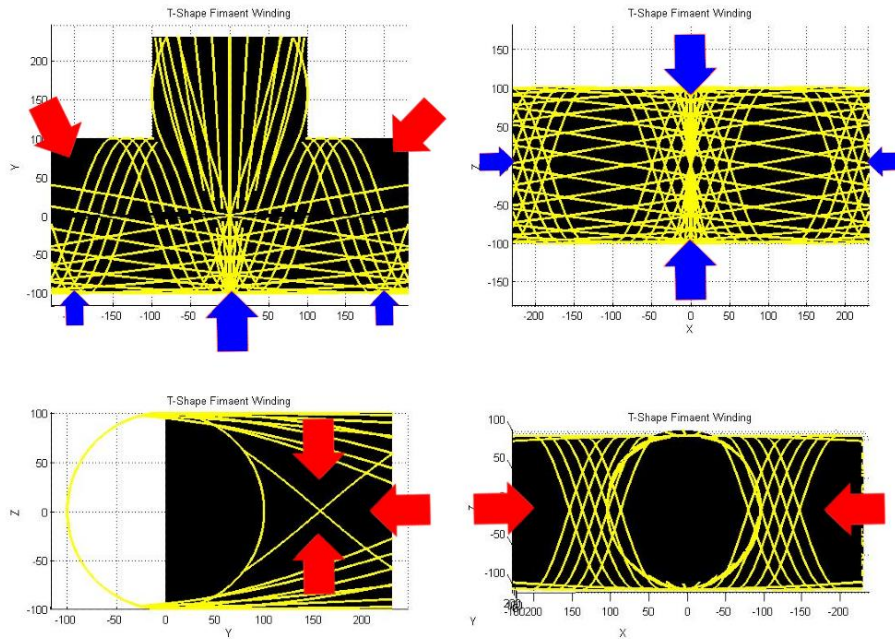
Третата фаза на слика 5.45 е наменета да ги покрие недостатоците од претходните две фази, но оваа задача не е се уште коплетирана. Иако долниот поглед на Т-формата изгледа рамномерно покриен со патеки, сепак тие се подеднакво на целата површина од цилиндарот, што според првата фаза ќе ги покрие непокриените делови, но ќе ги прекрие и веќе деловите кои ги воочивме на слика 5.43 каде влакното се прекрстува. Целосната симулација од сите три фази е претставена на слика 5.46.



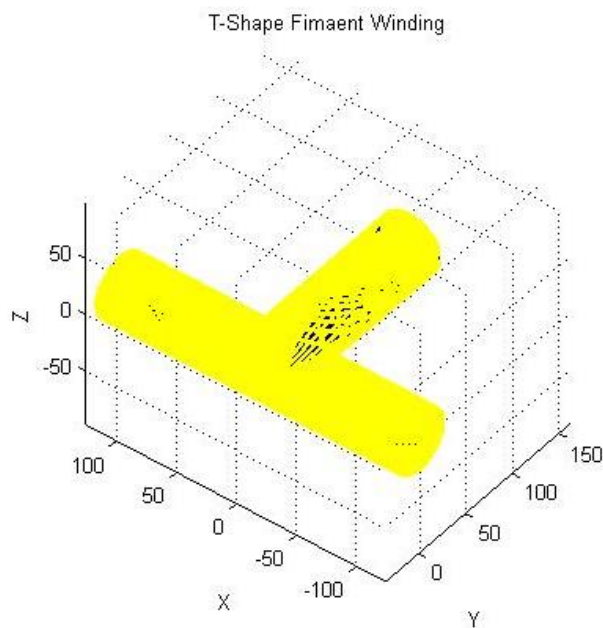
Слика 5.46: MATLAB симулација на Т-форма, перспектива
Figure 5.46: MATLAB Simulation on T-Shape, perspective view

Од слика 5.46 се забележуваат региони на натрупување и региони каде има недостаток на материјал. Се разбира, не целосно прекриен производ со композит во секој случај е најлошата опција. Меѓутоа со овој алгоритам може да се постигне целосна покриеност (слика 5.48) на мандрелот (овде е избран овој 3D модел за да се нагласат слабите страни на математичкиот модел како алгоритам за овој даден проблем), но регионите означени на слика 5.47 иако покриени, ќе останат слаби точки на композитот, односно распределеноста на дебелината ќе варира, на неочекувани места (за разлика од останатите

површини кои беа досега разгледани, секогаш има региони за кои однапред очекуваме натрупување на материјал поради формата на површината). Главен проблем не е само формата на површина, туку поголемиот проблем е дизајнот на континуирани патеки на влакното.

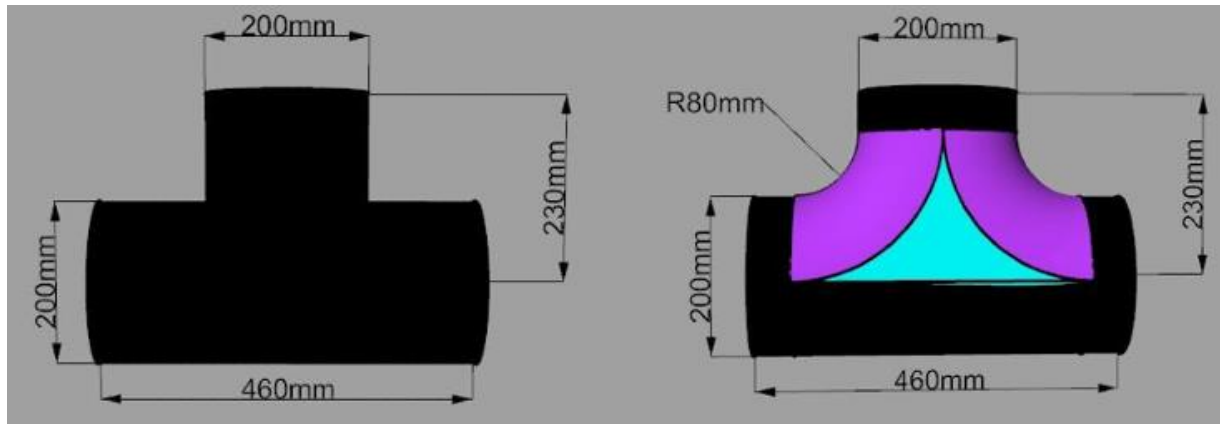


Слика 5.47: Можни ограничувања на патеките на влакна кај T-форма, црвени стрелки – недостаток од материјал, плави стрелки - пренатрупување
Figure 5.47: T-Shape possible limitations of fiber path, red arrows – lack of material, blue arrow – over stacking material



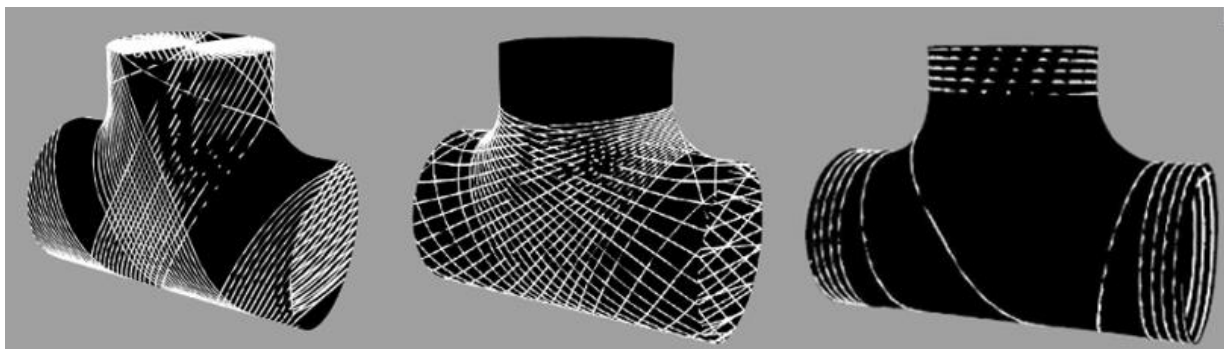
Слика 5.48: MATLAB симулација на T-форма со целосна покриеност, перспектива
Figure 5.48: MATLAB Simulation on T-Shape full coverage, perspective view

За да се надминат дел од овие проблеми, се користи модифицирана Т-форма опишана во математичките модели во Глава 4 и определена со слика 4.11. Геометриски правиме промена на класичната форма на Т-форма од вкрстени цилиндри со дополнување на тороидни и рамнински делови. Разликите на тест примерокот погоре преку модификација е даден на следнава слика.



Слика 5.49: Основна геометрија на Т-форма (лево) и модификувана (десно)
Figure 5.49: Basic geometry of T-Shape (left) and modified (right)

Едно подобро решение преку адаптација на патеките врз геометриската површина на моделот, исто поделена во три фази е направено во Rhinoceros 3D софтверот и е презентирани на следната слика.



Слика 5.50: Симулација во Rhinoceros на модифицирана Т-форма во три фази
Figure 5.50: Rhinoceros simulation on modified T-Shape in three stages

Кај овој алгоритам за патека на влакно врз модифицирана Т-форма се дава идеја во три фази. Во првата фаза ориентацијата на аголот е во однос на меридијанската права од долниот цилиндер со што се постигнува целосна покриеност. Аголот е така адаптиран за да покрие и голем дел од третиот крак. Втората фаза има ориентираните патеки во однос на кривите додатоци помеѓу цилиндрите преку целосна нивна покриеност. И третата фаза се радијални

кратки слоеви кои водат до целосна покриеност на формата преку надополнување на претходните две фази.

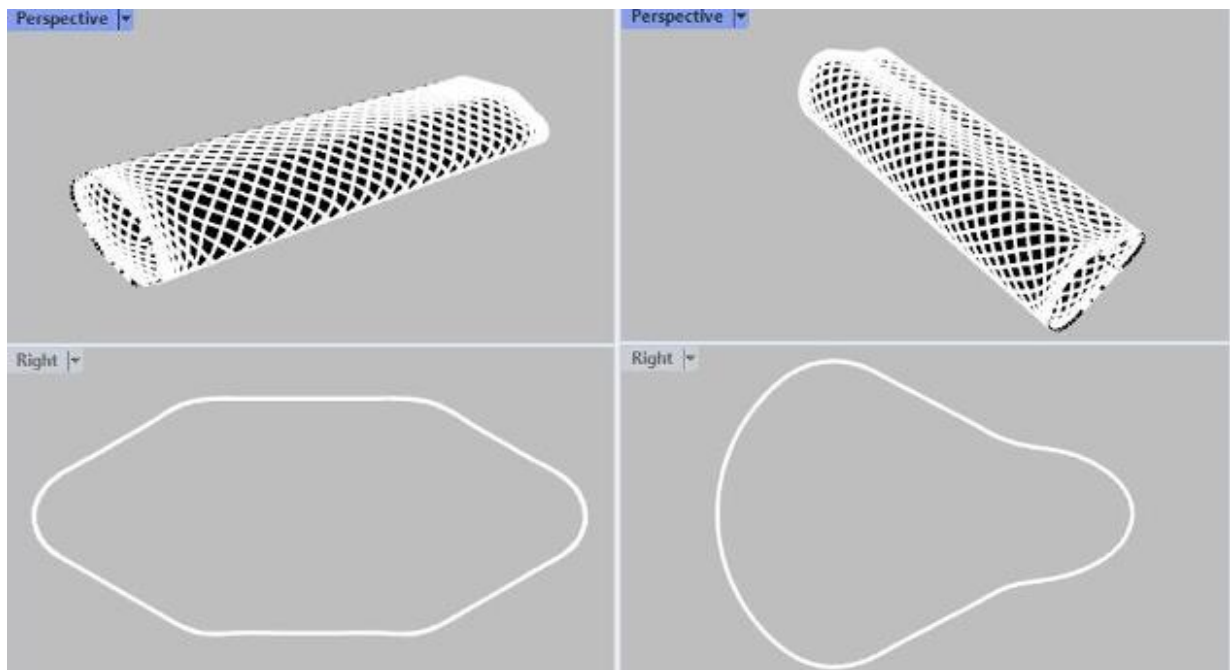
5.4 Резултати од математичките модели за патека на влакното на произволни композитни делови преку параметарски домен

Во овој дел се презентираат резултатите од математичкиот модел претставен во делот 4.2.2.3 кој е специјално дизајниран за генерирање патеки врз произволни површини, користејќи го параметарскиот домен. Моделот е наменет за површини кои произволно се дизајнираат во CAD-софтверите или се дизајнирани од страна на инженерите за композитни структури и при тоа овие површини не можат да се изразат експлицитно математички преку формули, како што е примерот со досегашните симетрични и асиметрични форми. Станува збор за NURBS⁸ површини моделирани во CAD софтвери за чија математичка формулација е изразена на многу сложен начин (за разлика од експлицитноста кај ротациони површини или колена на пример) за која понатамошната процедура во математичкиот модел за пресметување на геодезиски (или негеодезиски) патеки станува практично премногу сложена постапка или речиси невозможна. Токму поради овие причини главната идеја на моделот е поедноставување на овој проблем. Идејата за овој математички модел, а воедно и за алгоритамското решение, започнува од Гаусовата теорема (или на латински Theorema Egregium од Извонредна теорема) која вели: гаусовата кривина на површина е непроменлива под локална изометрија (задржување на растојание). Гаусовата кривина може целосно да се определи преку мерење на агли, растојанија и нивните односи на површината, без да се повикува на природата на површината. Гаусовата кривина не се променува ако површината се превиткува без да се растегнува. Гаусова идеја која е докажана уште од 1827 година се користи како главен мотив во моделот. Се почнува со една класа на површини т.н. развојни површини (кои можат да се добијат со превиткување на

⁸ NURBS кратенка за Non-Uniform Rational B-Spline, или во превод неуниформен рационален B-сплајн, каде под B-сплајн се подразбира основна спојка (лепенка) која претставува крива составена глатко од повеќе парчиња на криви како линеарни, квадратни, кубни итн. Површината составена од вакви криви се нарекува NURBS површина, и претставува главна алатка во сите CAD софтвери, поради нејзината флексибилност и лесна модификација преку контролни точки.

рамнинска фигура) за кои оваа теорема е целосно применета, и се користи математичкиот факт дека Гаусовата кривина е нула (константно) кај овие површини што значи дека геодезиските криви на површината добиена од развојна површина ќе останат геодезиски. Ова значи, на пример, дека геодезиските криви на цевка, која може да се развие во дел од рамнина како правоаголник ќе бидат прави (што значи дека се геодезиски, затоа што секоја права во рамнина е геодезиска, т.е. најкраткото растојание помеѓу две точки), и секоја развојна понатаму површина добиена од тој правоаголник (по дефиниција на развојна површина) истите тие криви ќе бидат геодезиски. Ова значи дека и обратниот процес е валиден, односно секој правоаголник со прави линии на него ако се превитка во друга површина, истите тие линии (сега веќе криви на површина) ќе бидат геодезиски. Бидејќи конструкцијата на прави линии во рамнина е лесна математичка операција, едно такво мапирање (пресликување) на правоаголник во 3D површина е пресликувањето на параметарскиот домен на површината во R^3 (три-димензијалниот простор од реални броеви).

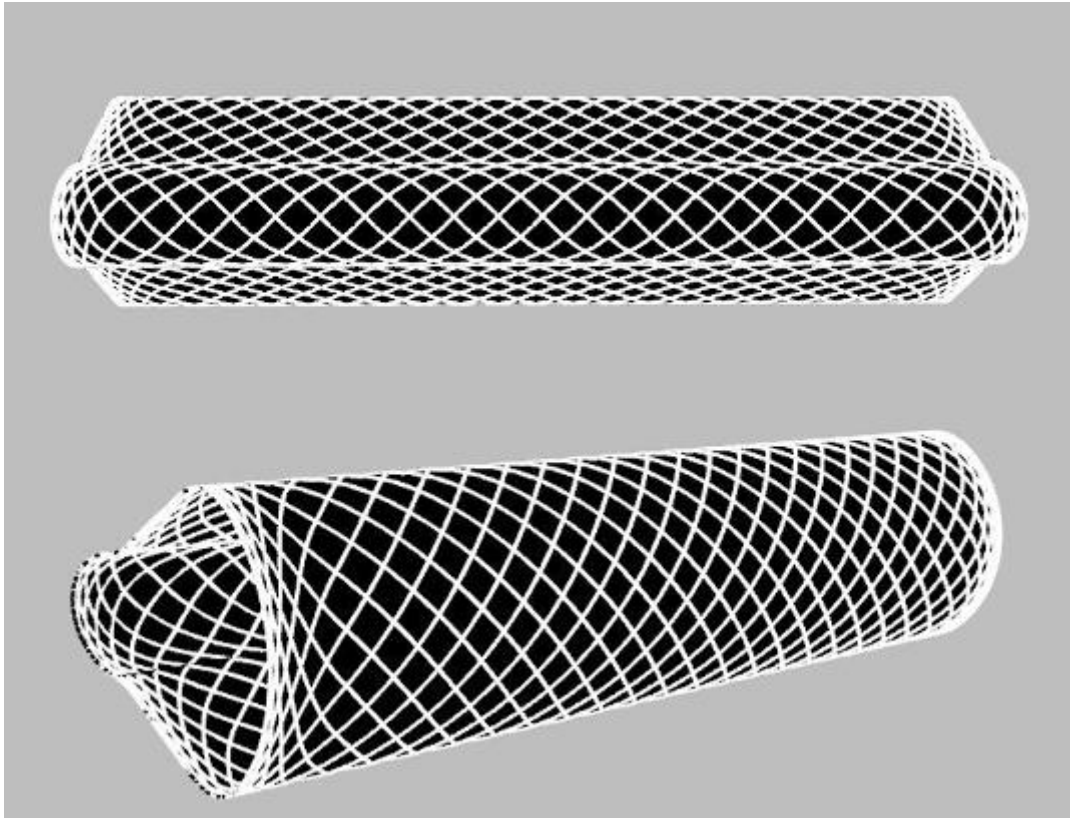
Користејќи го ова, изградена е цела идеја на математичкиот модел опишан во Поглавјето 4, а е имплементиран како Plug-in решение во CAD софтверот Rhinoceros 3D со примена на програмскиот јазик C++ и библиотеките за развој на Rhinoceros. Според дискусијата од погоре на следната слика 5.49 се прикажани резултатите од моделот преку симулација на две развојни површини добиени преку два различни напречни пресеци (кои претставуваат глатки NURBS криви) и ориентираните патеки за 45° агол генерирани врз нив претставуваат геодезиски криви.



Слика 5.51: Две различни симулации на развојни површини со ориентација 45° на геодезиска патека

Figure 5.51: Two different simulations on developable surfaces with 45° oriented geodesic path

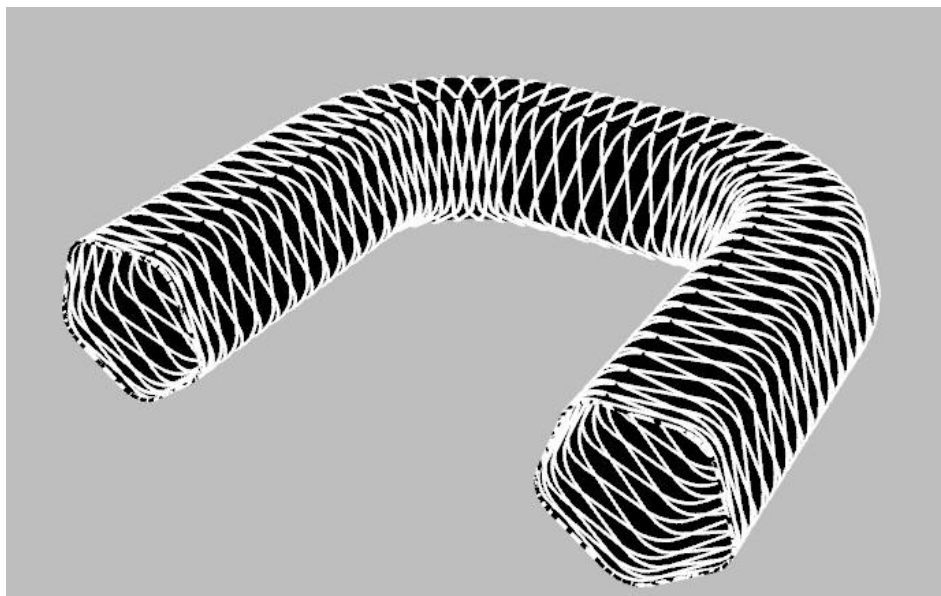
Да забележиме дека моделите од слика 5.51 како развојни површини, не претставуваат осносиметрични форми, односно на никој начин не можат да се добијат со ротација на водечка крива околу оска. Иако напречните пресеци се симетрични, нивната симетрија е во однос на рамнина, а не на оска, и нивната конструкција не води кон ротациони површини, и од тука не може да се примени ниту еден од моделите што се опишаа пред овој модел. Треба да се напомене дека напречниот пресек не ни мора да е симетричен во однос на дадена рамнина, сепак според моделот патеките ќе бидат геодезиски. Дадени се две перспективи на една од развојните површини на слика 5.52.



Слика 5.52: Две перспективи на развојна површина со геодезиска патека на влакно

Figure 5.52: Two perspectives of developable surface with geodesic fiber path

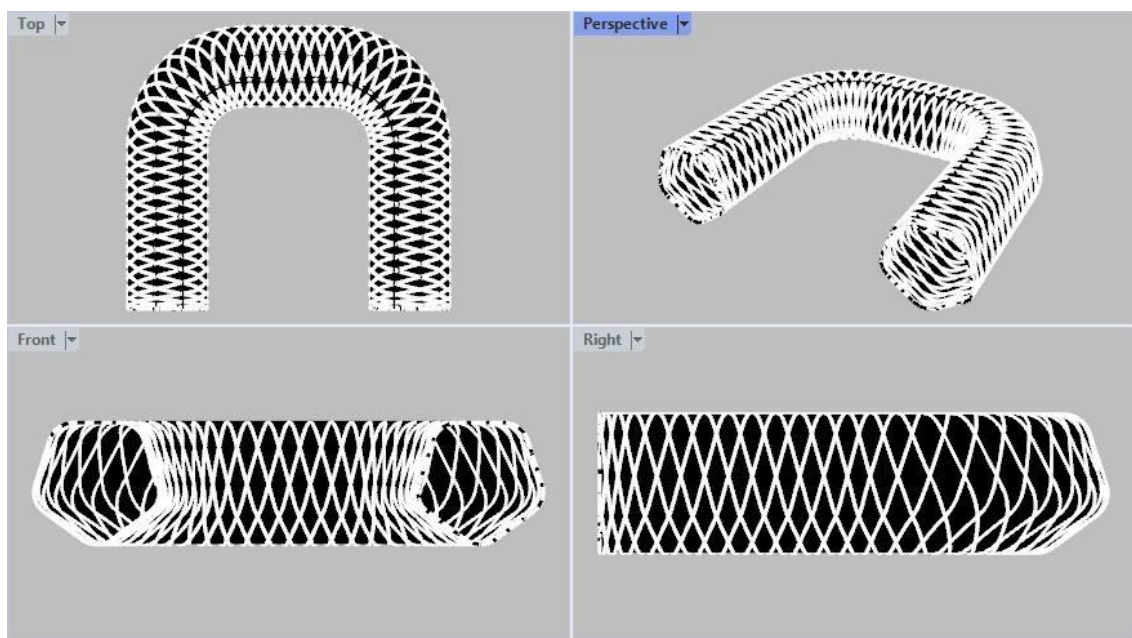
Како што се гледа на слика 5.52 по аналогија на останатите геометриски форми кои досега се разгледуваа, за континуираност на патеката за намотување и во овој случај дефинираме транзиционен дел од формата во која патеката ќе транзитира до 90° и назад и би ја задржала континуираната конструкција на кривата. Сепак овој елемент е многу битен за самиот процес на намотување без кого не се може ниту една континуирана конструкција на патеки за намотување. Само со произволноста на напречниот пресек оваа класа на развојни површини има голема примена во дизајнот во композитната индустрија и при тоа се задржува едно од основните правила на стабилност при намотување, а тоа е геодезискиот принцип на кривите. Меѓутоа овој модел е применлив и на површини кои се делумно развојни или воопшто не припаѓаат на оваа класа на површини. Притоа примената на овој модел врз вакви површини е со ризик, а тоа е што кривите го напуштаат принципот на геодезии, но го исполнуваат условот на целосна покриеност дури и кај многу сложени површини. На слика 5.53 е прикажана симулација врз делумно развојна површина во форма на потковица со петтоаголен напречен пресек со заоблени рабови.



Слика 5.53: Симулација на патека врз делумно развојна површина во облик на потковица со петтоаголен пресек

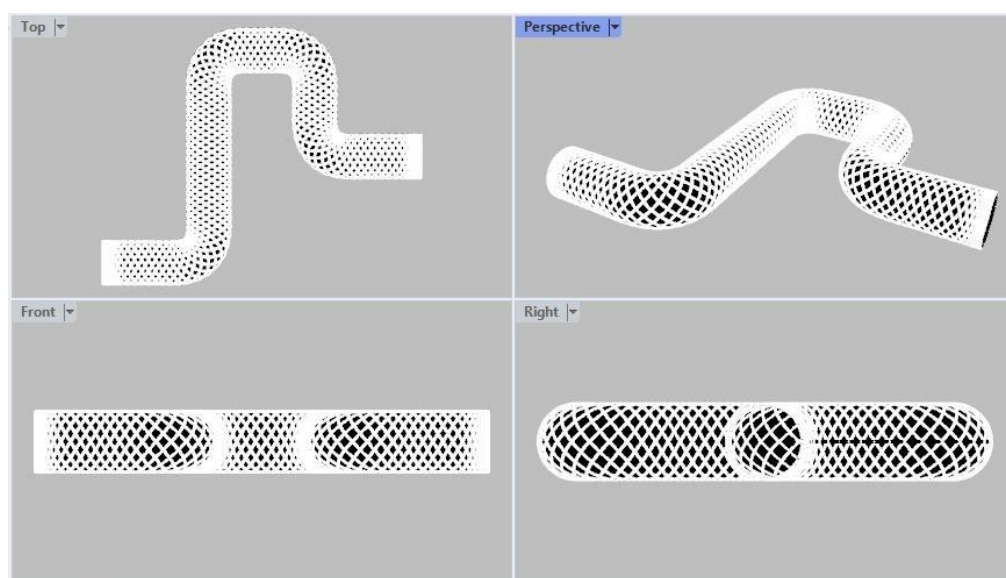
Figure 5.53: Path simulation on a partially developable horseshoe-shaped surface with a pentagonal cross-section

Под делумна развојна површина подразбираме дека површината има делови кои се карактеризираат како развојни (иако математички ова е неразвојна површина во целост) за кои моделот генерира геодезиски криви врз тој дел (и само тој дел). Ова значи дека кривите ќе бидат делумно геодезиски, односно ќе се однесуваат геодезиски на деловите кои се развојни, а негеодезиски поинаку. Така во примерот од слика 5.53 кривите врз правиот дел од потковицата (двата краци и средината) ќе бидат геодезиски на тој дел, но не и на закривениот дел. На следната слика 5.54 дадени се четири перспективи од моделот каде што се забележува отстапувањето на кривите во заоблените делови.



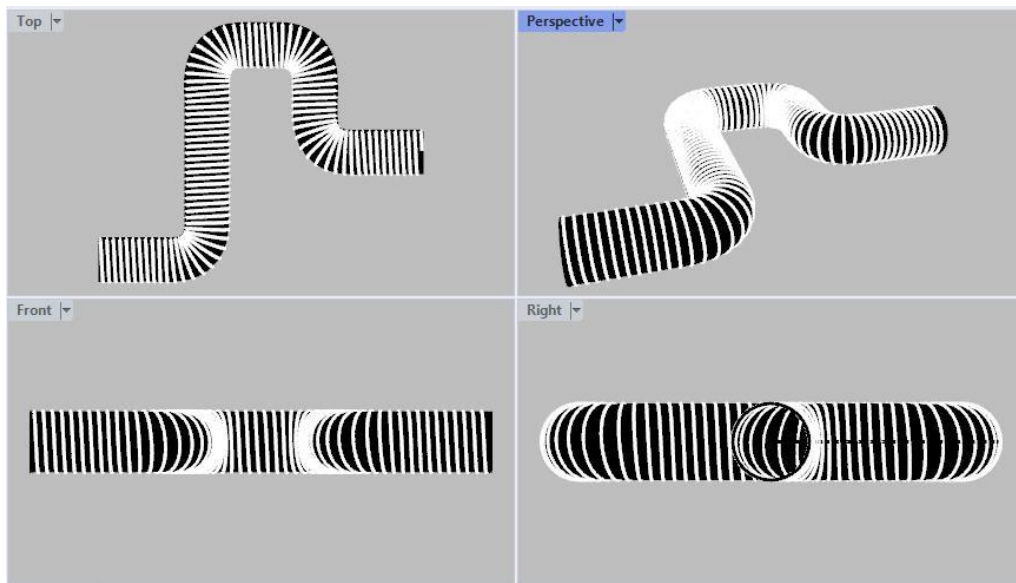
Слика 5.54: Перспективен приказ на површина во облик на потковица со петтоаголен пресек и отстапување на патеката
Figure 5.54: Perspective view on horseshoe-shaped surface with a pentagonal cross-section and path deviation

На следната слика 5.55 е презентирана идеја на целосно намотување на систем од цевки како парцијално развојна површина во целост со агол на намотување од 55° за чие производство е потребна посебна машинска конфигурација за намотување како т.н. плетачки машини, кај кои влакната ротираат околу статичен мандрел (за разлика од класично намотување).



Слика 5.55: Концепт идеја на 55° хелидијална патека на влакно врз систем од цевки (како делумно развојна површина)
Figure 5.55: Concept idea of helical fiber 55° path on pipe system (as partially developed surface)

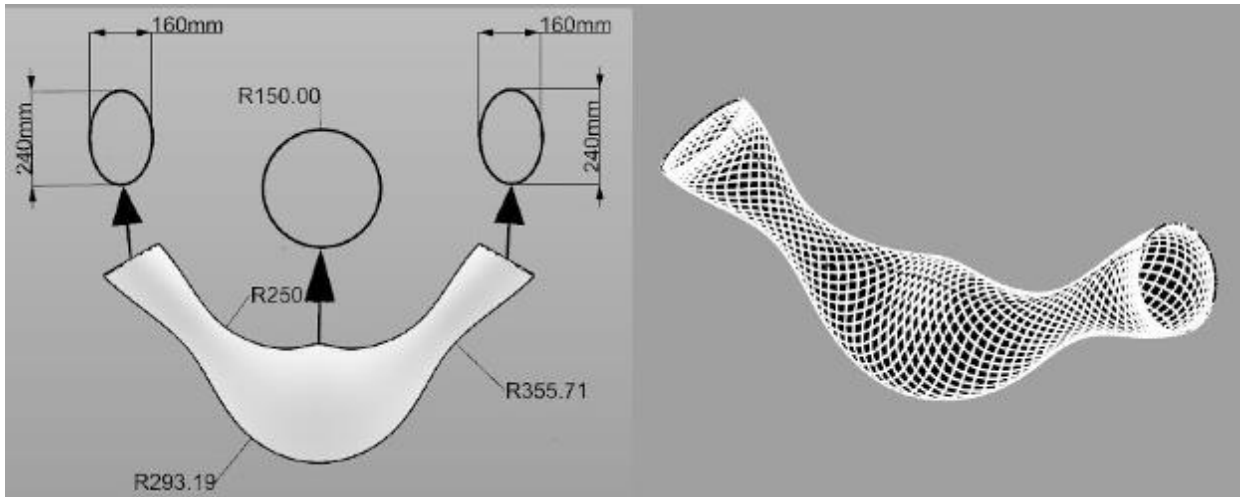
Покрај хелидијалното намотување врз овие површини, со овој модел може и радијалното намотување, на следната слика прикажан е концептот од поврзаниот систем од цевки.



Слика 5.56: Концепт идеја на радијална патека на влакно врз систем од цевки (како делумно развојна површина)

Figure 5.56: Concept idea of radial fiber path on pipe system (as partially developed surface)

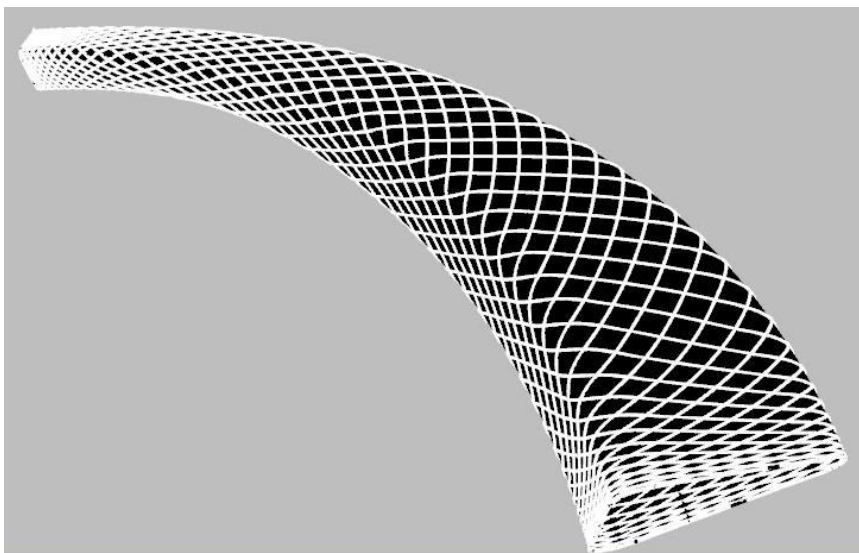
Следните неколку резултати од симулациите на патеките на влакното се однесуваат на целосно неразвојни површини, кај кои патеките генерирани со овој модел не го запазуваат критериумот на геодезиски криви. Вклучувајќи ја сложеноста на овие форми која произлегува од произволноста на самиот дизајн, покриеноста на формата и распоредот на патеките која ја следат самата форма играат клучна улога во примената на овој модел врз ваквиот тип на површини, за кои технологијата со намотување на влакна може да даде соодветен одговор.



Слика 5.57: Геометриска конструкција на произволна (неразвојна) површина и симулирана патека на влакно

Figure 5.57: Geometric construction of custom (non-developable) surface and simulated fiber path

На слика 5.57 прикажана е конструкција на површина која според начинот на произволноста од конструкцијата не е развојна (ниту во еден дел). Во самото креирање на NURBS површината вклучени се правилни геометриски фигури (дел од нив прикажани на сликата) на кружници и елипси, но и NURBS криви со различни на места радиуси. На десната страна прикажана е симулирана патека за која моделот даде соодветен одговор во дизајнот на патеката.

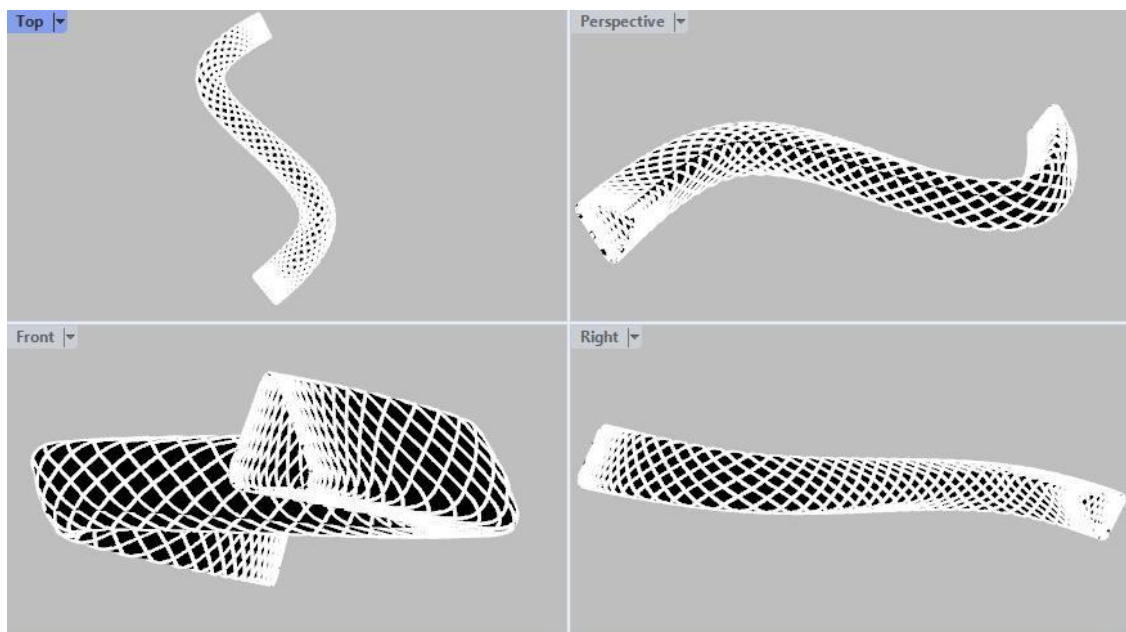


Слика 5.58: Цевчеста површина во форма на лак со различни триаголни пресеци обратно ориентирани на краевите и симулирана патека на влакно

Figure 5.58: An arc-shaped tubular surface with various triangular cross-sections reversely oriented at the ends and simulated fiber path

На слика 5.58 е прикажана цевчеста форма со триаголни пресеци кои варираат долж формата и закривена во однос на NURBS лак со цел да се конструира

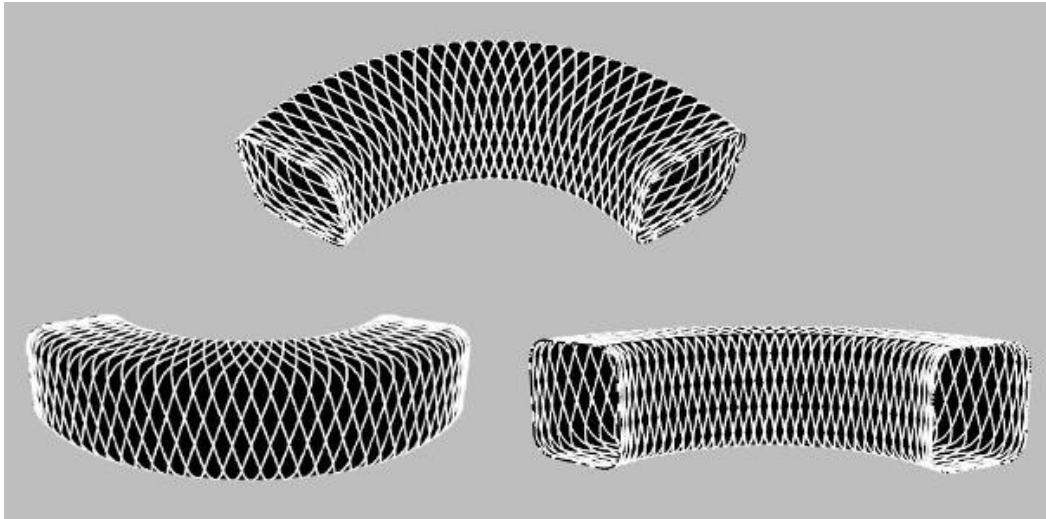
неразвојна површина. Оваа конструкција и симулација на патека е направена за да се разликува од аналогна конструкција на оваа форма ако наместо лак би се користела права. Во тој случај површината би била развојна и патеките геодезиски. Симулацијата има за задача да покаже дека отстапувањето не е ни приближно значително.



Слика 5.59: S-форма со триаголен пресек и NURBS лакови и симулирана патека на влакно

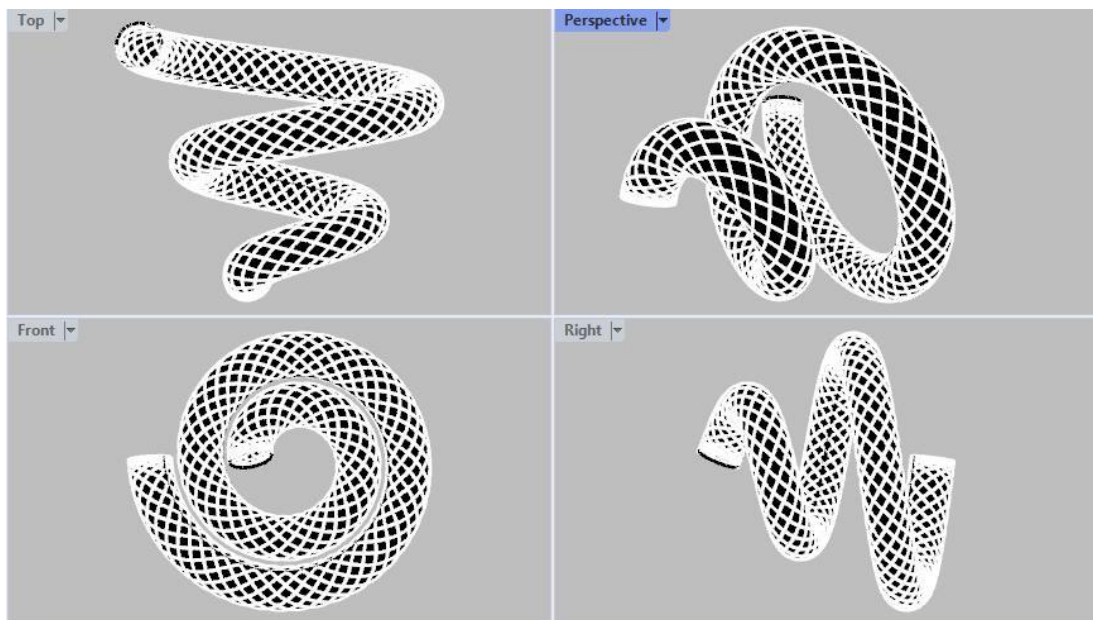
Figure 5.59: S-Shape with triangular cross-section and NURBS arcs and simulated fiber path

По аналогија на спојниците во форма на S и колено, на слика 5.57 е прикажана една таква конструкција на S-форма со триаголен напречен пресек и централни лакови добиени преку NURBS криви и соодветна симулација на патека. На слика 5.60 е прикажано колено со четириаголен пресек.



Слика 5.60: Колено со четириаголен пресек и симулирана патека на влакно
Figure 5.60: An Elbow shaped surface with rectangular cross-section and simulated fiber path

На крај од овој дел уште една концепт идеја на спирална цевка, која исто како кај поврзаниот систем од цевки, и тука е потребна посебна машина за намотување – плетачка (оваа технологија се нарекува Filament Braiding – плетење на конци, за разлика од Filament Winding – намотување со конци).



Слика 5.61: Концепт идеја на патека на конец врз спирална цевка
Figure 5.61: Concept idea of fiber path on spiral tube

Според истражувањето и резултатите на овој математички модел и имплементацијата на алгоритмот, може да се заклучи:

- Комплексните геометриски форми се премногу сложени за претставување на еден математички модел за генерирање на патеки на нив.

Комплексноста се зголемува со тоа што тие делови најчесто се претставени како множество од повеќе површини, или како NURBS површини. За сметка на нарушувањето на геодезискиот принцип (на неразвојни површини) моделот презентираан тука претставува лесен начин на генерирање на криви на произволни површини. На која било површина со помош на нејзиниот параметарски простор може да се генерираат прави во 2D простор и да се генерираат како 3D криви на површината.

- По дефинирањето на проблемот и неговата конструкција како модел, алгоритмот е верифициран преку компјутерска симулација во Rhinoceros софтверот со што е потврдено правилно генерирање на кривите од моделот. Критериумите на класификација за моделот се во неговата линеарност и статичност при поставување на математичките формулации на проблемот, како и експлицитност при изведување на формулите. Формулите се јасни и интуитивни, нивната природа е линеарна и не зависи од времето (статични).
- Моделот е претставен на дискретен начин, кривите се генерираат преку точки со интерполација (природата на самите криви не е предмет на овој модел), што претставува уште еден критериум на класификација на моделот. Поради начинот на кој е поставен проблемот на моделот, а пред сè на јасно предвидената вредност на влезните параметри (како и нивната независност меѓу нив) овој модел го сметаме, исто така, и за детерминистички.

Новиот метод базиран на параметарскиот домен воведува разновидност во дизајнот на патеката за произволни површини. Инженерите можат да го прилагодат параметарскиот домен за да се приспособат на сложени форми, овозможувајќи прецизно поставување на влакна на сложени геометрии, земајќи ги предвид недостатоците и предностите на моделот. Методот на параметарски домен обезбедува оптимална ориентација на влакната на произволните површини, зголемувајќи ја носивооста на композитните форми. Ова е особено релевантно во апликации каде што приспособените механички својства се од суштинско значење за структурниот интегритет и перформанси. Методот на параметарски домен ја олеснува оптимизацијата со повеќе цели, овозможувајќи им на инженерите да балансираат различни критериуми за дизајн, како што се

намалување на тежината, механичка сила и геометриска сложеност. Овој пристап им дава овластување на истражувачите да ги приспособат композитните производи за специфични цели за изведба и ограничувања на дизајнот.

Резултатите од истражувањето, вклучувајќи механички експерименти, математичко моделирање на дизајнот на патеката на влакната и новиот метод на параметарски домен на произволни површини, придонесуваат за унапредување на технологијата на намотување на симетрични и асиметрични композитни делови, поттикнувајќи ја иновативноста низ индустриите. Со оптимизирање на механичките перформанси на композитите и нивно приспособување за да се задоволат различните инженерски потреби, ова истражување го отвора патот за развој на лесни, издржливи и композитни конструкции со високи перформанси кои имаат значително влијание врз иднината на инженерството и производството.

5.5 Значајност од истражувањето за технологијата со намотување на влакна

Со комбинирање на механички експерименти на композитни цевки, математичко моделирање на дизајнот на патеката на влакна во симетрични и асиметрични форми и развој на нов метод заснован на параметарскиот домен за дизајнирање на патеки на произволни површини, ова истражување нуди трансформативни сознанија и напредок во производството и дизајнот на композитни структури. Истражувањата презентирани во ова докторска дисертација имаат големо значење за полето на технологијата со намотување на влакна:

- ***Приспособен дизајн на патека со влакна за оптимални перформанси:*** Математичкото моделирање на дизајнот на патеката на влакна за симетрични и асиметрични форми го револуционизира начинот на кој се конструираат композитите. Со користење на овие математички модели, инженерите добиваат прецизна контрола врз ориентацијата на влакната, овозможувајќи дизајн на композити со прилагодени механички својства. Таквото прилагодување на патеките со влакна го подобрува структурниот интегритет и отвора можности за иновативни апликации во индустриите кои се движат од воздушната до обновливата енергија.

- **Подобрено однесувањето на композитните цевки:** Механичките експерименти спроведени на композитни цевки обезбедуваат доволно разбирање на нивното механичко однесување при различни агли на намотување, ја потврдија теоријата дека аголот на намотување има големо влијание на механичките карактеристики. Во текот на намотувањето користен е подобрен претходно изработен и развиен математички модел за цевки кој овозможи да даде подобри механички карактеристики или да ги отфрли колку може дефектите кои се јавуваат во текот на мотањето и да се приближи до теоретската пресметка.
- **Разновидност и ефикасност во дизајнот на патеки врз произволни површини:** Новиот метод заснован на параметарскиот домен за дизајн на патека на произволни површини воведува досега не истражена разновидност на технологијата со намотување на влакно. Инженерите можат лесно да креираат композити на комплицирани и сложени геометрии. Овој метод го поедноставува процесот на намотување на влакна за произволни површини, рационализирајќи го производството и намалувајќи го материјалниот отпад. Со оптимизирање на шемите на намотување на произволни површини, производителите на композити можат да постигнат поефикасни производни процеси и да ги намалат трошоците за производство.
- **Унапредување на лесни и структури со високи перформанси:** Технологијата на намотување со влакна е клучна за производство на композитни конструкции со исклучителни механички својства при минимизирање на тежината. Комбинацијата на подобро разбирање на материјалот, прецизен дизајн на патеката на влакната и ефикасен дизајн на приспособена површинска патека ги подобрува севкупните перформанси на композитите, што ги прави претпочитан избор за лесни и издржливи структури во различни индустрии. Лесните композитни структури имаат потенцијал да ја намалат потрошувачката на гориво, емисиите и целокупното влијание врз животната средина во индустриите како што се транспортот и обновливата енергија.

Подобреното разбирање на однесувањето на композитите, прецизниот дизајн на патеката на влакната и новиот дизајн на патеки врз произволни површини

колективно ги подигнуваат можностите на технологијата за намотување со влакна, нудејќи огромен потенцијал за лесни и композитни структури со високи перформанси. Додека инженерите продолжуваат да ги истражуваат апликациите на композитните материјали во различни индустрии, овие резултати придонесуваат за унапредување на одржливите инженерски практики и го отвораат патот за иновативни решенија во годините што доаѓаат.

5.6 Ограничувања на истражувањето

Иако истражувањето презентирано во оваа дисертација даде вредни сознанија и придонеси во областа на технологијата на намотување со влакна, од суштинско значење е да се признаат и да се посочат ограничувањата што се среќаваат во текот на истрагата. Овој дел ги разгледува ограничувањата на истражувањето, опфаќајќи механички експерименти на композитни цевки, математичко моделирање на дизајнот на патеката на влакна во симетрични и асиметрични форми и новиот метод заснован на параметарскиот домен за дизајн на патека на произволни површини. Препознавањето на овие ограничувања обезбедува сеопфатно разбирање на опсегот на истражувањето и ја поставува основата за идните истражувања.

- **Големина и варијабилност на примерокот:** Ограничувањата на механичките експерименти произлегуваат од големината на примерокот и варијабилноста во производството на композитни цевки. Зголемувањето на големината на примерокот и инкорпорирањето на поширок опсег на варијации на материјалот може да ја зголеми веродостојноста резултатите.
- **Услови на околината:** Механичките експерименти се чувствителни на условите на средината, како што се температурата и влажноста, кои може да внесат дополнителна варијабилност во резултатите.
- **Поедноставени модели на материјали:** Математичките модели што се користат за дизајнирање на патеката на влакна во симетрични и асиметрични форми се потпираат на поедноставени претпоставки за однесувањето на материјалот, како што се линеарните еластични својства. Иако овие претпоставки се вообичаени во многу инженерски анализи, тие можеби нема целосно да ја опфатат сложеноста на

одговорите на композитниот материјал под различни услови. Вградувањето на посоефицирани модели на материјали, како што се нелинеарни и анизотропни однесувања, може да ја подобри точноста на моделите и да обезбеди пореални предвидувања.

- **Комплексност на пресметување:** Процесот на математичко моделирање за дизајнирање на патеката на влакна може да биде пресметковно интензивен, особено кога се работи со сложени геометрии и анализи со висока точност. Пресметковните барања може да ја ограничат практичноста на користење на моделите за оптимизација на дизајнот во реално време. Ефикасните алгоритми и пресметковни техники би можеле да го решат ова ограничување и да ги направат моделите попростапни за инженерски апликации.
- **Комплексност на површината и геометриски ограничувања:** Новиот метод заснован на дизајнот на патеката на параметарски домен е многу разновиден, но може да најде на ограничувања кога се работи со екстремно сложени или неправилни површини. Во такви случаи, параметарскиот домен можеби нема соодветно да ги опфати сложеноста на прилагодената површина, што потенцијално води до неоптимални патеки на влакна. Дополнителните истражувања би можеле да истражат алтернативни пристапи за решавање на сложеноста на површината и геометриските ограничувања.
- **Експериментална валидација:** Иако методот на параметарски домен ветува оптимизирање на дизајнот на патеки врз произволни површини, експерименталната валидација на композитите од реалниот свет е од суштинско значење за да се потврди неговата практичност и точност. Спроведувањето на методот на физички прототипови и споредувањето на резултатите со перформансите во реалниот свет ќе обезбеди вредни сознанија и ќе ја потврди ефикасноста на методот.

Решавањето на овие ограничувања во идните испитувања дополнително ќе го унапреди полето на технологијата за намотување со влакна и ќе обезбеди нејзин континуиран напредок во дизајнирање на композитни структури со високи перформанси, приспособени и сигурни за различни инженерски апликации.

6 ЗАКЛУЧОК

Врз основа на сите истражувања направени во рамките на оваа докторска дисертација, а поврзани со технологијата за намотување со влакна, преку математичко моделирање на дизајнот на патеката на влакната во симетрични и асиметрични форми и преку експериментално произведени примероци добиени се следните заклучоци:

- **Направено е математичкото моделирање на дизајнот на патеката на влакна во симетрични форми.** Со примена на подобрените модели, направена е прецизна контрола врз ориентацијата на патеката на влакната. На тој начин овозможено е креирање на дизајн на композит врз основа на барани механички својства за истиот.
- **Врз основа на развиените математички модели произведени се пет примероци симетрични композитни структури (цевки) со различна ориентација на влакната и истите се механички тестирани.** Резултатите од спроведените тестирања за јакост при истегнување со модули на еластичност го покажаа однесувањето на композитите со различни агли на намотување при услови на напрегање. Композитните цевки со поголем агол на намотување покажаа повисока јакост при истегнување. Како најоптимизиран дизајн се покажа композитниот примерок со комбинација од различни агли.
- **Направено е математичко моделирање на дизајнот на патека на влакна во асиметрични форми.** Добиените модели даваат голема флексибилност на дизајнот и овозможувајќи примена на различни конфигурации на патеките на влакна за да се постигнат оптимални перформанси. Математичките модели за дизајнирање на патеката на влакната покрај што даваат прецизна контрола врз ориентацијата на влакната, го рационализираат процесот на производство и ја подобруваат севкупната ефикасност на производството на композитите, што на крај доведува до заштеда на трошоците во производството.
- **Развиен е нови метод основан врз параметарски домен за дизајнирање патека на произволни површини.** Новиот метод овозможува разновидност и ефикасност во технологијата за намотување со влакна. Со примена на методот на параметарски домен може да

создадат композити врз комплицирани и сложени геометриски форми. Со оптимизирање на патеките на намотување на произволни површини, овој метод ја подобрува севкупната ефикасност на производството на композити, и истиот претставува добра алатка за дизајнирање на сложени структури. Примената на овој метод претставува добра основа за понатамошни иновации во технологијата на намотување со влакно.

Развојот на математичките модели за симетрични и асиметрични композити поставува основа за континуирано подобрување во технологијата на намотување со влакна и добивање на современи композитни структури за примена во разни индустрии.

Развиените модели наоѓаат широка примена за различни апликации и за добивање на разновидни композитни структури кои можат да бидат интегрирани во сложени инженерски конструкции (предизвици).

Примената на овие модели е значајна за повеќе наменски индустрии:

- **Воздухопловна индустрија:** има значителна корист од развиените модели. Прецизната контрола над ориентацијата на влакната обезбедена од математичките модели им овозможува на инженерите да дизајнираат композити со приспособени механички својства кои ги задоволуваат строгите барања на конструкциите на авионите. Покрај тоа, новиот метод на параметарски домен овозможува изработка на сложени заоблени композити кои се користат во крилата на авионите, конструкциите на опашката и другите критични компоненти, што доведува до подобрени аеродинамички перформанси и структурен интегритет.
- **Автомобилски сектор:** развиените модели нудат можности за дизајнирање на лесни композити за одредени автомобилски компоненти, придонесувајќи за намалување на тежината, подобрена ефикасност на горивото и севкупни перформанси на возилото.
- **Обновлива енергија:** Секторот за обновлива енергија може да има корист од развиените модели во дизајнот и производството на компоненти на турбините на ветер. Лесната и издржлива природа на композитите обезбедува ефикасно собирање на енергија и продолжен работен век, правејќи ги турбините на ветер поекономични и еколошки одржливи.

- **Инфраструктура и градежништво:** развиените модели нудат потенцијал за дизајнирање композити што се користат во мостови, цевководи и структури за поддршка. Комбинацијата на механички експерименти и математички модели им овозможува на инженерите да ги приспособат својствата на композитите за да издржат специфични услови на животната средина и оптоварување. Новиот метод на параметарски домен отвора можности за дизајнирање сложени геометрии и криволиниски форми во компонентите на мостот, обезбедувајќи ефикасни и издржливи решенија за инфраструктурни проекти.
- **Морски и поморски апликации:** моделите може да се применат на дизајнот на композити што се користат во поморските структури, подморските цевководи и морските платформи.

Идни истражувања треба да бидат во насока на:

- Истражување за механичкото однесување на композитните цевки под динамични услови на оптоварување, како што се траење, удар и вибрации. Разбирањето како овие цевки реагираат на различни брзини и фреквенции на оптоварување е од клучно значење, особено во апликациите што вклучуваат динамички напрегања, како што се воздухопловната и автомобилската индустрија.
- Проширување на математичките модели за да се земе предвид нелинеарното однесување на материјалот, како што се вискоеластичноста и пластичноста, што треба да обезбеди попрецизни предвидувања за перформансите на композитите при сложени услови на оптоварување. Вградувањето на нелинеарни модели на материјали може да ја подобри точноста на моделите и да ја прошири нивната применливост.
- Истражувања за интеграцијата на методот на параметарски домен со техниките за адитивно производство за да се овозможи изработка на сложени композитни структури на произволни површини. Оваа комбинација може да отвори нови можности за дизајн и да го насочи производството на сложени геометрии на композити.
- Идни истражувања на алгоритмите за оптимизација и анализата на робусноста за методот на параметарски домен ќе ја подобрат неговата

ефикасност и доверливост, обезбедувајќи оптимални патеки на влакна дури и под несигурни услови или во присуство на производствена варијабилност. Споредувањето на предвидените патеки на влакната со реалните перформанси на произведените композити ќе обезбеди вредни увиди и ќе ја потврди веродостојноста на методот.

Со предлозите за идни истражувања наведени во овој дел ќе се збогати знаењето, ефикасноста и применливоста на процесите за намотување со влакна, а тоа ќе придонеси за производство на современи композитни структури со високи перформанси приспособени за широк опсег на инженерски апликации.

7 РЕФЕРЕНЦИ

- Abdel-Hady, F. (2005). Filament Winding of Revolution Structures. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, XXIV(8), 869-888.
- Abdel-Hady, F. (2006). Theoretical Approach to Wind Elbow Structure. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 25(4), 437-449.
- Allaire, G., & Craig, A. (2007). *Numerical Analysis and Optimization An introduction to mathematical modelling and numerical simulation*. Oxford University Press.
- Allen, A. K. (2004). *A Method for Winding Advanced Composites of Unconventional Shapes using Continuous and Aligned Fibers*. Birgham Young University.
- Almeida, J. J., Ribeiro, M., Tita, V., & Amico, S. (2016). Damage and Failure in carbon/epoxy filament wound composite tubes under external pressure: Experimental and numerical approaches. *Material & Design*, 431-438.
- Aydin, M. (2019). Development of Fiber Reinforced Cylindrical Composite Structures by Filament Winding Technique. *Master's Thesis, Izmir Institute of Technology 'IYTE, Izmir, Turkey*, 65.
- Bai, J., Seeleuthner, P., & Bompard, P. (1997). Mechanical Behavior of $\pm 55^\circ$ Filament-Wound Glass-Fibre/Epoxy-Resin Tubes: I. Microstructural Analyses, Mechanical Behavior and Damage Mechanism of Composite Tubes Under Pure Tensile Loading, Pure Internal Pressure, and Combined Loading. *Compos. Sci. Technol.*, 57, 141-153.
- Bernard, E. (1991). *Path Generator for Filament Winding of Asymmetric Fibre Composite Components*. University of Ottawa.
- Boccaro, N. (2010). *Modeling Complex Systems*. Springer Science+Buisness Media LLC.
- Butt, A. M., & ul Hag, S. W. (2010). Comparative Study for the Design of Optimal Composite Pressure Vessels. *Key Engineering Materials*, 442.
- Carrino, L., Polini, W., & Sorrentino, L. (2003). Modular structure of a new feed-deposition head for a robotized filament winding cell. *Composites Science and Technology*, 63(15), 2255-2263.
- Carrino, L., Polini, W., & Sorrentino, L. (2004). Method to Evaluate Winding Trajectories in Robotized Filament Winding. *Journal of Composite Materials*, XXXVIII(1), 41-56.

- Chang, C., Han, Z., Li, X., Sun, S., Qin, J., & Fu, H. (2021). A Non-Geodesic Trajectory Design Method and Its Post-Processing for Robotic Filament Winding of Composite Tee Pipes. *Materials*, 14(4), 847.
- Chawla, K. K. (1998). *Composite Materials Science and Engineering*. Springer Science+Business Media New York.
- Craig, J. J. (2005). *Introduction to Robotics Mechanics and Control*. Persons education, Inc.
- Delhaes, P. (2003). *Fibers and Composites*. Taylor&Francis.
- Dimovski, I., Gjumandeloski, I., Kochoski, F., Paipuri, M., Veneva, M., & Risteska, A. (2018). Computer Aided (Filament Winding) Tape Placement for Elbows, Practically Oriented algorithm. *Balkan Journal of Applied Mathematics and Informatics (BJAMI)*, 1(1), 89-104.
- Ellyin, F., & Martens, M. (2001). Biaxial Fatigue Behaviour of a Multidirectional Filament-Wound Glass-Fiber/Epoxy Pipe. *Compos. Sci. Technol*, 61, 491-502.
- Erdiller, E. (2004). Experimental investigation for mechanical properties of filament wound composite tubes. *Master's thesis METU*.
- Etemad, M., Pask, E., & Besant, C. (1992). Hoop Strength Characterization of High Strength Carbon Fibre Composites. *Composites*, 23, 253-259.
- Faria, H. (2013). *Analytical and Numerical Modelling of the Filament Winding Process*. Universidade de Porto.
- Fu, J., Yun, J., Jung, Y., & Lee, D. (2016). *Generation of Filament-Winding Paths for Complex Axisymmetric Shapes based on the Principal Stress Field*. Composite Structures.
- Hai-Sheng, L., & You-Dong, L. (2002). Computer Aided Filament Winding for Elbows. *Journal of Software*, 13(4), 518-525.
- Han, Z., Qiangqiang, F., Fan, Y., Yunzhong, F., & Hongya, F. (2012). A Path Planning Algorithm of Closed Surface for Fiber Placement. *Proceedings of the 1st International Conference on Mechanical Engineering and Material Science (MEMS 2012)*, 376-379.
- Hao, P., Liu, X., Wang, Y., Liu, D., Wang, B., & Li, G. (2019). Collaborative design of fiber path and shape for complex composite shells based on isogeometric analysis. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 354, 181-212.

- Hongya, F., Xianfeng, W., Zhenyu, H., & Yunzhong, F. (2007). Abnormal Shape Mould Winding. *Chinese journal of Aeronautics*, XX(6), 552-558.
- Hu, H., Li, S., Wang, J., & Zu, L. (2015). Structural design and experimental investigation on filament wound toroidal pressure vessels. *Composite Structures*, 121, 114-120.
- Hubert, P., Vaziri, R., & Poursartip, A. (1999). A Two-Dimensional Flow Model for the Process Simulation of Complex Shape Composite Laminate. *International Journal for Numeric Methods in Engineering*, 44(1), 1-26.
- Kaw, A. K. (2006). *Mechanics of Composite Materials* (2nd ed.). Taylor&Francis Group, LLC.
- Kaynak, C., & Mat, O. (2001). Uniaxial Fatigue Behavior of Filament Wound Glass-Fiber/Epoxy Composite Tubes. *Compos. Sci. Technol.*, 61, 1833-1840.
- Kaynak, C., Erdiller, E., Parnas, L., & Senel, F. (2005). Use of split-disk tests for the process parameters of filament wound epoxy composite tubes. *Polymer testing*, 24(5), 648-655.
- Kochoski, F., Dukovski, V., & Samak, S. (2022). Mathematical Model of Parametric Domain Design Approach for Filament Winding Path on Complex Composite Parts. *International Journal of Engineering Research and Technology (IJERT)*, 11(4), 231-237.
- Kochoski, F., Dukovski, V., Samak, S., Cvetkoska, D., & Petkoska, B. (2022). Manufacturing Thermoplastic Composites by Laser Automatic Tape Placement Toolless Technology with Dual robot system. *International Journal of Engineering Research and Technology*, 11(4), 238-244.
- Koussios, S. (2004). *Filament Winding: a Unified Approach*. Delft University Press.
- Koussios, S., Bergsma, O. K., & Beukers, A. (2005). *Filament winding: kinematics, collision control and process optimisation through application of dynamic programming*. TU Delft, The Netherlands.
- Koussios, S., Bergsma, O. K., & Mitchell, G. (2005). Non-geodesic filament winding on generic shells of revolution. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications.*, 219(1), 25-35.
- Kurfess, T. R. (2005). *Robotics and Automation Handbook*. CRC Press.

- Li, H., Liang, Y., & Bao, H. (2007). Splines in the parameter domain of surfaces and their application in filament winding. *Computer-Aided Design*, 39(4), 268-275.
- Murray, R. M., Li, Z., & Sastry, S. S. (1994). *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press.
- Naseva, S., Srebrenkoska, V., Risteska, S., Stefanoska, M., & Srebrenkoska, S. (2015). Mechanical properties of filament wound pipes: effects of winding angles. *Quality of Life*, 6(1), 10-15.
- Noorabadi, M., Jam, J. E., Taghavian, H., & Fotuhie, E. (2013). Non-Geodesic Filament Winding of Axisymmetric Surfaces. *Journal of Science and today's world*, 11(3), 317-331.
- Parnas, L., & Katirci, N. (2002). Design of Fiber-Reinforced Composite Pressure Vessels Under Various Loading Conditions. *Compos. Struct.*, 58, 83-95.
- Polini, W., & Sorrentino, L. (2005). Winding Trajectory and Winding Time in Robotized Filament Winding of Asymmetric Shape Parts. *Journal of Composite Materials*, XXXIX(15), 552-558.
- Raspall, F., Velu, R., & Vaheed, N. M. (2019). *Fabrication of complex 3D composites by fusing automated fiber placement (AFP) and additive manufacturing (AM) technologies*. Taylor&Francis Group.
- Rojas, E. V., Chapelle, D., Perreux, D., Delobelle, B., & Thiebaud, F. (2014). Unified approach of filament winding applied to complex shape mandrels. *Composite Structures*, 116, 805-813.
- Rousseau, G., Wehbe, R., Halbritter, J., & Harik, R. (2019). Automated Fiber Placement Path Planning: A state-of-the-art review. *Computer-Aided Design and Applications*, 16(2), 172-203.
- Schoiliers, J. (1992). *Robotic Filament Winding of Asymmetric Composite Parts*. Katholieke Universiteit Leuven.
- Scholliers, J., & Van Brussel, H. (1994). Computer-integrated filament winding: computer-integrated design, robotic filament winding and robotic quality control. *Composites Manufacturing*, 5(1), 15-23.
- Seereeram, S., & Wen, J. T. (1991). An all-geodesic algorithm for filament winding of a T-shaped form. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 38(6), 484-490.
- Soden, P., Kitching, R., Tse, P., Tsavalas, Y., & Hinton, M. (1993). Influence of winding angle on the strength and deformation of filament-wound composite tubes

- subjected to uniaxial and biaxial loads. *Composites Science and Technology*, 46(3), 363-378.
- Sorrentino, L., Anamateros, E., Belini, C., Carrino, L., Corcione, G., Leone, A., & Paris, G. (2019). Robotic filament winding: An innovative technology to manufacture complex shape structural parts. *Composite Structures*, 220, 699-707.
- Spong, M. W., Hutchinson, S., & Vidyasagar, M. (2005). *Robot Modeling and Control*. Wiley.
- Tuttle, M. E. (2013). *Structural Analysis of Polymeric Composite Materials* (2nd ed.). Taylor&Francis Group, LLC.
- Vasiliev, V. V., & Morozov, E. V. (2013). *Advanced Mechanics of Composite Materials and Structural Elements* (3rd ed.). Elsevier Ltd.
- Vasiliev, V. V., Krikanov, A. A., & Razin, A. F. (2003). New generation of filament-wound composite pressure vessels for commercial applications. *Composite Structures*, 62(3-4), 449-459.
- Wild, P., & Vickers, G. (1997). Analysis of Filament-Wound Cylindrical Shells Under Combined Centrifugal, Pressure and Axial Loading. *Compos. Part A*, 28A, 47-55.
- Xiangfeng, W., Jun, X., & Liwei, W. (2010). Winding Pattern Design and Simulation of S-elbow. *Chinese Journal of Aeronautics*, 23(5), 573-577.
- Yang, J., Ai, W., Liu, Y., & Chen, B. (2018). Kinematics model and trajectory interpolation algorithm for CNC turning of non-circular profiles. *Precision Engineering*, 54, 212-221.
- Zhu, J., Li, W., Yang, G., Jia, X., & Yang, X. (2005). Crushing characteristics of filament wound carbon fiber/epoxy tube under quasi-static compression condition. *Journal of Wuhan University of Technology-Master. Sci. Ed.*, 30(6), 1225-1228.
- Zu, L., Koussios, S., & Beukers, A. (2010). Design of filament-wound circular toroidal hydrogen storage vessels based on non-geodesic fiber trajectories. *International Journal of Hydrogen Energy*, 35(2), 660-670.
- Zu, L., Koussios, S., Beukers, A., & Zhang, D. (2014). Development of Filament Wound Composite Isotensoidal Pressure Vessels. *Polymers&Polymer Composites*, 22(3), 227-232.