



Сојуз на рударски и геолошки инженери  
на Република Македонија

трето стручно советување  
со меѓународно учество  
**ПОДЕКС '09**

04 - 05.12.2009 година  
Македонска Каменица

# ЗБОРНИК НА ТРУДОВИ

ТЕХНОЛОГИЈА  
НА ПОДЗЕМНА  
ЕКСПЛОАТАЦИЈА  
НА МИНЕРАЛНИ  
СУРОВИНИ



## **Организатор**



Сојуз на рударските и геолошките инженери  
на Република Македонија

## **Коорганизатори и спонзори**

Рудник САСА ДООЕЛ, Македонска Каменица  
INDO MINERALS AND METALS, Рудник ЗЛЕТОВО - Пробиштип  
Факултет за природни и технички науки, Универзитет *Гоце Делчев* - Штип  
Министерство за образование и наука  
Министерство за економија  
FHL Мермерен Комбинат - Прилеп  
LARIN MRAMOR - Скопје

## **Организационен одбор**

*претседател:*

Филип Петровски  
Рудник САСА ДООЕЛ, Македонска Каменица

*потпретседатели*

Мише Кацарски  
ИММ Рудник ЗЛЕТОВО, Пробиштип

проф. д-р Зоран Десподов  
Институт за рударство, Факултет за природни и технички науки, Универзитет *Гоце Делчев* - Штип

проф. д-р Ристо Дамбов  
Институт за рударство, Факултет за природни и технички науки, Универзитет *Гоце Делчев* - Штип

*извршен секретар*

Љупчо Трајковски  
државен рударски инспектор,  
Сојуз на рударските и геолошките инженери на Република Македонија - Скопје

*членови*

доц. д-р Дејан Мираковски  
Институт за рударство, Факултет за природни и технички науки, Универзитет *Гоце Делчев* - Штип

асс. м-р Стојанче Мијалковски  
Институт за рударство, Факултет за природни и технички науки, Универзитет *Гоце Делчев* - Штип

Драган Насевски  
Сојуз на рударските и геолошките инженери на Република Македонија - Скопје

Борче Гоцевски  
Рудник САСА ДООЕЛ, Македонска Каменица

Митко Костовски  
ИММ Рудник ТОРАНИЦА, Крива Паланка

Зоран Костовски  
МАРМО БЈАНКО, Прилеп

*Трето стручно советување со меѓународно учество ПОДЕКС'09*

## ТЕХНОЛОГИЈА НА ПОДЗЕМНА ЕКСПЛОАТАЦИЈА НА МИНЕРАЛНИ СУРОВИНИ

---

### **Зборник на трудови**

#### **Издавач**

Сојуз на рударските и геолошките инженери на Република Македонија

#### **За издавачот**

Љупчо Трајковски, дипл. руд. инж.

#### **Главен и одговорен уредник**

проф. д-р Зоран Десподов

#### **Техничка подготовка**

асс. м-р Стојанче Мијалковски  
асс. м-р Николинка Донева  
асс. м-р Марија Хаџи-Николова  
асс. Радмила Каранакова - Стефановска  
Никола Механџиски, дипл. руд. инж.  
Драги Пелтечки, дипл. руд. инж.  
Горан Поп-Андонов, дипл. руд. инж.

#### **Дизајн и подготовка на корица:**

Дејан Д. Николовски

#### **Печатница:**

РИ-Графика, Скопје

#### **Тираж:**

100 примероци

*Македонска Каменица, 4 ноември 2009 година*



**СРГИМ**  
Сојуз на рударски и  
геолошки инженери  
на Р. Македонија

III<sup>TO</sup> СТРУЧНО СОВЕТУВАЊЕ НА ТЕМА:

Технологија на подземна експлоатација на минерални сировини

**ПОДЕКС '09**

Македонска Каменица  
04 – 05. 12. 2009 год.

## ПРИМЕНА НА ПОВЕЌЕКРИТЕРИУМСКАТА ОПТИМИЗАЦИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ НА ПРОБЛЕМИ ВО РУДАРСТВОТО

### APPLICATION OF MULTICRITERIA OPTIMISATION FOR SOLVING MINING PROBLEMS

Стојанче Мијалковски, Благица Донева, Радмила Каранакова Стефановска,  
Афродита Зенделска, Трајче Митев - Институт за рударство, ФПТН, УГД - Штип

#### Апстракт

Во овој труд е дадена кратка анализа на повеќекритериумската оптимизација, која што наоѓа примена во рударството при решавање на одредени проблеми. Повеќекритериумското одлучување може да се применува при оптимален избор на рударска откопна метода, при оптимален избор на транспортно средство итн. При примената на повеќекритериумското одлучување се земаат во предвид поголем број на критериуми, според кои што ќе се врши избор на најоптимална алтернатива.

*Клучни зборови:* повеќекритериумска оптимизација, метода ELECTRA, метода PROMETHEE, метода ANP.

#### 1. Вовед

Постојат голем број на оптимизациони методи и други квантитативни математички методи на операционите истражувања, кои можат да се применат во процесите на одлучување при проектирање и планирање во рударството. Од овој комплекс на методи, од позиција на примена, би можело да се издвојат следните групи на методи за моделирање:

- Модели на еднокритериумска оптимизација (на пример: линеарно програмирање, нелинеарно програмирање, динамичко програмирање итн.);
- Модели на повеќекритериумска оптимизација (на пример: метода ELECTRA, метода PROMETHEE, метода ANP и др.);
- Математичко-моделски оптимизациони пристапи развиени за решавање на специјални случаи при проектирање и планирање во рударството.

Математичко-моделските оптимизациони пристапи развиени за конкретни случаеви при планирање и проектирање во рударството, во основа се релативно добри решенија, бидејќи истите се дефинирани за моделирање на реален идентифициран проблем. Оваа методологија е многу ефикасна, но и изразито сложена. Сложеноста се состои од големиот обем на подготвителни работи за дефинирање и разработка на математичкиот модел, кој може да се примени за решавање на одреден вид на проблем со релативно добра адаптивност за тримена во слични случаеви.

## 2. Општо за повеќекритериумската оптимизација

Повеќекритериумската оптимизација за разлика од еднокритериумската, користи тоголем број на критериуми (критериумски функции). Еднокритериумската оптимизација користи само еден критериум во оптимизацијата, со што значително се намалува и реалноста на решавањето на самиот проблем.

Зголемеиот број на критериуми во моделите на повеќекритериумската оптимизација значат не само реализирање на моделирањето, туку и пред се зголемување на веродостојноста во добиените резултати. Процесот на оптимизација е во директна субјективна врска со доносителот на одлуката, односно експертот.

Големиот број на критериуми освен тоа што има свои предности, секако има и свои недостатоци. Недостатоците се предизвикани од големиот број на критериуми, од начинот на нивното дефинирање, дефинирањето на нивните влијанија, односно тежини во самиот модел, што од своја страна го прави овој процес на математичко моделирање комплексен. Дури и во денешни услови на развој на математиката како наука, не постои ниту една метода која би се карактеризирала со општост и моќност во решавањето на моделот.

Историски гледано, развојот на методите за повеќекритериумската оптимизација започнал со решавање на проблеми чекор по чекор, односно се развивале методи за конкретни проблеми. Со понатамошно истражување дошло до нивно обопштување и развивање во општи - формализирани методи за решавање на група или класи на проблеми.

Методите на повеќекритериумската оптимизација можат да се класифицираат во две поголеми групи, и тоа:

- Методи на повеќекритериумско одлучување или попознато како повеќекритериумска анализа;
- Методи на повеќецелно одлучување.

Иако методите на повеќекритериумската оптимизација се доста сложени, сепак истите имаат некои заеднички карактеристики како што се:

- Голем број на критериуми (ги креира доносителот на одлуката);
- Постоене на конфликтност помеѓу критериумите;
- Секој критериум има своја единица мерка и тежина (ретки се случаевите кога овој услов не е исполнет);
- Субјективност во оптимизацијата (влијанието на доносителот на одлуката);
- Решенијата на овие видови на проблеми се:
  - Проектирање на најдобри акции (алтернативи);

- Избор на најдобра акција од множество на претходно дефинирани конечни акции.

## 2.1. Методи на повеќекритериумно одлучување

Основниот елемент во методите со повеќекритериумно одлучување е атрибутот. Секој атрибут треба да обезбеди средство на евалуација, односно оцена за нивото на еден критериум, односно цел. По правило поголем број на атрибути треба да ја карактеризира секоја акција посебно. Тие се базирани врз основа на избраните критериуми од страна на носителот на одлуката. Како синоними за атрибутите се користат: фактори, параметри, карактеристики, особини, компоненти, перформанси и сл.

Основен начин за прикажување на проблемите при повеќекритериумното одлучување е матричниот облик. Односно, матрицата на одлучување  $O_{m \times n}$  чии елементи  $x_{ij}$  ја означуваат вредностите на  $i$ -та акција  $a_i$ , во однос на  $j$ -от атрибут  $A_j$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n$ ).

$$O = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

Акциите во проблемите на повеќекритериумната оптимизација се опишуваат со два вида на атрибута:

- Квантитативно;
- Квалитативно.

Проблемите кои се јавуваат се настанати од сложеноста на компарацијата на овие два вида на атрибути, како и третманот на различните единици мерки.

Во основа постојат три вида на скали кои можат да се користат при мерењето на различни квантитети (Hwang и Yoon, 1981), и тоа:

- Редна (ординарна) скала;
- Скала на интервали;
- Скала на односи.

**Редната (ординарна) скала** ги рангира мерените акции без да води сметка за релативните растојанија помеѓу ранговите.

**Скалата на интервали** рангира акции со меѓусебни еднакви интервали и ги дефинира разликите помеѓу нив и некој однапред дефиниран репер.

За разлика од скалата на интервали, **скалата на односи** ги дефинира разликите помеѓу акциите и некој репер кој однапред не е дефиниран.

Најголемиот број на методи при повеќекритериумното одлучување ги користат редната и интервалната скала.

Потребата од повеќекритериумното одлучување условила брз и континуиран развој на методите од оваа област. Поради тоа, денес се располага со еден огромен број на методи, кои се способни да ги решат разните сложени проблеми од повеќекритериумната оптимизација.

## 2.2. Методи на повеќецелно одлучување

Покрај повеќеатрибутното одлучување, повеќецелното одлучување е втората голема група на методи за повеќекритериумска оптимизација.

Во основа сите методи на повеќецелното одлучување ги имаат следните заеднички карактеристики:

- Множество на цели кои можат да бидат квантифицирани;
- Множество на добро дефинирани активни ограничувања;
- Множество на континуирани (бесконечни) активности;
- Процес за добивање на информации (експлицитни или имплицитни) за идентифицираните цели (кои не се квантифицирани).

Општа математичка формулација на проблем со повеќецелно одлучување, најчесто се претставува во следниов облик:

$$\begin{aligned} \max \{ & f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x), p \geq 2 \} \\ & g_i(x) < 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Каде се:

$n$  – број на променливи,  $j = 1, 2, \dots, p$ ;

$p$  – број на функции на критериуми,  $k = 1, 2, \dots, p$ ;

$m$  – број на ограничувања;

$g_i(x)$  – ограничувања,  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Во основа, под поимот повеќецелно одлучување се подразбира максимизација на функцијата на критериумот при дадени ограничувања. Од причина што критериумите на минимизација можат да се преведат во критериуми на максимизација, на пример за  $s$ -ти критериум важи:

$$\min f_s(x) = - \max \{-f_s(x)\}, \quad s \in \{1, 2, \dots, p\}$$

Кога сите функции и ограничувања се од линеарен облик (на пример нека се со знак " $\leq$ "), моделот на повеќецелното одлучување го има следниов облик:

$$\begin{aligned} \max \{ & f_k(x) = \sum_j c_{kj} x_j, \quad k = 1, 2, \dots, p; \quad p \geq 2 \} \\ & \sum_j a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Каде се:

$f_k(x)$  – функција на критериумот,  $k = 1, 2, \dots, p$ ;

$x$  –  $n$ -димензионален вектор на променливи  $x_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ;

$c_{kj}$  – коефициент на  $k$ -та функција за  $j$ -та променлива,  $k = 1, 2, \dots, p$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ;

$a_{ij}$  – параметар во  $i$ -то ограничување за  $j$ -та променлива,  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ;

$p$ ;

$b_i$  – слободен член во  $i$ -то ограничување,  $i = 1, 2, \dots, m$ .

### 3. Најчесто применувани методи за повеќекритериумска оптимизација

Овде се издвоени најкарактеристичните методи за повеќекритериумска оптимизација и тоа: групата на методи ELECTRA, групата на методи PROMETHEE и методата ANP. Инаку истите спаѓаат во групата на методи од повеќекритериумското одлучување.

#### 3.1. Метода ELECTRA

Под поимот метода ELECTRA се подразбира множество на методи за решавање на проблеми од повеќекритериумската оптимизација. Името ELECTRA е добиено од англискиот израз: Elimination and et choixе translating reality што во превод значи: Елиминација и реален преносен избор. Оваа метода за прв пат ја презентирал Roy во 1971 год. Денес постојат повеќе варијанти на оваа метода. Најпознати се варијантите ELECTRA I, ELECTRA II, ELECTRA III и ELECTRA IV. Најнови и неодамна развиени варијанти се ELECTRA IS и ELECTRA TRI. Најмногу применувана варијанта (метода) е токму основната ELECTRA I, со која се врши делумно рангирање на алтернативите. Методата ELECTRA II се користи во случаеви на потполно рангирање на множеството на алтернативи. Оваа група на методи овозможува рангирање на множество решенија за дискретни проблеми и за разнородни критериумски функции. Моделите вклучуваат субјективни проценки и тоа како преку вредностите на критериумските функции, така и преку релативните значенија на поединечните критериуми. ELECTRA III, ELECTRA IV и останатите се т.н. методи од "висок" ранг.

#### 3.2. Метода PROMETHEE

Методата PROMETHEE е една од поновите методи во областа на повеќекритериумската оптимизација, при што е развиена во следниве варијанти и тоа: PROMETHEE I, PROMETHEE II, PROMETHEE III, PROMETHEE IV, PROMETHEE V, и како понови верзии PROMETHEE VI, PROMETHEE GDSS и PROMETHEE-GAIA. Името PROMETHEE, го добила од англискиот израз: "Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations" што во превод значи: Метода на преферентно организационо рангирање за дофатни вреднувања. Основите на методите PROMETHEE ги дале J. P. Brans (1984), J. P. Brans и B. Marschal (1984), J. P. Brans и P. Vincke (1985) и B. Marschal (1985). Основна карактеристика на оваа метода претставува користењето на шест т.н. генерализирани критериуми (обичен критериум, квази критериум, критериум со линеарна преференција, ниво на критериум, критериум со линеарна преференција и подрачје на индиферентност и Gaussov критериум) за дефинирање на преференците на носителот на одлуката, за конкретните критериуми на поставениот проблем. Самиот носител на одлуката може да воведо нови типови на генерализирани критериуми и да ги искаже своите преференци во однос на соодветните критериуми.



Како и во останатите повеќекритериумски оптимизациони методи и кај методите PROMETHEE можно е посебно дефинирање на соодветните тежини за критериумите.

PROMETHEE I дава можност за делимичен поредок на алтернативите. За разлика од методата PROMETHEE I, методата PROMETHEE II дава потполн поредок. Со методата PROMETHEE III се обезбедува рангирање во соодветните интервали и конечно со методата PROMETHEE IV се врши повеќекритериумска оптимизација на непрекинатата низа на алтернативи. Методата PROMETHEE V, PROMETHEE VI и останатите се релативно нови и недоволно тестирани методи.

Основните предности на методата PROMETHEE во однос на останатите методи, а пред се во однос на методата ELECTRA се следните:

- Голема едноставност;
- Со воведувањето на генерализираните критериумски функции се намалува субјективноста во одлучувањето;
- Параметрите кои што се користат имаат свое економско објаснување и значење;
- Пратечките ефекти од рангирањето се потполно елиминирани.

Основната карактеристика на методата PROMETHEE II - потполното рангирање на алтернативите ја класифицира оваа метода како една од најприфатливите методи за решавање на проблемите при повеќекритериумската оптимизација. Треба да се има во предвид дека методата PROMETHEE II во однос на методата PROMETHEE I се разликува само во некои постапки со кои после парцијалното рангирање би се утврдил потполниот поредок на алтернативите.

### 3.3. Метода АНР

Методата на аналитички хиерархиски процеси (АНР) е развиена од страна на Tomas Saaty (1980). Името АНР, го добила од англискиот израз: "Analytic Hierarchy Process" што во превод значи: Аналитички хиерархиски процеси.

Методата АНР е една од класичните методи на повеќекритериумската оптимизација, која дозволува решавање на изразито комплексни проблеми со голем број на допуштени области, огромен број на критериуми и повеќестрани временски периоди.

При решавање на проблеми со примена на методата АНР, обично се користи т.н. **скала со девет точки** за доделување на релативни оценки за паровите на алтернативите.

Областите за примена на методата АНР е повеќекритериумското оптимизирање и одлучување врз основа на дефинирано множество на критериуми и алтернативи, при што се врши избор на најприфатлива алтернатива, односно се прикажува потполн поредок за значењата на алтернативите во моделот.

## 4. Досегашна примена на повеќекритериумската оптимизација

Голем е бројот на истражувачи во светот кои се занимаваат со проблемот на избор-селекција на метода за подземно откопување на минерални суровини со примена на повеќекритериумската оптимизација и fuzzy теоријата, од кои овде ќе

ги споменеме: **Batzias, F. A., Roumpos, C. P. (2000), Elevel, B., Demirci, A. (2004), Karadogan, A., Kahriman, A., Ozer, U. (2007).**

Кај нас за решавање на проблеми во рударството (површинската експлоатација) со примена на повеќекритериумската оптимизација се бавел истражувачот **Зоран Панов (2001)**, за решавање на проблеми од областа на подземниот руднички транспорт со примена на повеќекритериумската оптимизација се бавел истражувачот **Зоран Десподов (2002)**, а за решавање на проблеми од областа за избор на метода за откопување во рудниците за подземна експлоатација на металични минерални сировини со примена на повеќекритериумската оптимизација се бавел истражувачот **Стојанче Мијалковски (2009)**.

## 5. Заклучок

Кога се донесува одлука при проектирање или планирање во рударството, потребно е да се води сметка за да се постигне што поголем работен учинок, да се обезбедат сигурни услови за работа, да има што помали работни трошоци, односно да се постигне што поголема финансиска добивка. За да бидат исполнети сите овие барања, потребно е да се земат во предвид поголем број на влијателни фактори, односно критериуми. Одделните критериуми немаат подеднакво влијание врз сите алтернативи, односно еден критериум може да има поголемо влијание врз една алтернатива, а помало врз останатите и обратно. Поради тоа се задаваат нормализирани тежини за секој критериум.

Повеќекритериумската оптимизација овозможува вклучување на поголем број критериуми, односно релевантни фактори со што се постигнува и поголема точност при изборот, односно при донесувањето на конечната одлуката. Од повеќекритериумските оптимизациони методи најмногу применувани се следниве:

- Методата ELECTRA;
- Методата PROMETHEE;
- Методата АНП и др.

При донесувањето на конечна одлука при проектирање или планирање во рударството, пожелно е да се реши проблемот со примена на три повеќекритериумски оптимизациони методи, а потоа да се изврши споредување на добиените резултати од трите оптимизациони методи и тогаш да се донесе конечната одлука, односно да се избере најоптималната алтернатива.

Примената на информатичката технологија денес многу го поедноставува решавањето на одредена проблематика, односно работна задача. Се поголемите можности на сметачките машини за меморирање на голем број податоци и вршење на голем број калкулации, овозможува истите да најдат примена и при решавање на проблеми во рударството.

Во таа насока, веќе има изготвено компјутерски програми за повеќекритериумските оптимизациони методи: ELECTRA I, PROMETHEE II и АНП.

## Литература

1. Десподов З.: *Одредување на оптимални параметри на лентестите транспортери за нивна примена во рудниците за метални минерални сировини*

- со подземна експлоатација во Р. Македонија, Докторска дисертација (непубликувана), Рударско-геолошки факултет, Штип, 2002;
2. Мијалковски С.: *Придонес во утврдувањето на методологија за избор на метода за откопување во рудниците за подземна експлоатација на металични минерални сировини*, Магистерски труд (непубликуван), Факултет за природни и технички науки, Штип, 2009;
3. Мијалковски С.: *Современо проектирање на подземен рудник*, Семинарска работа (непубликувана), Факултет за рударство, геологија и политехника, Штип, 2009;
4. Панов З.: *Повеќекритериумски математичко-моделски пристапи при планирање и проектирање на површинските копови*, Докторска дисертација (непубликувана), Рударско-геолошки факултет, Штип, 2001;
5. Чупић Е. Милутин, Rao Tumala V. M., Сукновић Милија: *Одлучивање – формални пристап*, Четврто прерачено и допуњено издање, ФОН, Београд, 2001;
6. Čupić E. Milutin, Rao Tumala V. M., Suknović Milija: *Odlučivanje - formalni pristup*, Peto prerađeno i dopunjeno izdanje, FON, Beograd, 2003;
7. Čupić E. Milutin, Suknović M. Milija: *Višekriterijumsko odlučivanje: metode i primeri*, Univerzitet BK (Braha Karih), Beograd, 1994.