

Union of Mathematicians of Macedonia - ARMAGANKA

**X SEMINAR OF DIFFERENTIAL
EQUATIONS AND ANALYSIS**

and

**2nd CONGRESS OF DIFFERENTIAL
EQUATIONS, MATHEMATICAL ANALYSIS
AND APPLICATIONS**

CODEMA 2022

Proceedings of the CODEMA 2022
Зборник на трудови од CODEMA 2022

Skopje, 2023

Уредник: Алекса Малчески
Илустратор: Ана Иванова
Печатница: Ацетони-Прилеп
CD електронска публикација
Тираж: 50

Union od Mathematicians of Macedonia – ARMAGANKA

Proceedings of the CODEMA 2022

Зборник трудови од CODEMA 2022

ORGANIZING COMMITTEE:

d-r Aleksa Malcheski, President
d-r Risto Malcheski
d-r Daniel Velinov
d-r Pavel Dimovski
d-r Anevska Katerina
d-r Tomi Dimovski
d-r Zoran Misajleski
d-r Samoil Malcheski
d-r Metodi Glavche
Zlatko Petkovski

HONORARY COMMITTEE:

Boro Piperevski
Borko Ilievski
Lazo Dimov

PROGRAM COMMITTEE:

d-r Risto Malcheski, President
Acad. Stevan Pilipović, Serbia
Acad. Sava Grozdev, Bulgaria
Acad. Gregoris Makrides, Cyprus
Acad. Rosen Nikolaev, Bulgaria
Acad. Prof. Dr. Hari Srivastava
d-r Erdal Karapinar, Turkey
d-r Veselin Nenkov, Bulgaria
d-r Snježana Maksimović, BIH
d-r Ana Vukelić, Croatia
d-r Julije Jakšetić, Croatia
d-r Slobodan Filipovski, Slovenia
d-r Romeo Meštrović, Montenegro
d-r Miomir Andjić, Montenegro
d-r Nenad Vulović, Serbia
dr Aleksandru Mihajlović, Serbia
d-r Jelena Vujaković, Serbia
d-r Alit Ibrahim, N.Macedonia
d-r Daniel Velinov, N.Macedonia
d-r Sanja Atanasova, Nor Macedonia
d-r Biljana Zlatanovska, N.Macedonia
d-r Limonka Lazarova, N.Macedonia
d-r Marija Miteva, N.Macedonia

Skopje, 2023

CONTENTS

1. **A GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION APPROACH IN REGIONAL MODEL FOR REAL ESTATE MASS VALUATION**
Natasha Malijanska, Sanja Atanasova, Gjorgji Gjorgjiev, Igor Peshevski, Daniel Velinov
2. **ПИСА ТЕСТИРАЊЕТО ВО СРЕДНИТЕ СТРУЧНИ УЧИЛИШТА**
Ана Димовска, Томи Димовски
3. **APPLICATION OF MARKOV CHAINS IN BIOLOGY**
Natasha Stojkovikj, Limonka Koceva Lazarova, Aleksandra Stojanova Ilievska
4. **CHAIN CONNECTED SET IN A SPACE**
Zoran Misajleski, Aneta Velkoska, and Emin Durmishi
5. **ABOUT THE T=GEOMETRIC INTRERPRATIONS ON THE BASIC INTERACTIONS AND SOME CONSEQUENCES**
Kostadin Trenchevski
6. **COSINE AND COTANGENT THEOREMS FOR A QUADRILATERAL, TWO NEW FORMULAS FOR ITS AREA AND THEIR APPLICATIONS**
V. Nenkov, St. Stefanov, H. Haimov, A. Velchev
7. **DEFORMED SPHERICAL CURVES**
Marija S. Najdanović, Miroslav D. Maksimović, Ljubica S. Velimirović, Svetozar R. Rančić
8. **ANALYSIS OF STUDENT ACHIEVEMENTS IN TEACHING COMPLEX NUMBERS USING GEOGEBRA SOFTWARE**
Dragana Nedić, Gordana Jotanović, Tijana Paunović, Aleksandar Kršić
9. **SEVERAL LOCI GENERATED BY A MOVING TRIANGLE BETWEEN TWO FIXED CIRCLES**
Prof. Sava Grozdev, Prof. Veselin Nenkov, Assoc. Prof. Tatiana Madjarova
10. **APPLICATION OF SEMIVARIOGRAMS AND KRIGING IN GEOTECHNICAL MODELLING**
Marija Maneva, Igor Peshevski, Milorad Jovanovski, Zoran Misajleski, Daniel Velinov
11. **INVERTIBILITY OF LINEAR COMBINATIONS OF K-POTENT MATRICES**
Marina Tošić, Jelena Vujaković
12. **STATISTICAL ANALYSIS OF REPAIR RATE FOR MAINTENANCE DECISION-MAKING**
Nataša Kontrec, Stefan Panić, Biljana Panić, Mejrima Ljajko
13. **GAMES IN MATHEMATICS INSTRUCTION**
Marina Manić¹, Eugen Ljajko², Marina Tošić
14. **Razvoj na elasticnosta na mislenjeto kaj uchenicite od pochetnoto obrazovanie**
Metodi Glavche, Malcheski Risto
15. **N-TUPLE WEAK ORBITS TENDING TO INFINITY FOR HILBERT SPACE OPERATORS**
Sonja Mančevska, Marija Orovčanec
16. **STEM APPROACH IN TEACHING MATHEMATICS**
Marija Miteva, Limonka Koceva Lazarova, Biljana Zlatanovska, Natasa Stojkovik
17. **АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ**
Билјана Златановска¹, Марија Митева¹, Мирјана Коцалева Витанова
18. **CANTOR'S INTERSECTIONS THEOREM IN $(3,1,\nabla)$ -G METRIZABLE SPACES**
Tomi Dimovski, Pavel Dimovski
19. **WORKING WITH MATHEMATICALLY GIFTED STUDENTS AGED 18 TO 19**
Katerina Anevska¹, Valentina Gogovska², Risto Malcheski³,
20. **The Hanh-Banach Theorem for cyclic 2-subspaces generated by 5 and more elements**
Aleksa Malcheski
21. **2-topological vector space**
Aleksa Malcheski
22. **A PARTICULAR SOLUTION TO THE SPECIAL CASE OF A FOURTH-ORDER SHORTENED LORENZ SYSTEM**
Biljana Zlatanovska¹, Boro Piperevski², Mirjana Kocaleva Vitanova¹, Marija Miteva

23. **SOLVING TASKS FROM LINEAR PROGRAMMING USING GEOGEBRA**
Elena Karamazova Gelova ¹, Mirjana Kocaleva Vitanova ², Sonja Mančevska ³

АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ

Билјана Златановска¹, Марија Митева¹, Мирјана Коцалева Витанова¹

Апстракт. Алгебарските рационални изрази се применуваат во природните и техничките науки, како и во геометријата, техниката, но и во различни реални ситуации. Затоа, важноста за нивно детално изучување и совладување е огромна. Нивното изучување започнува во 7мо одделение од основното образование и продолжува во 8мо и 9то одделение согласно Кембриџ програмата, за потоа да се заокружи во прва година средно образование. Понудениот материјал за основно и средно образование треба да биде усогласен со цел да не предизвика појава на проблеми кај учениците при усвојување на поимите, меморирање и нивна примена. Затоа, во овој труд ќе биде направена анализа на усогласеноста на темата во овие два степени на образование.

1. ВОВЕД

Образованието е основа и важен елемент во мозаикот наречен општество, негов двигател и мотор за развој, просперитет и слобода. “Образованието е најмоќното оружје што можете да го употребите за да го промените светот”, рекол Нелсон Мандела. Затоа, обврска е на секој поединец и на секоја државна институција да придонесе во негово менување со цел подобрување и развивање. Исто така е многу важно и особено сензитивно разработувањето, менувањето, адаптирањето и усогласувањето на наставните програми по сите наставни предмети вклучувајќи ја и математиката во сите степени на образование во рамките на една држава.

Сведоци бевме на менување на наставните програми како по сите наставни предмети, така и по предметот математика во основно образование. Во овој процес исклучително важно е да се внимава на нивно усогласување со наставните програми во средно образование. Нивното не усогласување може да предизвика бројни проблеми кај учениците при усвојување на поимите и нивна примена подоцна во понатамошното образование.

Сведоци сме исто така дека програмата Кембриџ ([1], [2], [3]) е спирална наставна програма, каде учениците почнуваат со изучување на едно подрачје во првото полугодие, но во второто полугодие, како и во двете полугодија од понатамошните одделенија се навраќаат на истата изучувајќи 2010 Mathematics Subject Classification. 97B70, 97B20.

Клучни зборови и фрази. алгебарски рационални изрази, полиноми, мономи, алгебарски дропки.

ја на повисоко ниво. Така е и со алгебарските рационални изрази, кои учениците започнуваат да ги изучуваат во рамки на подрачјето Алгебра и решавање проблеми во првото полугодие од 7мо одделение и во второто полугодие, но и во двете полугодија од 8мо и 9то одделение се навраќаат на *2010 Mathematics Subject Classification. 97B70, 97B20.*

Клучни зборови и фрази. алгебарски рационални изрази, полиноми, мономи, алгебарски дропки.

истите изучувајќи ги на повисоко ниво. Оваа спиралност повлекува некои размислувања, прашања и дилеми, кои бараат поопсежен пристап и дебата. Нормално, една цел е една група на ученици што не го совладале или делумно го совладале овој материјал во 7мо одделение, и подоцна им се дава можност да се навратат и да го совладаат истиот. Затоа се наметнува и следното прашање:

- Што е со одличните и талентирани ученици?

На нив оваа спиралност во повисоките одделенија им предизвикува досада и им делува немотивирачки за учење. Тие губат драгоценото време и наместо да изучуваат нови работи, нивното знаење стагнира на истиот материјал, кое повлекува изостанување на компонентите развој и напредок.

Јасно, на ова прашање се надоврзуваат и следните прашања:

- Што е со подлабинското и подетално изучување на подрачјето и во колкава мера изостанува?
- Дали постои усогласеност помеѓу поимите и обемот на нивно изучување со наредниот степен на образование-средното образование?
- Одредени недостатоци и неусогласености како влијаат на стекнатото знаење на учениците подоцна низ останатиот процес на учење и образование?
- Како резултат на веќе кажаното, со какви проблеми се среќаваат учениците и како можат истите да се отстранат или ублажат?

На сите овие прашања и дилеми ќе се обидеме да одговориме преку анализа на она што се изучува по Кембрич програмата за алгебарските рационални изрази во 7мо, 8мо и 9то одделение и она што се изучува и заокружува во прва година средно образование, независно дали се работи за гимназиско или стручно образование, знаејќи дека и кај двете наставни програми тие се застапена подеднакво.

2. АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ПО КЕМБРИЧ ПРОГРАМАТА

Како што веќе спомнавме, алгебарските рационални изрази учениците започнуваат да ги изучуваат во склоп на подрачјето Алгебра и решавање проблеми во прво полугодие од 7мо одделение и во второ полугодие, како и во двете полугодија од 8мо и 9то одделение се навраќаат на нив изучувајќи ги на повисоко ниво и од друг аспект. Наставните планови за овие три

АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ

одделенија се изработени од Бирото за развој на образование во 2016 година.

Наставната содржина од 7мо одделение за подрачјето Алгебра и решавање проблеми за прво и второ полугодие е дадена на слика 1, а) и слика 1, б) соодветно.

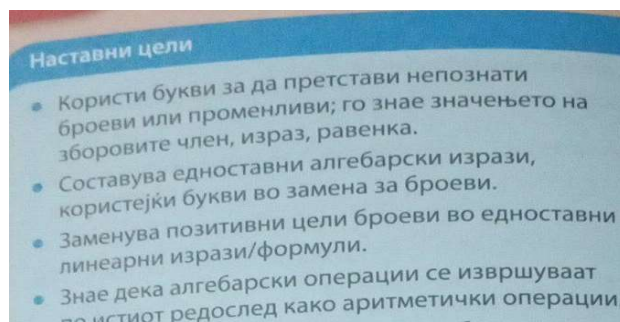
2	Алгебра и решавање проблеми	50	7	Алгебра и решавање проблеми	
2.1	Алгебарски израз	50	7.1	Редослед на операции	
2.2	Упростување изрази	56	7.2	Изведување формули	
2.3	Бројни низи	60	7.3	Составување и упростување алгебарски изрази	
2.4	Низи од геометриски шеми	62	7.4	Замена во формули	
	Задачи за повторување	66	7.5	Равенки	
			7.6	Функции	
			7.7	График на функција	
				Задачи за повторување	

а) прво полугодие

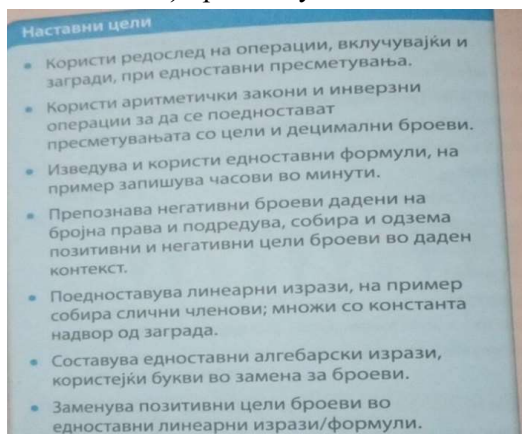
б) второ полугодие

Слика 1: Содржина за Алгебра и решавање проблеми во 7мо одд.

Наставните цели од 7мо одделение за подрачјето Алгебра и решавање проблеми за прво и второ полугодие се дадени на слика 2, а) и слика 2, б) соодветно.



а) прво полугодие



АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО
ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ

б) второ полугодие

Слика 2: Наставни цели за Алгебра и решавање проблеми во 7мо одд.

Согласно содржината и наставните цели на програмата, како и разгледувањето на учебникот се забележува следното:

- Во првото полугодие, воведувањето е преку изведување на формули со користење на реални ситуации и геометриски фигури во рамнина;
- Се посветува внимание на ослободување од загради преку групирање на слични членови и множење со позитивен број;
- Во второто полугодие повторно на истото подрачје имаме навраќање сосема кратко.

Недостатоците кои ги воочивме се:

- Именувањето е со Алгебарски изрази, но никаде не се прецизира поимот Алгебарски рационални изрази, иако цело време се работи со нив;
- Не постои воведување на поим моном и полином, кои се цели рационални изрази, а цело време се работи со нив;
- Ослободувањето од загради е само множење со позитивен број;

Наставната содржина од 8мо одделение за подрачјето Алгебра и решавање проблеми за прво и второ полугодие е дадена на слика 3, а) и слика 3, б) соодветно.

2 Алгебра и решавање проблеми	50	7 Алгебра и решавање проблеми	229
2.1 Изведување формули	51	7.1 Равенки	230
2.2 Ослободување од загради	57	7.2 Низи	234
2.3 Алгебарски изрази	61	7.3 Функција	240
2.4 Замена во израз	65	7.4 График на линеарна функција	242
2.5 Решавање равенки	66	7.5 Равенка на права од нејзиниот график	245
2.6 Аритметичка бројна низа	71	7.6 Равенки од вид $y = mx + c$	248
2.7 Функција	78	7.7 Алгебарски изрази	249
Задачи за повторување	81	Задачи за повторување	254

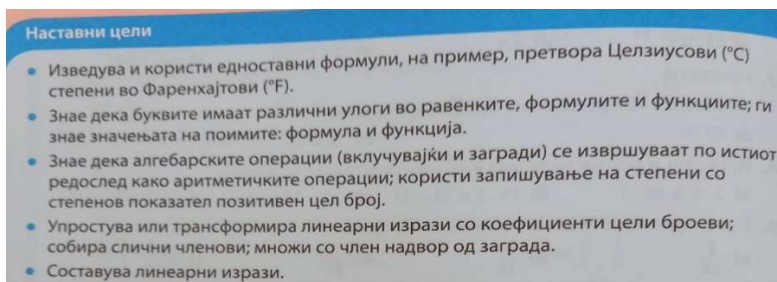
а) прво полугодие

б) второ полугодие

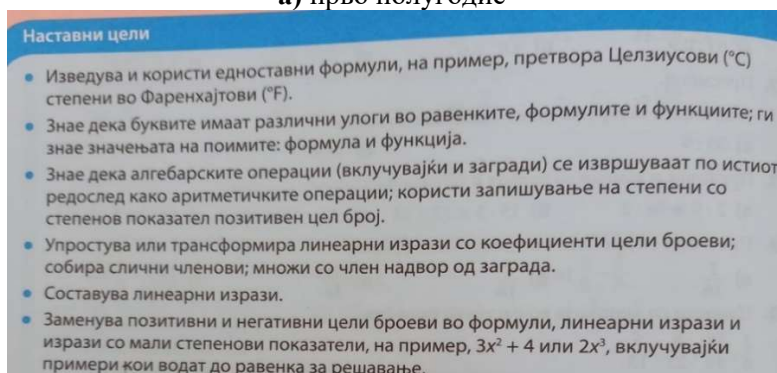
Слика 3: Содржина за Алгебра и решавање проблеми во 8мо одд.

Наставните цели од 8мо одделение за подрачјето Алгебра и решавање проблеми за прво и второ полугодие се дадени на слика 4, а) и слика 4, б) соодветно.

АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ



а) прво полугодие



б) второ полугодие

Слика 4: Наставни цели за Алгебра и решавање проблеми во 8мо одд.

Согласно содржината и наставните цели на програмата, како и разгледувањето на учебникот се забележува следното:

- Во првото полугодие, воведувањето е преку изведување на формули со користење на реални ситуации и геометриски фигури во рамнина и простор;
- Се посветува внимание на ослободување од загради преку групирање на слични членови и множење со позитивен и негативен број;
- Именувањето е со Алгебарски изрази, каде се наведени некои правила за нивно упростување, се спомнуваат примери на линеарни изрази и се објаснува множење членови во алгебарски изрази;
- Се посветува цела наставна единица за замена на конкретна вредност за непознатите во израз;
- Алгебарските изрази ги користи за воведување на равенки, нивно решавање со помош на функционална машина и решавање на равенки со една непозната, како и за аритметичка бројна низа и воведување на поимот функција;
- Во второто полугодие, кога имаме повторно навраќање на истото подрачје, прво се воведуваат равенки со примена во

АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО
ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ

геометрија и елементарни реални ситуации, низи и линеарна функција, за најпосле со повторување на она од прво полугодие да се разгледаат накратко само со еден час повторно алгебарските изрази.

Недостатоците кои ги воочивме се:

- Именувањето е со Алгебарски изрази, но никаде не се прецизира поимот Алгебарски рационални изрази, иако цело време се работи со нив;
- Не постои прецизирање дека Алгебарските рационални изрази можат да бидат цели рационални и дробно-рационални изрази – алгебарски дробки;
- Не постои воведување на поим моном и полином, кои се цели рационални изрази, а цело време се работи со нив;
- Нема дефинирање на степен на моном и полином;
- Ослободувањето од загради е само со множење со позитивен и негативен број;
- Изостанува дефинирање на слични мнономи, иако се спомнува слични членови, без никакви објаснувања.

Наставната содржина од 9то одделение за подрачјето Алгебра и решавање проблеми за прво и второ полугодие е дадена на слика 5, а) и слика 5, б) соодветно.

2 Алгебра и решавање проблеми	30	7 Алгебра и решавање проблеми	154
2.1 Упростување степени	31	7.1 Изведување формули и заменување броеви во формули	155
2.2 Правила за операции со степени со исти основи	32	7.2 Изразување променлива	159
2.3 Разложување на множители	34	7.3 Коефициент на правец на график на функција	166
2.4 Собирање и одземање алгебарски дробки	36	7.4 График на линеарна функција	167
2.5 Решавање линеарни равенки	38	7.5 Функции што произлегуваат од ситуации во реалниот живот	170
2.6 Составување алгебарски изрази	40	7.6 Права пропорција	172
2.7 Инверзна функција	42	7.7 Графичко решавање систем равенки	174
2.8 Правило за одредување следен член на низа	45	7.8 Решавање систем равенки со метод на елиминација	175
2.9 Правило за одредување l -ти член на низа	49	7.9 Множење два алгебарски изрази	180
2.10 l -ти член на аритметичка низа	52	7.10 Обиди и грешки	183
Задачи за повторување	55	7.11 Неравенки	185
		Задачи за повторување	190

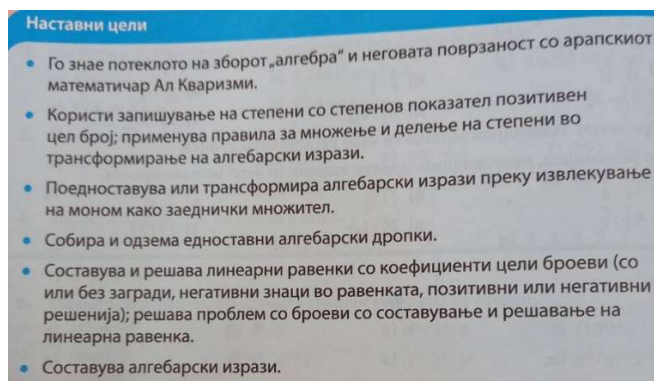
а) прво полугодие

б) второ полугодие

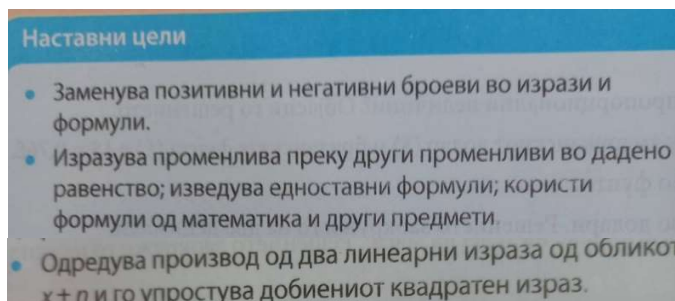
Слика 5: Содржина за Алгебра и решавање проблеми во 9то одд.

Наставните цели од 9то одделение за подрачјето Алгебра и решавање проблеми за прво и второ полугодие се дадени на слика 6, а) и слика 6, б) соодветно.

АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ



а) прво полугодие



б) второ полугодие

Слика 6: Наставни цели за Алгебра и решавање проблеми во 9то одд.

Согласно содржината и наставните цели на програмата, како и разгледувањето на учебникот се забележува следното:

- Во првото полугодие, се работи со оперирање на степени со иста основа, за потоа да се воведат разложување на множители кај алгебарски изрази, но само со извлекување на множител пред заграда;
- Потоа се собираат и одземаат алгебарски дробки;
- Се продолжува со решавање на линеарни равенки кои се воведуваат како поим за прв пат, иако учениците вакви равенки решаваат и во 8мо одделение;
- Составувањето на алгебарските изрази се врши преку користење на геометрија и елементарни реални ситуации;
- Во второто полугодие, кога имаме повторно навраќање на истото подрачје на алгебарските изрази се посветува многу малку внимание на множење на два изрази т.е без прецизирање дека се работи за множење на два полиноми.

АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ

Недостатоците кои ги воочивме се:

- Се спомнува поимот моном само во наставните цели, но во наставните единици ниту е дефиниран, ниту пак воопшто се спомнува;
- Се воведува собирање и одземање на алгебарски дробки без да се дефинираат истите, а потоа се продолжува со составување на алгебарски изрази (се собираат, одземаат и множат полиноми);
- Во второ полугодие меѓу другото се навраќа повторно на множење на два алгебарски изрази т.е множење на два бинوما, без да се прецизира истото.

Во однос на алгебарските рационални изрази во споменативе одделенија може да ги дадеме следните добри аспекти, како и генералниот заклучок.

Единствен добар аспект во Кембрич програма во однос на алгебарските рационални изрази е нивната поширока примена во геометријата и елементарните реални ситуации, сепак генерално може да се заклучи дека:

- Алгебарските рационални изрази се дадени во склоп на Алгебарските изрази без нивно прецизирање;
- Алгебарските рационални изрази се дадени премногу елементарно за таа возраст на учениците со огромни недостатоци во дефинирање и разграничување на важни поими, кои се неопходни за нив. Ова делува демотивирачки за талентираниите ученици и учениците што се заинтересирани за постигнување на високи резултати во математиката;
- Не се застапени формулите за скратено множење, кои се важни за оваа проблематика и се потребни за понатамошните степени на образование;
- Од претходно кажаното, материјалот е изложен многу конфузно и учениците во суштина не добиваат никакви прецизни знаења за алгебарските рационални изрази од она што треба да го усвојат како крајни применливи знаења.

3. АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ПРВА ГОДИНА СРЕДНО ОБРАЗОВАНИЕ

Овде ќе ја разгледаме застапеноста и сложеноста во изучување на алгебарските рационални изрази во прва година средно образование преку наставните програми во гимназиско и средно стручно образование.

АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ

Наставната програма за гимназиско средно образование е изработена од Бирото за развој на образованието во 2001-та година и ја има следната содржина, слика 7:

<p>3. АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ</p> <p>- Степен со показател природен број, операции со степени</p> <p>- Цели рационални изрази; мономи, полиноми; операции, разложување на множители, НЗС и НЗД</p> <p>- Дробно рационални изрази: поим и операции</p>	<p>18</p>	<p>- Да повтори и да утврди за степени со показател природен број;</p> <p>- да ги повтори и да ги користи операциите множење и делење на степени со еднакви основи и степenuвање на степен, производ и количник;</p> <p>- да запишува броеви во обликот $a \cdot 10^k$;</p> <p>- да повтори за мономи, биноми..., полиноми и да ги продлабочи знаењата за операциите со нив;</p> <p>- да користи разложување на полиноми од типот $am \pm bm$, $a^2 - b^2$, $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 \pm b^2$;</p> <p>- да одредува НЗС и НЗД за два и повеќе полинома;</p> <p>- да се запознае со алгебарска дробка и да одредува нејзин домен (област на определеност);</p> <p>- да проширува и скратува алгебарски дробки;</p> <p>- да се оспособи да ги извршува операциите со алгебарски дробки и да ги применува.</p>	<p>- организира дискусија;</p> <p>- дава инструкции;</p> <p>- демонстрира со објаснување;</p> <p>- организира работа во групи и во парови;</p> <p>- дава домашни задачи за индивидуална работа;</p> <p>- ги проверува и оценува задачите;</p> <p>- прави контролна задача/тест и ги оценува резултатите.</p>	<p>Математика: степени, цели рационални изрази (VII), дробки(V);</p>
---	-----------	---	--	--

Слика 7: Наставна програма за I година, гимназиско образование.

За оваа наставна програма во употреба од 2002 – та година е учебникот [4].

Како што може да се види од наставната програма, но и од учебникот, алгебарските рационални изрази се изучуваат длабински со прецизно дефинирани поими. Прво се изучува оперирање на степени со показател природен број. Потоа, се работи со алгебарски цели рационални изрази, кои се дадени како веќе изучени, за потоа да се премине на алгебарски дробки и операции со нив.

Средното стручно образование е поделено на тригодишно и четиригодишно, а четиригодишното во зависност од насоките, математиката е застапена со 2 или со 3 наставни часа. Независно со колку часови е застапена, сепак оваа модуларна единица ги опфаќа истите наставни единици. Наставните програми се изработени од Бирото за развој на образованието 2013 година односно 2019 година и нивната содржина е дадени на слика 8.

Тема 2: ПОЛИНОМИ (18 часа)			
Цели	Содржини	Поими	Активности и методи
<p><i>Ученикот/ученицката:</i></p> <p>- да ја искажува дефиницијата за степен и дава примери на степен со основа рационален број и показател цел број;</p> <p>- да множи, дели степени со еднакви основи или степени со исти степенски показатели и степenuвање степени;</p> <p>- да ја искажува дефиницијата за моном, собира, одзема, множи, дели, степenuва мономи и одредува степен на моном;</p> <p>- да ја искажува дефиницијата за бином, трином и полином;</p> <p>- да собира, одзема полиноми и одредува степен на полином;</p>	<p>- Степени со основа</p> <p>Рационален број и показател цел број и операции со нив</p> <p>- Мономи и операции</p> <p>- Полиноми и операции</p> <p>- Разложување на полиноми</p>	<p>- Степен</p> <p>- Степенски показател</p> <p>- Основа на степен</p> <p>- Моном</p> <p>- Степен на моном</p> <p>- Бином</p> <p>- Трином</p> <p>- Полином</p> <p>- Степен на полином</p> <p>- Формули за скратено множење</p> <p>- Разложување на</p>	<p>Да се користат примери со повеќе операции со степени, со цел согледување на најекономичниот начин за пресметување на некој броен израз.</p> <p>Да се решаваат задачи за совладување на идеите и постапките за идентични трансформации на полиноми.</p> <p><i>Да се користат разновидни примери при изучувањето на оваа тема (на пример, коефициентите на полиномите да бидат дробки, конечни децимални броеви, па и рационални броеви, а не само цели броеви).</i></p>
<p>- да множи и дели полином со моном и да множи полином со полином;</p> <p>- да ги искажува формулите за скратено множење-разлика од квадрати и бином на квадрат и да ги користи во задачи;</p> <p>- да разложува полиноми на множители со извлекување на заеднички множител пред заграда, со групирање и со примена на формулите за разлика од квадрати и бином на квадрат.</p>	<p>на множители</p>	<p>полином</p> <p>- Множител</p>	<p><i>Да се решаваат задачи во кои се користат различни постапки за разложување на полиноми.</i></p> <p><i>Вежби и активности за оспособување на учениците во примена на формулите за скратено множење во двете насоки.</i></p> <p><i>При реализацијата на темата, наставникот треба да комбинира различни методи на активна настава.</i></p>

а) Наставен план за I година тригодишно средно стручно образование

АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ

Модуларна единица 3: АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ (22 часа)				
Ред. број	Резултати од учење	Содржини и поими	Активности и методи	Критериуми на оценување
1	Ученикот/ученичката ќе биде способен/а да: - множи и дели степени со исти основи или исти степенови показатели, да знае да степенува степен.	<ul style="list-style-type: none"> Поим за степен со основа реален број и степен показател цел број. Множење степени со исти основи или исти степенови показатели Делење степени со исти основи или исти степенови показатели Степенување степен Природен број во обликот $a_1 a_2 \dots a_n = 10^0 a_n + 10^{-1} a_{n-1} + \dots + 10 a_1 + a_0$ 	Активности: <ul style="list-style-type: none"> Наставникот го воведува поимот степен со показател цел број и операции со степени. Од учениците бара да ги извршуваат операциите со степени (истите ги проверува индивидуално). Низ групна работа учениците вршат трансформација на изрази кои содржат операции со степени, а потоа вршат споредување на направените трансформации Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми. 	Ученикот/ученичката може да: 1.1: Дефинира степен со основа природен број. Претвора степени со основа и показател природен број во производ. 1.2: Ги извршува сите операции со степени со основа и показател цел број. 1.3: Ги извршува сите операции со степени. Го користи обликот на природен број $a_1 a_2 \dots a_n = 10^0 a_n + 10^{-1} a_{n-1} + \dots + 10 a_1 + a_0$ 1.4: Решава посложени задачи со степени.
2	- дефинира и препознава моном, да определува коефициент и главна вредност во моном, да знае да дефинира и препознава слични мономи, да врши операции со мономи (собирање, одземање, множење, делење и степенување);	<ul style="list-style-type: none"> Поим за моном Слични мономи, собирање и одземање Множење и делење мономи Степенување мономи Поими: Моном, слични мономи.	Активности: <ul style="list-style-type: none"> Наставникот го воведува поимот за моном и операциите со мономи. Од учениците бара да ги извршуваат операциите со мономи (истите ги проверува индивидуално). Со помош на техниките за активна настава(вртелешка, ЗСНУ и сл.) учениците решаваат посложени задачи од операции со мономи, и се оспобуваат за самопроверување на стекнатите знаења. Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми 	2.1: Дефинира и препознава моном, главна вредност и степен на моном. 2.2: Ги извршува операциите собирање и одземање на мономи. 2.3: Ги извршува сите операции со мономи. 2.4: Решава посложени задачи од мономи.
3	- дефинира полином, да знае да собира и одзема полиноми, да знае да множи полином со моном и полином со полином, да ги применува формулите за скратено множење (бином на квадрат, бином на куб, разлика од квадрати, разлика и збир од кубови), да знае да дели полином со моном и	<ul style="list-style-type: none"> Поим за полином Собирање и одземање полиноми Множење полином со моном, множење полином со полином и формули за скратено множење (бином на квадрат, бином на куб, разлика од квадрати, разлика и збир од кубови) Поими: Бином, триниом, полином, Формули за скратено множење, делење на полином со полином, формули за скратено делење.	<ul style="list-style-type: none"> Наставникот ги дефинира операциите со полиноми и бара од учениците да ги извршуваат (проверува индивидуално). Преку групна работа, учениците ги изведуваат формулите за скратено множење. Наставникот демонстрира 	3.1: Дефинира полином. Го одредува степенот на полином. Ги искажува формулите за скратено множење. 3.2: Собира и одзема полиноми. Множи полином со моном и полином со полином. Ги применува формулите за скратено множење (бином на квадрат и разлика од
	полином со полином;	<ul style="list-style-type: none"> Делење полином со моном, делење полином со полином и формули за скратено делење (бином на квадрат, бином на куб, разлика од квадрати, разлика и збир од кубови) Поими: Бином, триниом, полином, Формули за скратено множење, делење на полином со полином, формули за скратено делење.	примена на формулите за скратено делење, а потоа слична активност бара и од учениците (кои работат во групи). Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми	квадрати) во конкретни задачи. 3.3: Ги извршува сите операции со полиноми. Ги користи формулите за скратено множење. 3.4: Ги користи формулите за скратено множење во посложени задачи.
4	- разложува полином на множители со извлекување на заеднички множител пред заграда, со помош на групирање или со примена на формули за скратено множење;	<ul style="list-style-type: none"> Разложување полином на множители со извлекување на заеднички множител пред заграда Разложување полином на множители со помош на групирање Разложување полином со примена на формулите за скратено множење и делење НЗД и НЗС на полиноми Поими: НЗД и НЗС на полиноми	<ul style="list-style-type: none"> Наставникот ја објаснува постапката за разложување на полиноми со извлекување заеднички множител пред заграда преку одредување НЗД на полиноми. Учениците разложуваат полиноми на множители со групирање (работат во групи) Наставникот демонстрира разложување на множители на посложени полиноми на различни начини, а потоа бара од учениците да изведуваат слични активност. Преку 	4.1: Разложува полиноми со извлекување на заеднички моном пред заграда. 4.2: Разложува полиноми со извлекување на заеднички бином пред заграда 4.3: Разложува полиноми со групирање и со формулите за скратено множење и одредува НЗД и НЗС на полиноми 4.4: Разложува на множители посложени полиноми.

АЛГЕБАРСКИ РАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ ВО ОСНОВНО И СРЕДНО
ОБРАЗОВАНИЕ - ПРОБЛЕМИ И НЕДОСТАТОЦИ

			техниките на активна настава учениците разменуваат идеи и соработуваат. Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми	
5	- дефинира алгебарска дробка, да собира, одзема, множи и дели алгебарски дробки.	• Поим за алгебарска дробка и дефинициона област • Собирање, одземање, множење и делење на алгебарски дробки Поими: Алгебарска дробка.	• Наставникот го дефинира поимот за алгебарска дробка и ги воведува операциите со алгебарски дробки. Учениците ги извршуваат операциите со алгебарски дробки, а наставникот ги проверува индивидуално. • Низ групна работа учениците развиваат дискусија за областа на дефинираност на алгебарските дробки. • Наставникот демонстрира вршење на операции со алгебарски дробки, при претходно одредување на областа на дефинираност и НЗС на именителите, а потоа слично активност им задава на учениците. Низ групна работа	5.1. Дефинира алгебарска дробка. 5.2. Ги извршува операциите со алгебарски дробки со исти именители. 5.3. Ги извршува сите операции со алгебарски дробки. 5.4. Решава посложени задачи од операции со алгебарски дробки и одредува област на дефинираност на алгебарските дробки
			учениците се оспособуваат за самопроверување и самооценување на знаењата. Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми	

б) Наставен план за I година четиригодишно средно стручно образование

Слика 8. Наставни планови за I година средно образование

Стариот учебник, кој се користеше во средно стручно образование е [5].

Според наставната содржина ја имаме истата констатација како и за гимназиското образование, дадена погоре.

4. ЗАКЛУЧОК

Доволно е да се направи една споредба со наставниот материјал изучен во 7мо одделение по старата програма ([6], [7], [8]), каде се забележува дека алгебарските цели рационални изрази темелно и прецизно се изучени. И преминот во средно образование е многу поедноставен, бидејќи учениците во I година повторуваат за алгебарски цели рационални изрази и се надоврзуваат на изучување на алгебарски дробки.

Денес, она што се изучува по Кембриџ програмата е многу елементарно, непрецизно и конфузно. Оваа програма има многу недостатоци конкретно за изучување на алгебарски рационални изрази во однос на она што е потребно да се добие како знаење за средно образование. Во средно образование, денес професорот нема основа на која би ги вовел алгебарските рационални изрази, како што беше по старата програма во основното образование. За нив, ученикот во средно почнува од самата основа, без никакви предзнаења. Ова за ученикот значи тешкотии во совладувањето на материјалот и демотивација за предметот математика.

Затоа, би било одлично доколку програмата во основно образование претрпи одредени промени во однос на изучување на оваа проблематика. Добро би било во некоја идна програма за алгебарските рационални изрази

да се задржи концептот од старата програма со нејзино збогатување со примена, која пак е добро обработена во Кембриџ програмата.

Користена литература

- [1] Сју Пембертон, Патрик Кивлин, Пол Винтерс, *Математика за седмо одделение*, Арс ламина, Скопје (2020)
- [2] Сју Пембертон, Патрик Кивлин, Пол Винтерс, *Математика за осмо одделение*, Арс ламина, Скопје (2020), 50-81, 229-254
- [3] Сју Пембертон, Патрик Кивлин, Пол Винтерс, *Математика за седмо одделение*, Арс ламина, Скопје (2020), 30-55, 154-190
- [4] Б. Миладиновиќ, Т. Ѓорѓијевски, Н. Петрески, *Математика I година за гимназиско образование*, Алби, Скопје (2002), 63-94
- [5] Н. Целакоски, Ж. Мадевски, Р. Ансаров, *Математика I година за техничките струки*, Просветно дело, Скопје (1990), 112-145
- [6] Дончо Димовски, Билјана Крстеска, Снежана Ристовска, *Математика за седмо одделение за осумгодишноосновно образование*, Просветно дело, Скопје (2009)
- [7] Константин Тренчевски, Глигор Тренчевски, *Математика за седмо одделение*, Просветно дело, Скопје (2009)
- [8] Јово Стефановски, Наум Целакоски, *Математика за седмо одделение*, Алби, Скопје (2010)

¹Факултет за Информатика, Универзитет “Гоце Делчев”

Штип, Р. Северна Македонија

biljana.zlatanovska@ugd.edu.mk

marija.miteva@ugd.edu.mk

mirjana.kocaleva@ugd.edu.mk