

**УНИВЕРЗИТЕТ „ГОЦЕ ДЕЛЧЕВ“ – ШТИП**

**ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИКА**

**ШТИП**



**М-р Александра Ристеска**

**ВЛЕЗНА СЕИЗМИЧКА ЕНЕРГИЈА ВО ОБЈЕКТ ПРИ ИНТЕРАКЦИЈА**

**ТЛО-ТЕМЕЛ-ОБЈЕКТ**

**- ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА -**

**Штип, 2018 г.**

**Интерен ментор:** Редовен проф. д-р Владо Гичев  
Факултет за информатика  
Универзитет „Гоце Делчев“ – Штип

**Екстерен ментор:** Вонреден проф. д-р Јосиф Јосифовски  
Градежен факултет  
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ – Скопје

**Комисија за оценка и одбрана**

**Претседател:** Вонреден проф. д-р Сашо Коцески  
Факултет за информатика  
Универзитет „Гоце Делчев“ – Штип

**Член:** Редовен проф. д-р Владо Гичев  
Факултет за информатика  
Универзитет „Гоце Делчев“ – Штип

**Член:** Вонреден проф. д-р Јосиф Јосифовски  
Градежен факултет  
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ – Скопје

**Член:** Редовен проф. д-р Јордан Живановиќ  
Факултет за информатика  
Универзитет „Гоце Делчев“ – Штип

**Член:** Редовен проф. д-р Благој Голомеов  
Факултет за природни и технички науки  
Универзитет „Гоце Делчев“ – Штип

**Научно поле:** 109 Математика  
**Научна област:** 10903 Диференцијални равенки  
10912 Применета математика и математичко моделирање  
10913 Програмирање

Датум на одбрана: \_\_\_\_\_

Датум на промоција: \_\_\_\_\_



## **БЛАГОДАРНОСТ**

Голема благодарност упатувам до мојот ментор проф. д-р Владо Гичев, кој со своето огромно искуство, знаење и професионален ангажман несебично ми помагаше во изработката на оваа докторска дисертација. Ми беше задоволство и чест да работам под негово менторство.

Благодарност упатувам кон мојот екстерен ментор проф. д-р Јосиф Јосифовски, за неговиот огромен придонес за подобрувањето и неговите стручни совети.

Им благодарам на останатите членови од Комисијата: проф. д-р Сашо Коцевски, проф. д-р Јордан Живановиќ и проф. д-р Благој Голомеов, кои беа вклучени во подобрувањето на докторската дисертација.

Исто така, изразувам огромно благодарам на моето семејство, кое безрезервно ми помагаше и ме поддржуваше, особено на мојата ќерка Камелија, која во текот на овие години ми даваше сила и волја за работа и ми „дозволуваше“ да поминам долго време работејќи на мојата докторска дисертација.

## Рецензирани и објавени трудови произлезени од истражувањето

1. Одговор на еднодимензионална греда при сеизмички побуди во зависност од граничните услови (The response of a shear beam as 1d medium to seismic excitations dependent on the boundary conditions), Risteska, Aleksandra and Gicev, Vlado; Journal of Geological Resource and Engineering, published by David Publishing Company, USA, ISSN: 2328-2193, Volume 6, Number 4, July-Aug. 2018
2. Споредба на ефикасноста на вештачките граници P3 и P4 на Stacey (Compare the effectiveness of artificial boundaries P3 and P4 of Stacey) Zlatev, Zoran and Risteska, Aleksandra and Kokalanov, Vasko (2012), The 9th Conference for Informatics and Information Technology (CIIT 2012), 19-22 April 2012, Bitola, Macedonia. Yearbook of the Faculty of Computer Science. ISSN 1857- 8691.
3. Практична примена на еднодимензионалната бранова равенка (Practical application of a one-dimensional wave equation) Kocaleva, Mirjana and Risteska, Aleksandra (2017) Yearbook of the Faculty of Computer Science, 5 (5). pp. 5-12. ISSN 1857- 8691.

# ВЛЕЗНА СЕИЗМИЧКА ЕНЕРГИЈА ВО ОБЈЕКТ ПРИ ИНТЕРАКЦИЈА ТЛО-ТЕМЕЛ-ОБЈЕКТ

## Краток извадок

Го проучуваме одговорот на дводимензионален систем тло-темел-објект при сеизмичка побуда во облик на полусинусоиден пулс. Истражувањето е спроведено со примена на компјутерска симулација на ширење на сеизмички бран на нумерички модел. Равенката на бранот е решена со помош на нумеричкиот метод на конечни разлики. Решението се состои од замена на парцијалните изводи во простор и време со нивните апроксимации во конечни разлики. Ја користиме дефиницијата на равенката на бранот преку брзина на честичките, релативните деформации и напоните. Со интегрирање на брзината го добиваме поместувањето во точките. Брзините, поместувањата, напрегањата и релативните деформации во честичките на медиумот се ажурираат во секој временски чекор. За да го верификуваме методот, прво решаваме линеарен модел и ги проучуваме феномените кои произлегуваат од граничните услови на Дирихле, Нојман и условите при подвижни граници. За линеарен модел, користејќи континуитет на поместувања и напони, аналитички може да се определи одговорот, што ни дава и можност да го валидираме нашиот нумерички модел.

Крајната цел на истражувањето во оваа дисертација е да се определи како различните параметри:

- агол на пропација на бранот,
- крутост на темелот,
- крутост на почвата,
- степен на нелинеарност на почвата и
- времетраење на пулсот

влијаат на количината на сеизмичка енергија која ќе влезе во објектот.

**Клучни зборови:** бран, сеизмичка енергија, поместување, брзина на пропацирање, пулс, напрегање, гранични услови, систем, тло, темел, објект, деформација, побуда, модел.

## Abstract

We study the response of two-dimensional system soil-flexible foundation-structure during seismic excitation in form of half-sine pulse. The research was conducted using a computer simulation of the seismic wave propagation in the numerical model. The equation of the wave is determined using a numerical method of finite differences. The solution consists of replacing the partial derivatives in space and time with their approximations using finite differences. We use the definition of the wave equation through particle velocity, the relative deformations and stresses. By integrating the velocity we get displacements in the points. Velocities, displacements, stresses and the relative deformation of particles in the medium are updated at each time step. To verify the method, we first solve the one dimensional (1-D) linear model and study the phenomena depending upon boundary conditions of Dirichlet, Neumann and conditions of moving boundaries. For the 1-D linear model, using the continuity of displacements and stresses, the solution can be analytically determined, which gives us the opportunity to validate our numerical model.

The ultimate goal of the research in this dissertation is to determine how various parameters:

- angle of propagation of the wave,
- rigidity of the foundation,
- stiffness of the soil,
- degree of nonlinearity of the soil,
- the duration of the pulse,

affect the amount of seismic energy that enters the building when we consider two dimensional (2-D) soil-foundation-structure system .

**Keywords:** *wave, seismic energy, displacement, velocity of propagation, pulse, stress, boundary conditions, soil – flexible foundation – structure interaction, deformation, numerical model, finite difference method.*



## Содржина

1. Вовед.....	1
1.1. Сеизмички hazard и ризик .....	2
1.2. Филозофија на проектирање на сеизмички отпорни конструкции.....	6
1.3. Метод на конечни елементи (Finite Element Method - FEM) .....	7
1.4. Метод на конечни разлики (Finite Difference Method - FDM).....	9
1.5. Методот на конечни разлики наспроти методот на конечни елементи.	10
1.6. Конструктивни карактеристики .....	11
1.6.1. Носивост.....	11
1.6.2. Крутост.....	12
1.6.3. Дуктилност.....	13
1.7. Цел на истражувањето .....	17
1.8. Предмет и методологија на работа .....	21
2. Преглед на литература .....	24
2.1. Елементарни граници .....	24
2.2. Конзистентни (глобални) граници .....	25
2.3. Имперфектни (локални) граници.....	29
2.4. PML апсорбирачки граници (Perfectly matched layer).....	40
3. Материјални закони .....	43
3.1. Еластични модели.....	44
3.2. Нееластични модели.....	45
3.3. Закон за рамнотежа .....	46
3.4. Интеракција тло-темел-објект .....	47
4. Пресметковен модел.....	49
4.1. Еднодимензионален модел за браново ширење.....	49
4.2. Пресметка на еднодимензионален модел .....	51
5. Нумерички (2Д) модел .....	59
5.1. Опис на нумерички дводимензионален модел .....	61
5.2. Енергија и деформации .....	67
5.3. Распределба на енергијата во системот .....	69
5.4. Аналитички пристап .....	71

6. Двостепенен (2-D) нумерички пример .....	73
7. Заклучоци .....	92

## Листа на слики

Слика 1.1. Европско-медитеранска карта на сеизмички хазард.....	4
Слика 1.2. Капацитет на носивост на нелинеарни конструктивни системи .....	14
Слика 1.3. Интерпретација на факторот на редуција R .....	15
Слика 2.1. Дисперзиони релации за параксијалните граници.....	32
Слика 2.2. Ширење на бран кон вештачка граница $y=C$ .....	32
Слика 2.3. Екстраполациона граница .....	41
Слика 2.4. PML апсорбирачка граница .....	42
Слика 3.1. Врска меѓу напрегањето и деформацијата-модел на Ramberg-Osgood.....	58
Слика 3.2. Врска меѓу напрегањето и деформацијата - модел на Hardin-Drnevich.....	59
Слика 4.1. Можни поместувања на гредата .....	51
Слика 4.2. Влезен бран во форма на полусинусоиден пулс .....	52
Слика 4.3. Поместување, брзина и релативна деформација во тек на време, при $\beta=300\text{m/s}$ во точка 100 (средина на гредата), Dirichlet ( $a_1$ , $b_1$ и $c_1$ ) и Neumann ( $a_2$ , $b_2$ и $c_2$ ).....	54
Слика 4.4. Поместување на гредата во функција на бездимензионално време, $t$ и бездимензионална висина, $\eta$ за два видна агли. Dirichlet ( $a_1$ и $a_2$ ) и Neumann ( $b_1$ и $b_2$ ) гранични услови.....	56
Слика 4.5. Поместување, брзина и деформација во случај на подвижни граници на дното од гредата $a_1$ , $b_1$ и $c_1$ во точка 100, $a_2$ , $b_2$ и $c_2$ во точка 150 .....	57
Слика 5.1. Систем со линеарна конструкција и темел и нелинеарна почва .....	62
Слика 5.2. Влезен пулс (филтриран) во функција од време .....	63
Слика 5.3. Конститутивен закон $\sigma - \varepsilon$ , за почвата и темелот .....	66
Слика 6.1. Поглед на хотелот Holiday Inn во Van Nuys од североисток.....	74
Слика 6.2. Поглед на оштетените столбови по Northridge земјотресот .....	75

Слика 6.3. Поле на поместување на SSI моделот за влезен агол $\Theta = 30^{\circ}$ , $h = 1$ и $C=0.8$ во четири временски случаи на пропагирање на пулсот. Моделот е ротиран за агол $\Theta = 115^{\circ}$ спротивно од стрелките на часовникот.....	77
Слика 6.4. Исто како слика 8.3, но за $C=1.5$ .....	78
Слика 6.5. Трајна деформација во тлото откако пулсот ќе го напушти моделот .....	81
Слика 6.6. Максимална релативна брзина $v_{av}$ на површината конструкција-темел нормализирана од максималната релативна брзина на слободната површина $v_{max,ff}$ наспроти $\eta$ за три степени на крутост на темелот и три нивоа на нелинеарност на тлото. $\Theta = 0^{\circ}$ .....	83
Слика 6.7. Исто како слика 6.6 но за $\Theta = 30^{\circ}$ .....	86
Слика 6.8. Исто како слика 6.6 но за $\Theta = 60^{\circ}$ .....	87
Слика 6.9. Исто како слика 6.6 но за $\Theta = 85^{\circ}$ .....	91

## 1. Вовед

Земјотресот е природна појава која е резултат на ненадејно ослободување на енергија во Земјината кора, кое предизвикува појава на сеизмички бранови. Земјотресите се регистрираат со сеизмички инструменти (сеизмометри, акцелерометри). На површината на земјата земјотресите се манифестираат со потреси, а и поместувања на земјиштето. Потресите може да предизвикаат лизгање на земјиштето и рушење на објекти во урбани средини.

Во најопшт случај зборот земјотрес дефинира потрес, предизвикан било од природен феномен или од настан предизвикан од човекот кој генерира сеизмички бранови. Така, постојат земјотреси предизвикани од геолошка активност, но и од вулкански активности, лизгање на тло, експлозии во рудници и нуклеарни експерименти. Најголемиот дел од природните земјотреси се поврзани со тектонската природа на Земјата. Таквите земјотреси се нарекуваат тектонски земјотреси. Земјината литосфера претставува множество од плочи со дебелина од шест до шеесет километри кои се движат. Тоа движење, предизвикано од ослободената топлинска енергија од јадрото на Земјата е многу бавно, но постојано. Кога плочите се придвижуваат едни во однос на други, на границите на плочите се јавуваат напрегања на триење. Во моментот кога вредноста на овие напрегања ќе ја надмине критичната вредност (локалната јакост) доаѓа до ненадеен лом. Границата на тектонските плочи (по должина) по која се јавува лом се нарекува површина на раседот. Кога ломот на површината на раседот доведува до насилни поместувања се ослободува енергија која го предизвикува земјотресот. Оваа ослободена енергија се манифестира со емитувани сеизмички бранови, топлотна енергија од триење на површината на раседот и распукување на карпите. Овој процес на постепено акумулирање на напрегањата и нагло ослободување при ненадеен краткотраен лом на земјата (земјотрес) е опишан во Теоријата на еластично одбивање (книга Инженерска геологија, Градежен факултет, 2012). Проценето е дека притоа само 10% од ослободената енергија се емитира во облик на сеизмички бранови, додека најголемиот дел се троши на придвижување на раседот и се ослободува во облик на топлинска енергија од триење.

Сеизмичките бранови патуваат низ Земјата или низ некое еластично тело како резултат од земјотреси, експлозии или некои други процеси кои дејствуваат на телото. Брзината на пропација на сеизмичките бранови зависи од густината и еластичноста на медиумот во кој се простираат. Земјотресите создаваат различни типови на бранови со различни брзини на пропацирање. Одбивањето на сеизмичките бранови се користи за истражување на внатрешноста на Земјата. Не е можно да се дизајнираат конструкции кои би се спротивставувале на сите можни земјотреси, како би се осигурале дека добро дизајнираната конструкција би останала еластична само при умерени земјотреси. При големи земјотреси конструкциите ќе имаат релативно големи оптоварувања, но успешното проектирање треба да обезбеди притоа да не дојде до рушење на конструкцијата. Еласто-пластични и билинеарни модели се најчесто применувани материјални модели кои даваат односи што се користат за опишување на однесувањето на конструкциите кои се изложени на земјотреси.

#### 1.1. Сеизмички hazard и ризик

Кога се почнува со проектирање на некој објект се користат регионални карти на сеизмички hazard со цел да се одредат сеизмичките сили неопходни за димензионирање на елементите на објектот.

Раниот развој на сеизмичко микрозонирање датира назад во 30-тите години на минатиот век во поранешниот Советски Сојуз (Akademia Nauk, SSSR 1980) и во Јапонија (Kanai 1983). Биле предложени упатства врз основа на опсервации по земјотреси, во зависност од локалната геологија и површинската почва за предвидување на релативното зголемување или намалување на интензитетот на потресите на одделни локации, а со тоа и пиковите (екстремите) на амплитудите на потресите (Gubin 1954; Medvedev 1962). Во 50-тите и 60-тите години на минатиот век се појавуваат емпириски равенки кои даваат зависност меѓу максималното забрзување на тлото и интензитетот на сеизмичкиот потрес (Kawasumi, 1951; Richter, 1958; Medvedev и Sponheuer, 1969). Во 60-тите и 70-тите години се појавуваат првите карти за зонирање кои ги земаат предвид локалните услови на тлото (Richter, 1959; Medvedev, 1962; Karnick, 1972, Trifunac и Brady, 1975). Во 70-тите почнуваат да се појавуваат првите емпириски равенки

за скалирање на спектралните амплитуди. Врз основа на мноштво од опсервации било заклучено дека сеизмичкото зонирање треба да се базира на: веројатност на појава на земјотрес, просторна распределба на земјотресни извори, фреквентно-зависна атенуација на амплитудите на силно движење на тлото, локалната длабока геологија и локалната површинската почва.

Anderson и Trifunac промовираат метода за сеизмичко зонирање т.н. метода на униформен хазард (UHM) (Anderson и Trifunac, 1978 a, b). Предност на оваа метода е дека на балансиран начин ги вклучува факторите кои влијаат на спектралните амплитуди, а со тоа и на сеизмичките карти. Споредбите на земјотресните појави во јужна Калифорнија од воведување на методот до денешен ден ја потврдуваат вредноста на методот, т.е. резултатите добиени од UHM одлично се сложуваат со вредностите на силното движење на тлото на кој било од земјотресите кои се случија во областа од 1985 г. до денес (Trifunac 1989, 2010).

Определувањето на сеизмичкиот хазард е прилично комплексно. Прво се проучува регионалната геологија и сеизмологија за да се проучат очекувани типови на земјотрес. Потоа се исцртуваат зони со слична потенцијална сеизмичност. На пример, познатиот San Andreas Fault може да се исцрта како долга тесна зона. Причините за појава на земјотреси подалеку од главните раседи се помалку очигледни. На секоја зона ѝ се доделуваат карактеристики во зависност од потенцијалниот извор на земјотрес: број на земјотреси годишно, максималниот интензитет на земјотресот (максимална магнитуда), локална длабока геологија, локална површинска почва и сл.

Конечно, во пресметките се потребни формули кои ги даваат потребните индикатори на хазардот за даден интензитет на земјотресот и растојание. Иако е докажано дека картите базирани само на површинската геологија - најгорните слоеви до 30 m длабочина под површината на земјата се неточни (Lee и Trifunac, 2010), во нашата земја сè уште се користат методи за определување на максималното земјино забрзување кои се базирани на брзината на пропагирање во најгорните 30 m од почвата  $V_{s,30}$  (Salic et al. 2012).

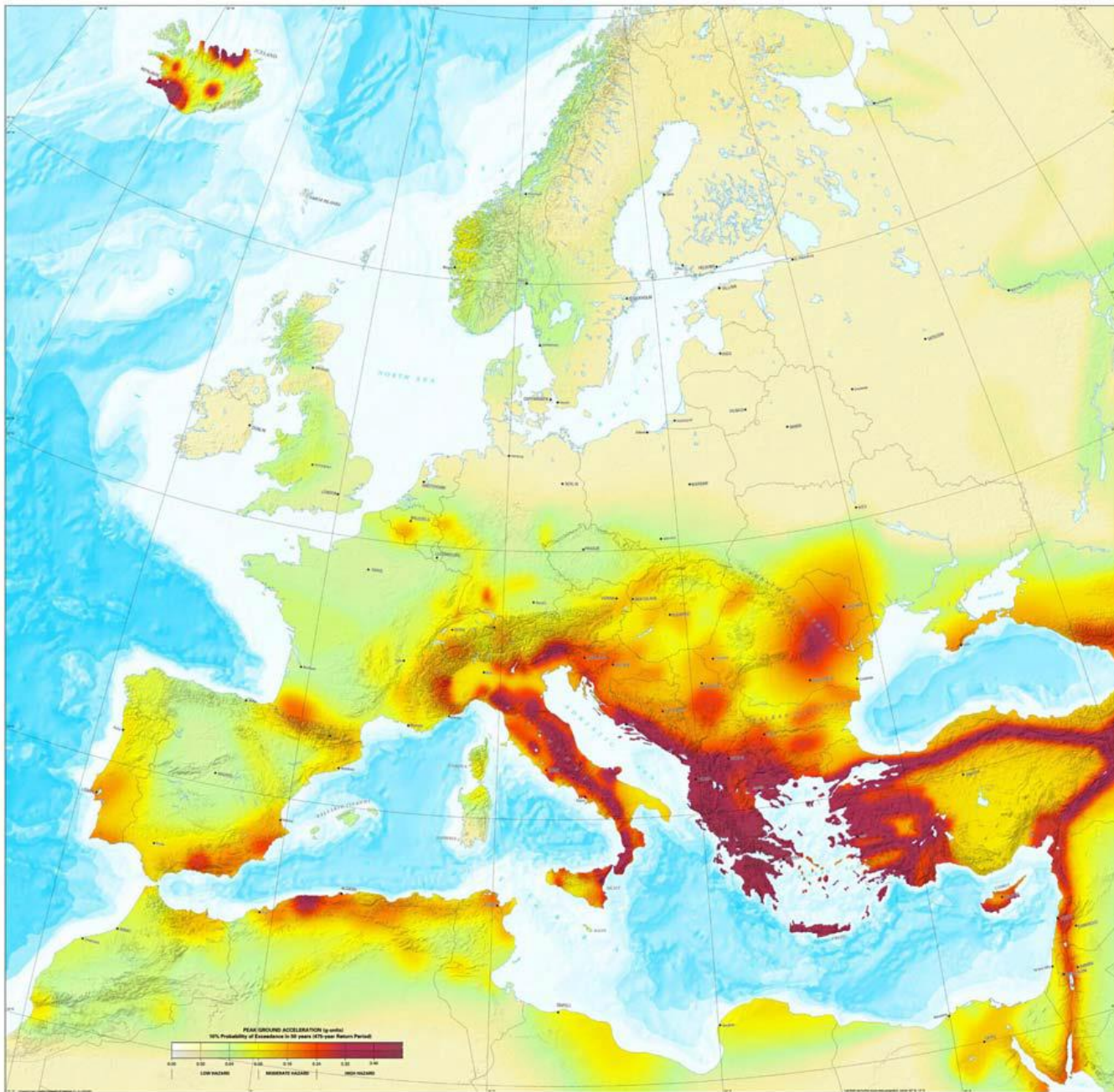
# EUROPEAN-MEDITERRANEAN SEISMIC HAZARD MAP

Editors: D. Giardini, M. J. Jiménez and G. Grünthal



Scale 1:5 000 000

February 2003



Слика 1.1. Европско-медитеранска карта на сеизмички hazard

Figure 1.1. European-Mediterranean map of seismic hazard  
(преземено од European Seismic Hazard Map 2013; <http://www.share-eu.org/node/90>)



Овие методи ја дефинираат веројатноста дека одредена магнитуда ќе биде надмината во одреден временски период. Вообичаените стандарди за сеизмичко проектирање на објекти обично се однесуваат на веројатност за надминување на одредена магнитуда во одреден период. Така EUROCODE 8 оперира со два типични земјотреси. За земјотрес со 10% веројатност на надминување во 10 години (еднаш во 95 години) објектот не треба да претрпи никакви оштетувања, а за земјотрес со 10% веројатност на надминување во 50 години (еднаш во 475 години), објектот може да претрпи оштетувања, но не смее да колабира. За нуклеарни центри овој период е 10 000 години (Однесување на конструктивни системи од високоградба на земјотрес/белешки).

Историската сеизмичност на регионот за подолг период се добива преку гранка од сеизмологијата наречена *палеосеизмологија*. Анализата на сеизмичкиот hazard може да биде претставена во облик на *спектар на одговор*. Во подеталните анализи, исто така, се разгледуваат и почвените услови. Доколку се гради на мека почва тогаш може да се очекуваат значително поголеми поместувања отколку на соседна карпеста подлога. На слика 1.1 е претставена карта на сеизмички hazard на Европа, при што сеизмичноста е изразена со максималното сеизмичко забрзување  $a_g$ . Од оваа карта може да се види дека целата територија на Република Македонија се наоѓа во регион со висок сеизмички hazard и вредност на  $a_g > 0.3g$ , каде што  $g$  е Земјиното забрзување.

Сеизмичкиот ризик освен резултатите од сеизмичкиот hazard ги зема предвид и „лудостите на човекот“. Нашата сигурност освен од сеизмичкиот hazard зависи и од квалитетот на она што го градиме. Така може да се чувствуваме многу посигурно во област со висок сеизмички hazard кога сме во објект изграден со респект кон сите современи сознанија за проектирање сеизмички отпорни конструкции. Од друга страна, пак, и во региони со умерен сеизмички ризик се можни сериозни штети на објекти со низок квалитет на проектирање и изведба. Определувањето на сеизмички ризик е база за донесување на одлуки поврзани со намалување на ризикот, клучен чекор во управувањето со ризик. Големите корпорации (како и локалната управа) го анализираат сопствениот градежен фонд, со цел да донесат решение во што е најдобро да се алоцираат средства за зајакнување на конструкциите или други

мерки при планирање на справување со катастрофи. При пресметувањето на ризикот на секој објект се земаат предвид не само потенцијалната опасност по животот на луѓето и конструктивните штети туку и опремата, односно прекилот на работата на системите за снабдување со вода, електрична енергија, патишта и пруги и др., а се води сметка и за нивната поврзаност.

За да се процени сеизмичкиот ризик, компјутерските програми ги земаат како влез параметрите на сеизмичкиот hazard и ги комбинираат со познатите карактеристики на конструкциите и постројките како што се зградите, мостовите, електроцентралите и др. Резултатот ја дава веројатноста за појавување на одредени економски штети или жртви. Резултатите можат да служат како генерална оцена за една цела класа на објекти, реалниот сеизмички ризик на одреден објект од таа класа може значително да отстапува во зависност од одделните карактеристики на објектот (конфигурација, материјал и сл.). Определувањето и анализата на сеизмичкиот ризик на одреден објект е најскапиот и најсеопфатен аспект на сеизмичкиот ризик.

## 1.2. Филозофија на проектирање на сеизмички отпорни конструкции

Филозофијата на проектирање на сеизмички отпорни конструкции се состои во следното:

- при земјотрес да не дојде до загуба на човечки животи,
- да се осигура континуитет на виталните функции на објектот,
- штетите настанати од дејство на сеизмичкиот товар да се сведат на минимум.

Затоа, од економски причини, за најголем број на објекти е прифатено дека:

- објектот не смее да се сруши или да загрози човечки животи при дејство на силни земјотреси (еднаш во 475 години),
- објектот да биде отпорен на дејство на умерени земјотреси (еднаш во 95 години), при што не треба да се јават оштетувања во конструктивниот систем, додека оштетувањата во неконструктивните елементи да се во прифатливи граници.

Врз основа на ова може да се констатира дека сигурноста на објектите при дејство на земјотрес подлежи на законите на теоријата на веројатност. Ниедна проектирана конструкција не може да биде апсолутно сигурна, односно нејзината веројатност на рушење да биде сведена на нула. Со зголемување на сеизмичката отпорност на конструкцијата може да се постигне задоволително мала веројатност на рушење, со што би се обезбедила доволно голема сигурност. Пристапот во проектирањето на сеизмички отпорни конструкции и задоволувањето на бараната сигурност на објектите доживувал перманентен развој во текот на времето. До првата половина на XX век конструкциите биле проектирани по застарениот концепт на дозволени напрегања. Според овој концепт сеизмичкото дејство било земено како значително редуциран еквивалентен статички товар (приближно 10% од тежината на објектот) без притоа да се бараат дополнителни мерки за дуктилност на конструктивните елементи.

Со развојот на динамиката на конструкции, сеизмологијата и земјотресното инженерство како научни дисциплини и достапноста на акцелерограмите од случените земјотреси, по 1960 год., дошло до значителна промена во пристапот на проектирање на сеизмички отпорни конструкции. Притоа се увидело дека реалните сеизмички сили кои се јавуваат во конструкциите при нивното еластично однесување се за неколку пати поголеми од проектните сеизмички сили со кои дотогаш се вршела анализата. Задржувањето на концептот на дозволени напрегања и еластично однесување на напречните пресеци за таквите големи сеизмички товари доведува до проектирање на крути и неекономични конструкции.

### 1.3. Метод на конечни елементи (Finite Element Method - FEM)

Гледајќи во историјата на FEM, корисноста на методот за првпат била препознаена во почетокот на 40-тите години на минатиот век од страна на

Richard Courant, германско-американски математичар. Додека Courant ја препознал својата апликација за голем број проблеми, потребни биле неколку децении пред пристапот да се примени генерално во областите од структурната механика.

Методот на конечни елементи е метод на анализа, кој со голема точност предвидува што се случува во конструкциите, пред и по нивниот колапс. Со помош на овој метод инженерите имаат на располагање алатка со која може да се определи тоталниот ефект при екстремни услови на товарење.

Иако формулацијата и математичкиот модел на овој метод се доста едноставни со нивна помош може да се симулира голема нелинеарност на конструкциите, како при статички така и при динамички товари. Со методот на конечни елементи може да се следи и визуализира рушењето на една конструкција, притоа следејќи ги сите фази на товарење: еластична фаза, појава на пукнатини, нивно следење (ширење), течење на арматурата, мали поместувања (линеарно еластични или нелинеарни), големи поместувања (геометриски и материјални промени), одвојување на елементите (конструктивни или неконструктивни), судир на истите (контактот помеѓу нив), како и судир со почвата и околните конструкции. Главните предности на оваа метода се фокусирани околу можноста за сигурно и прецизно предвидување на конструктивното однесување, почнувајќи од основните фази на товарење, преку првата појава на пукнатини, нивно ширење, па сè до комплетен колапс. Алгоритмите на методот ја олеснуваат комплексноста на конструктивната анализа без интервенција од корисникот и без сугестивни претпоставки за тоа кога и каде би се појавиле пукнатини.

Во методот на конечни елементи (FEM) елементите се споени меѓусебно со точки, при што сите деформации се случуваат внатре во елементите. При анализа на некоја конструкција често се јавува концентрација на напрегања и пукнатини на мало растојание во одредени зони. Овие зони обично се моделираат со погуста мрежа на конечни елементи. Во вакви случаи, доколку анализата се врши со методот на конечни елементи (FEM), преминот од елементи со поголеми димензии кон оние со помали мора да се изврши со помош на посебни техники, со кои би се осигурала конекцијата меѓу елементите.

Законите за проблеми поврзани со просторот и времето обично се изразуваат во однос на парцијални диференцијални равенки (PDE). За големиот број геометрии и проблеми овие равенки не можат да се решат со аналитички методи. Наместо тоа, може да се конструира апроксимација на равенките, обично базирана на различни видови дискретизации. Овие методи ги приближуваат PDE со равенки на нумеричкиот модел, кои можат да се решат со користење на нумерички методи. Решението за равенките од нумеричките модели, пак, е приближување на вистинското решение на PDE. Методот на конечни елементи (Finite Element Method-FEM) се користи за да се пресметаат ваквите приближувања.

На пример, функција  $u$ , која може да биде зависна променлива во PDE, може да се приближи со функција  $u_h$  со користење на линеарни комбинации на базични функции во согласност со следниов израз:

$$u \approx u_h,$$

каде што  $u_h = \sum_i u_i \varphi_i$  при што  $\varphi_i$  се основните функции и  $u_i$  ги означува коефициентите на функциите кои ја апроксимираат  $u$  со  $u_h$ .

Една од предностите на методот на конечни елементи е тоа што нуди голема слобода во изборот на дискретизацијата и во елементите кои можат да се користат за дискреција на просторот и основните функции.

Друга предност е дека теоријата е добро развиена. Истата дава корисни проценки за грешки или граници за грешката, кога равенките од нумеричкиот модел се решени на компјутер.

#### 1.4. Метод на конечни разлики (Finite Difference Method - FDM)

Овој нумерички метод е погоден за решавање на различни задачи од диференцијални равенки. Тој се базира на математичка дискреција на

диференцијалните равенки со трансформација во равенки со конечни разлики. Успешно се применува за проблеми со пластични деформации на конструкции. Ефикасноста на методот се намалува со сложеноста на внатрешните врски на набљудуваниот механички систем. Апроксимациите на конечната разлика на изводи се едни од наједноставните и најстарите методи за решавање на диференцијални равенки. Претставени се од Ојлер во 1768 г. во една димензија на просторот и проширени се во две димензии, простор и време, од страна на Рунге околу 1908 г. Појавата на методот на конечни разлики во нумеричките апликации започува во раните 50-ти години и неговиот развој бил поттикнат од појавата на компјутери кои нудат практична рамка за справување со сложените проблеми на науката и технологијата. Теоретски резултати се добиени во текот на последните пет децении во однос на точноста, стабилноста и конвергенцијата на методот на конечни разлики за парцијални диференцијални равенки. Принципот на методот на конечни разлики е близок до нумеричките шеми кои се користат за решавање на обични диференцијални равенки. Се состои во приближување на диференцијалниот оператор со замена на изводи во равенката. Доменот е поделен во простор и во време и приближувањата на решението се пресметуваат во просторот или во временските точки. Грешката помеѓу нумеричкото решение и точното решение се одредува со грешката која се пресметува од преминот од диференцијален оператор во оператор на разлика. Оваа грешка се нарекува грешка на дискретизацијата или грешка при скратување. Поимот грешка при скратување го отсликува фактот дека во приближувањето се користи конечниот дел од серијата Тејлор. Поради едноставност ќе го разгледаме само едnodимензионалниот случај. Главниот концепт зад секоја шема на конечни разлики е поврзан со дефиницијата на изводот на базната функција  $u$  во произволна точка  $x \in R$ :

$$u'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h}.$$

Кога  $h$  се стреми кон  $0$ , количникот од десната страна обезбедува „добро“ приближување на изводот. Со други зборови,  $h$  треба да биде доволно мало за да добиеме добра апроксимација.

#### 1.5. Методот на конечни разлики наспроти методот на конечни елементи

- МКР прави апроксимација на основните равенки во точките т.е. обезбедува континуираност на точки од мрежата на конечни разлики.
- Равенките во МКР се независни (несимултани) линеарни равенки со една непозната, додека во МКЕ равенките се симултани и треба да се решава систем од линеарни алгебарски равенки во секој временски чекор.

Ова го прави МКР поекономичен (побрз) во однос на МКЕ. За многу јазли во кои ги пресметуваме непознатите величини, ова е пресуден фактор зошто бираме МКР.

- Вештачките граници полесно се апроксимираат со МКР.
- МКР ги дава вредностите исклучиво во точките од мрежата. Не дава никакви апроксимативни функции за проценување на основните вредности (поместувања, во механика на цврсто тело), употребувајќи ги вредностите од точките. МКЕ може да ги даде вредностите во секоја точка. Сепак, вредностите добиени за точки различни од точките од мрежата се добиваат со интерполациони формули.
- МКЕ е погоден за моделирање на неправилни геометрии на пресметковниот домен.
- МКР бара поголем број на точки за поточни резултати, додека МКЕ бара помал број на точки.

## 1.6. Конструктивни карактеристики

Освен од побудата, одговорот на една конструкција при надворешни товари ќе зависи од нејзините основни конструктивни карактеристики: носивост, крутост и дуктилноста (VW Lee, MD Trifunac (2010)).

### 1.6.1. Носивост

Под носивост или јакост на конструкција или кој било нејзин конструктивен елемент се подразбира способноста да се спротивстави на дејството на внатрешните напрегања кои се јавуваат под влијание на надворешните сили или некои други фактори. Носивоста се оценува врз основа на максималното натоварување коешто може да го прими конструкцијата.

Носивоста на конструкцијата во целина, главно, зависи од геометриските и материјалните карактеристики на конструктивните елементи, како и од видот на аплицираните товари.

Вистинската носивост на конструкциите од високоградбата најчесто е многу поголема од носивоста која ја бараат прописите. Ова кај армирано-бетонските објекти најчесто се должи на: поволните ефекти на редистрибуција на напрегањата во дуктилните статички неопределени конструкции, претпоставките при димензионирање на конструктивните елементи, влијанието на неконструктивните елементи и сл.

#### 1.6.2. Крутост

Крутоста претставува конструктивна карактеристика која го покажува степенот на развиени деформации од дејство на надворешни товари. Крутоста исто така е и значајна карактеристика од која зависат сопствените периоди на осцилација на конструкцијата, кои пак во содејство со предоминантната периода на земјотресот ја дефинираат амплификацијата на динамичките оптоварувања врз конструкцијата. Доколку може да се оцени фреквентниот состав на земјотресот со изборот на крутоста може да се влијае на големината на сеизмичкиот одговор. При дејство на надворешни товари кои предизвикуваат однесување на конструкцијата во нелинеарно подрачје крутоста на конструкцијата се намалува, а со тоа се зголемуваат предоминантните периоди на сопствени осцилации. Ова намалување на крутоста на конструкцијата за дејство на земјотреси со мали предоминантни периоди поволно влијае врз големината на сеизмичкото оптоварување, поради фактот што конструкцијата навлегува во делот од спектарот со помала динамичка амплификација, односно поголема периода.

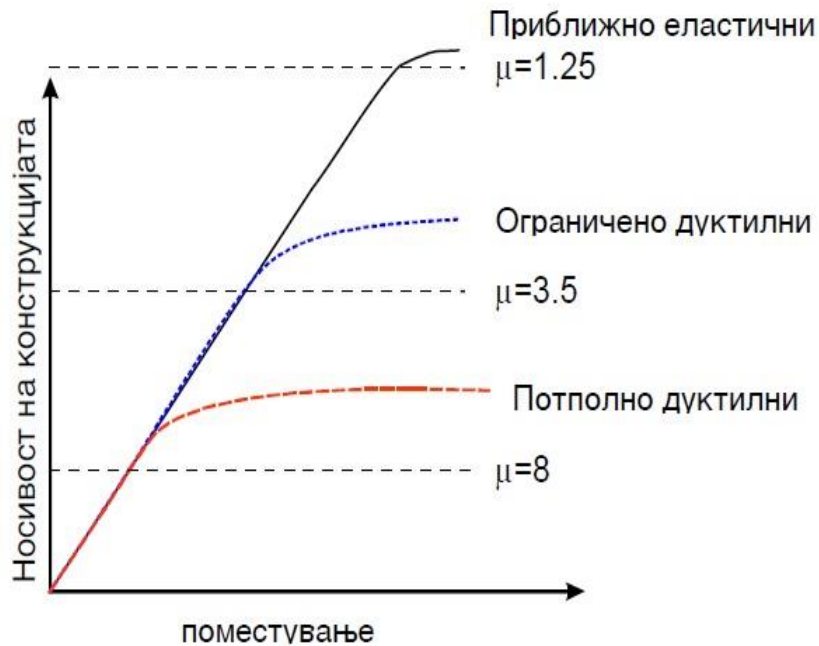


### 1.6.3. Дуктилноста

За да се минимизираат големите оштетувања и да се обезбеди опстанок на објектите со мал отпор на хоризонтални сили, конструкциите мораат да бидат способни да задржат голем дел од својата почетна јакост кога силен земјотрес ќе предизвика големи деформации. Овие деформации можат да бидат далеку зад границата на еластичност. Оваа способност на конструкцијата или нејзините конструктивни елементи да се спротивстават на надворешните влијанија во нелинеарната област на одговорот на конструкцијата е опишано со поимот дуктилноста. Дуктилноста се дефинира како однос помеѓу максималните нелинеарни деформации и деформациите на граница на течење

$$\mu = \frac{U_{max}}{U_y}$$

Во зависност од деформациите кои се разгледуваат, дуктилноста може да се дефинира како: дуктилноста на кривина, дуктилноста на поместување или дуктилноста на ротација. Ако бараната дуктилноста на конструкцијата е помала од приложената, тогаш конструкцијата може да го издржи земјотресот без рушење. Со други зборови, тоа значи дека максималната доживеана деформација е помала од деформацијата при рушење. Во зависност од обезбедената дуктилноста, конструкциите можат да се поделат на: приближно еластични, ограничено дуктилни и потполно дуктилни.



Слика 1.2. Капацитет на носивост на нелинеарни конструктивни системи

Figure 1.2. Load capacity of nonlinear structural systems

(преземено од *Однесување на конструктивни системи од високоградбата на земјотрес*,

[http://ktmj.m.gf.ukim.edu.mk/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_view&gid=145&tmpl=component&format=raw&Itemid=65&lang=mk](http://ktmj.m.gf.ukim.edu.mk/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=145&tmpl=component&format=raw&Itemid=65&lang=mk))

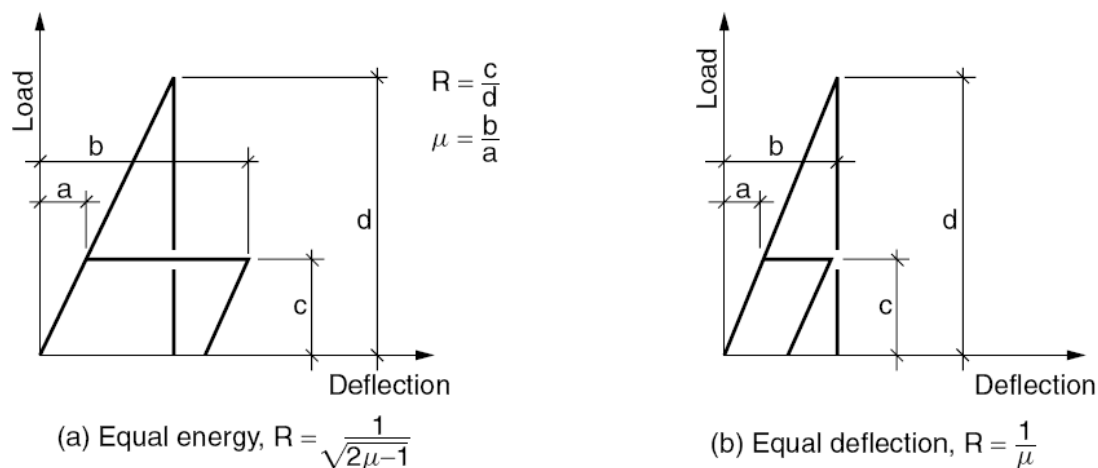
Конструкциите со голема дуктилност без рушење можат да претрпат доста големи пластични деформации, додека крутите конструкции не се способни да поднесат пластични деформации и до нивно рушење доаѓа веднаш по достигнувањето на границата на еластичност.

Оттука следи заклучокот дека сеизмичката отпорност на конструкцијата може да се постигне на два начина и тоа: со *голема носивост* (така што објектот ќе остане неоштетен во еластично подрачје) или со *помала носивост во комбинација со соодветна дуктилност* (доаѓа до оштетувања при силен земјотрес).

Кога објектот се проектира според втората варијанта со соодветна дуктилност, истиот мора да поседува одредена носивост така што ќе остане неоштетен при дејство на помал земјотрес, додека при поголем земјотрес не треба да дојде до преголеми деформации кои во комбинација со сопствената

тежина би довеле до рушење на објектот.

На оваа констатација се темелат и нашите сè уште важечки сеизмички прописи според кои објектите се димензионираат, така што без оштетувања ќе издржат хоризонтална сила која изнесува околу 10% од тежината на објектот. Оваа хоризонтална сила одговара на земјотрес со послаб интензитет. Доброто однесување на вака проектираните конструкции при дејство на посилни земјотреси се должи на дуктилноста што ја поседуваат правилно изведените објекти, која за армиранобетонските конструкции изнесува околу  $\mu=5$ , што пак според приближни проценки значи дека конструкцијата проектирана со хоризонтално оптоварување од 0.1G може без рушење да издржи и земјотрес со максимално забрзување од околу 0.3 g (од равенката за рамнотежа на енергијата  $R = 1/\sqrt{2\mu - 1}$ ).



Слика 1.3. Интерпретација на факторот на редуција R

Figure 1.3. Interpretation of the factor of reduction R

(преземено од *Однесување на конструктивни системи од високоградбата на земјотрес*,

[http://ktmjm.gf.ukim.edu.mk/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_view&gid=145&tmpl=component&format=raw&Itemid=65&lang=mk](http://ktmjm.gf.ukim.edu.mk/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=145&tmpl=component&format=raw&Itemid=65&lang=mk))

Од погоре кажаното може да се заклучи дека дуктилноста на конструкцијата е значаен фактор кој во голема мерка го подобрува нејзиното нелинеарно однесување. Обезбедената дуктилност на одделните конструктивни елементи, како и на конструкцијата како целина, овозможува редуција на

сеизмичкото влијание пресметано за еластично однесување. За таа цел се воведува т.н. фактор на редукција, кој е во директна врска со обезбедениот степен на дуктилност. За пресметка на факторот на редукција, како мерка за изедначување на еластичниот и нееластичниот одговор, се користат две алтернативни методи и тоа: метод на еднаква енергија и метод на еднакви поместувања.

Методот на еднаква енергија се базира на изедначување на деформационата енергија при еластично и еласто-пластично однесување, додека методот на еднакви поместувања се базира на еднакви поместувања при еластично и еласто-пластично однесување. Првиот метод се користи за редукција на сеизмичките сили во подрачје на мали и средни периоди, додека вториот метод се користи за долги периоди на осцилации на конструктивните системи. Треба да се напомене дека за подрачје на изразено кратки периоди вредноста на факторот на редукција е еднаков на единица,  $R=1$ , независно од степенот на обезбедената дуктилност. Ова дефинира област на еднакви забрзувања на конструкцијата и тлото, што би значело дека изразено крутите конструкции се проектираат на практично еластичен одговор.

Во нашите истражувања е претпоставка дека објектот е линеарен, додека тлото и темелот може да претрпат нелинеарни деформации. Влезната побуда е во форма на полусинусоиден пулс. Менувајќи ги параметрите кои влијаат на распределбата на енергија во системот ќе истражуваме како влезната сеизмичка енергија се распределува во системот. Влезната сеизмичка енергија во системот се трансформира во:

- работа за креирање и развивање на пластични деформации во тлото,
- енергија која се расфрлува по удар на бранот во темелот,
- енергија која се расфрлува по удар на бранот во контактот темел-објект,
- енергија која влегува во објектот.

Од посебна важност е да разбереме кое количество на енергија влегува во објектот и кој дел од оваа енергија е поради транслација, а кој поради извивање на објектот. Очекуваме дека резултатите од ова истражување ќе помогнат да разбереме зошто стандардните згради лоцирани на тла кои трпат големи

нелинеарни деформации се помалку оштетени отколку оние на тла со мали деформации на тлото.

### 1.7. Цел на истражувањето

Во овој труд анализираме распределба на енергија во интерактивен систем тло-темел-објект за произволен агол на влез на сеизмички бран во моделот. Анализата е спроведена со користење на нумеричка симулација на браново ширење. Во нашите истражувања користиме дводимензионални математички модели на систем тло-темел-објект. При сеизмичка активност во сеизмичкиот извор се генерира големо количество на енергија. Оваа енергија се шири (патува) во просторот во форма на еластични сеизмички бранови. Кога овие бранови удрат во објектот, дел од енергијата влегува во објектот, а дел се расфрла назад во тлото.

Цел на земјотресното инженерство е да проектира објекти отпорни на земјотрес. Почетокот на современото земјотресно инженерство датира со појавување на методот на спектрален одговор чиј творец е Maurice Biot. Иако методот на спектрален одговор е сè уште популарен и широко користен, во последните неколку декади, со развој на компјутерите истражувачите го проучуваат одговорот на објектите на сеизмички побуди користејќи нумерички симулации на браново пропагирање. Врз основа на овие симулации е развиен нов начин на проектирање, т.н. проектирање базирано на однесување на објектот. Во овој пристап, однесувањето на објектот за време на тресењето се набљудува од неколку аспекти. Од теренски истражувања веднаш по земјотрес се забележани промени на максималните амплитуди од движењето на тлото и промени на природните периоди на тлото. Ова може да се објасни со нелинеарниот одговор на тлото. За да истражуваме како брановата енергија од јаките пулсеви во близина на епицентарот се апсорбира, треба да имплементираме хистерезисни модели на однесување на тлото во нашиот математички модел. Близу епицентарот, движењето на тлото е нелинеарно, формирајќи зони на локални големи деформации. Од теоретските истражувања на модели со апсолутно крут темел познато е дека крутиот темел е ефикасен

расфрлувач на сеизмички бранови. Во реалниот свет темелите се флексибилни, но способни да расфрлат количина на енергија доволна да формира зони на пластични деформации.

За правилно проектирање на објекти отпорни на земјотрес, наша цел е да ја редуцираме енергијата која влегува во објектот. За проучување на феномените кои се јавуваат при интеракција тло-темел-објект користевме едноставни математички модели кои подоцна ги проширивме. Во ова истражување ќе се фокусираме на енергетскиот аспект на интеракцијата тло-темел-објект. Тоа е модерен пристап кој дава квантитативен увид на отпорноста на објектот за време на сеизмички настан.

Во сегашно време интеракцијата тло-конструкција е потценета како фактор во кодовите и стандардите за дизајнирање на конструкции отпорни на земјотреси. Еврокодот 8 ни дава насоки како да се изведе дизајн на конструкции отпорни на земјотрес користејќи два типични земјотреси: еден умерен кој се појавува еднаш во педесет години и друг разорувачки кој се појавува еднаш во петстотини години. Објектот би требало да биде дизајниран на таков начин да одговара на умерениот земјотрес без штети од поголеми размери и во исто време да биде оштетена, но без рушење во случај кога би се појавил разорувачкиот земјотрес.

Главната цел на нашата студија е да се разбере феноменот поврзан со интеракцијата и да се дадат правци за подобрување на дизајнот на конструкциите отпорни на земјотреси. Следните феномени, поврзани со интеракцијата тло-конструкција се појавуваат за време на силно побудување на тлото:

- диференцијални движења на контактот темел-објект за време на поминување на бран,
- радијациско придушување од страна на конструкцијата,
- расејување од темелот,
- редистрибуција на напрегање и енергија во системот,
- лизгање и триење, пукнатини во системот,

- секундарни ефекти како последица на сопствена тежина на конструкцијата и гравитацијата.

Во ова истражување нашиот главен фокус ќе биде на дистрибуцијата на напрегање и енергија во системот. Ќе користиме бездимензионална фреквенција, чиј сооднос е помеѓу ширината на конструкцијата и брановата должина на влезниот пулс. Како карактеристики на материјалот на нашиот 2Д модел потребни му се само брановите брзини и густините на тлото, темелот и конструкцијата. Поради празниот простор во реалниот 3Д објект, еквивалентната густина од неговата 2Д репрезентација е опфатена со делење на целокупната маса на објектот со волуменот кој го зазема во просторот. За типични згради (хотели, станбени и административни згради) густината на објектот е секогаш помала од густината на основата и тлото. Брзината на брановите во тлото зависи од неговите геолошки карактеристики и за седиментни басени, каде што обично се градат објекти, брзината на тангенцијалниот бран во зградата може да биде најдена од фундаменталниот природен период од зграда на фиксна основа од релацијата  $\beta_b = \frac{4H}{T}$ , каде што  $\beta_b$  е брзина на тангенцијален бран во зграда.  $H$  е висината на зградата и  $T$  е основна природна периода на зградата. За да се анализира влијанието на флексибилниот темел на одговорот, ние ќе ја варираме брзината на тангенцијалниот бран во темелот, но секогаш ќе ја чуваме поголема од брзината на тангенцијалниот бран во тлото. Параметрите кои ќе имаат влијание на интеракцијата и ќе бидат студирани се:

- фреквенција на влезниот тангенцијален SH бран,
- брзина на SH бран во тлото,
- деформација на попуштање на тлото,  $\varepsilon_y$ ,
- брзина на SH бран во фундамент (темел),
- брзина на SH бран во конструкцијата,
- висина и ширина на конструкцијата,
- густини на почва, темел и конструкција.

Ќе го користиме пристапот на бранова пропација за решавање на проблемот. Брановата равенка ќе биде решена нумерички во доменот кој се состои од тло, темел и зграда. Затоа што во реалниот свет проблемот е

дефиниран во бесконечен домен во тлото, ние ќе инкорпорираме вештачки граници на границите од пресметковниот модел кои кореспондираат со граничниот услов во бесконечност. Брзините и поместувањата во точките на слободните површини ќе бидат пресметувани при секој временски чекор, користејќи го пристапот на вакуумскиот формализам предложен од Vooge (1972).

Напрегањата, брзините и поместувањата при точките на контактите тло-темел и темел-зграда ќе бидат пресметани од континуираноста на напрегањата и континуираноста на поместувањата на овие точки.

Ќе го проучуваме одговорот на дводимензионален систем тло-темел-зграда каде што тлото и темелот може да претрпат нелинеарни, а објектот само линеарни деформации. Истражувањето ќе биде спроведено со примена на компјутерска симулација на ширење на сеизмички бран на нумерички модел. Равенката на бранот ќе ја решаваме со помош на нумеричкиот метод на конечни разлики (замена на парцијалните изводи во простор и време со нивните апроксимации во конечни разлики). Ќе ја користиме дефиницијата на равенката на бранот преку брзина на честичите, релативните деформации и напрегањата. Со интегрирање на брзината го добиваме поместувањето во точките. Брзините, поместувањата и релативните деформации во честичите на медиумот ќе се ажурираат во секој временски чекор.

Креираниот нумерички модел преку кој ќе се симулира одговорот на системот тло-темел-објект на влезен рамнински бран треба да биде параметарски модел каде што со едноставна промена на параметрите ќе се влијае на геометријата на објектот и темелот, ќе може да се модификуваат материјалните карактеристики на тлото, темелот и објектот. Еден ваков нумерички модел дава можност за широк спектар на испитувања на однесувањето на темелот и објектот и е добра основа на која може да се гради нумерички модел за анализа во слоевата почва. За да биде применлив овој модел во понатамошни испитувања, најнапред тој мора да се калибрира. Моделот ќе го имплементираме во програмскиот јазик FORTRAN и ќе ја тестираме неговата валидност.

Од предложеното истражување можеме да разбереме како да ги минимизираме енергијата и влезните параметри (поместување, брзини и др.) од



силното движење на земјата пренесено до објектот. Во повеќето стандарди и кодови ефектите од интеракцијата тло-објект се запоставени во дизајнот на конструкции отпорни на земјотреси. Дури од истражувањето направено за крути темели беше покажано дека при некои фреквенции (природни фреквенции на SSI систем) движењето на темелот е поголемо од движењето на слободната површина на која нема објект. Ова дава идеја дека постоечките кодови за дизајнирање на конструкции отпорни на земјотреси се веќе застарени.

### 1.8. Предмет и методологија на работа

Во овој труд изработивме математички, нумерички модел и извршивме негово имплементирање во компјутерска програма преку која ги проучувавме различните феномени поврзани со пропагирање на сеизмички бранови во системот тло-темел-објект. Се разгледува дводимензионален модел со SH побуда, а со тоа и одговорот на системот, нормален на рамнината на пропагирање на бранот. Од многуте феномени кои произлегуваат од одговорот на системот тло-објект посебно тежиште е дадено на делот од сеизмичката енергија која влегува во објектот.

Вкупната сеизмичката енергија која доаѓа до објектот од интерес се распределува на повеќе делови. Пред да дојде до темелот на објектот, дел од енергијата се губи за креирање и развој на трајни, пластични деформации во тлото. Друг дел се растура при судар на сеизмичките бранови со контактот темел – тло. Трет дел се губи на контактот темел – објект поради различни импеданци на материјалите. Само мал дел од вкупната сеизмичка енергија која доаѓа на разгледуваната локација влегува во зградата. Овој дел од целокупната сеизмичка енергија е директно одговорен за оштетувањата, а во крајна инстанца и колабирањата на објектите, па поради тоа заслужува посебно внимание. Понатаму, оваа енергија може да се класифицира во енергија која е резултат на транслација, торзија или енергија како резултат на браново пропагирање. Во оваа дисертација се проучени факторите кои влијаат на распределбата на енергијата со посебен интерес на енергијата која влегува во објектите. Го проучуваме одговорот на дводимензионален систем тло-темел-

објект при сеизмичка побуда во облик на полусинусоиден пулс. Истражувањето е спроведено со примена на компјутерска симулација на ширење на сеизмички бран на нумерички модел. Равенката на бранот е решена со помош на нумеричкиот метод на конечни разлики. Решението се состои од замена на парцијалните изводи во простор и време со нивните апроксимации во конечни разлики. За да го верификуваме методот, прво решаваме линеарен еднодимензионален (1Д) модел и ги проучуваме феномените кои произлегуваат од граничните услови на Dirichlet, Neumann и условите при подвижни граници. За линеарен модел, користејќи континуитет на поместувања и напрегања, аналитички може да се определи одговорот, што ни дава и можност да го валидираме нашиот нумерички модел. Крајната цел на истражувањето во оваа дисертација е да се определи како различните параметри:

- агол на пропација на бранот,
- крутост на темелот,
- крутост на почвата,
- степен на нелинеарност на почвата и
- времетраење на пулсот

влијаат на количината на сеизмичка енергија која ќе влезе во објектот.

Моделот се состои од три медиума: тло, темел и објект, со различна геометрија и различни физичко-механички карактеристики. Димензиите на темелот и објектот се конечни. Тлото е бесконечно од двете страни во хоризонтален правец, а во вертикален правец е ограничено на врвот – слободна површина и неограничено по длабина заради што треба да се имплементираат три вештачки граници. Во моделот земаме дека почвата може да претрпи нелинеарни деформации, а темелот и објектот остануваат линеарни. Интерес на истражувањето е како физичко-механичките карактеристики на темелот, природата на побудата, степенот на нелинеарност на почвата и влезниот агол на упадниот бран влијаат на енергијата која влегува во објектот. Поради тоа деталите во објектот (столбови, греди, плочи, платна и сл.) нема да бидат земени предвид, туку објектот и темелот ќе се моделираат како правоаголници. Моделите кои ги вклучуваат деталите во објектот се

неопходни при анализа и проектирање на тие детали, но поради сложеноста на ваквите модели, физичката интерпретација на резултатите е многу сложена.

Опишаниот математички модел е имплементиран во оригинална компјутерска програма напишана во Fortran. Програмата е тестирана и верифицирана користејќи го принципот за конзервација на енергија. Како побуда во истражувањето се користи полусинусоиден пулс со променливо времетраење и константна амплитуда. За секоја различна побуда – различно времетраење на пулсот се добива енергија која влегува во објектот, а која може да биде изразена со односот на: максималната средна брзина на честичките на контактот темел – објект и максималната брзина на честичките на површината на тлото кога не би постоел објект.

Истражувањето се одвиваше со варирање на параметрите кои влијаат на резултатот и врз основа на тоа се дефинираат параметарски криви. Од овие криви беа проучувани факторите кои влијаат на одговорот на системот почва-темел-објект на силни потреси на тлото.

Врз основа на досегашните знаења може да утврдиме под кои услови и каде се појавуваат максимални одговори на елементите со конечни димензии при сеизмички побуди. И така, проучувањето на граничните услови за различни проблеми станува многу значајно.

Фиксирани гранични услови се оние гранични услови каде што поместувањата и брзините на честичките на границите се еднакви на нула, во секој момент од време. Ако физичкиот процес се одвива околу центарот на регионот на интерес и предизвикува многу мало влијание врз границите, а во исто време, околината на регионот е стабилна, тогаш можеме да ги моделираме границите на математичкиот модел со фиксирани гранични услови. Најчесто постојат неколку видови различни гранични услови.

Првиот случај е со граници на Dirichlet, а во вториот на Neumann. Граничните услови на Neumann се појавуваат во постоечките физички граници на нашиот проблем, така што просторните изводи на поместувањата се нули и напрегањата се нули. Ако физичките граници се фиксирани и поместувањата се еднакви на нула во секое време тогаш имаме Dirichlet граница.

Ако границата е фиксна (поместувањето е нула) или границата е слободна (изводот од поместувањето односно напрегањето е нула), тогаш границата делува како совршен рефлектор, односно енергијата во целост се рефлектира назад во внатрешниот домен.

## 2. Преглед на литература

За динамичка анализа на проблемот дефиниран во бесконечен домен во однос на дискретни методи постои потреба за дефиниција на граница, *апсорбирачка*, *вештачка*, *нерефлектирачка* или *транспарентна* граница. Од практични причини, пресметковната област мора да биде конечна, а улогата на овие вештачки граници е да го замени ефектот на бесконечниот домен. Трансформирањето на бесконечниот математички модел во конечен математички модел подразбира формирање на почвен исечок ограничен од четири граници.

Kausel и Tassoulas (1981) ги класифицираат границите што се јавуваат во проблемите со пропагирање на бран во три групи:

- елементарни (нетрансмитуирачки, непропусни) граници,
- конзистентни (глобални) граници,
- имперфектни (локални) граници.

Во суштина, не постои остра поделба помеѓу глобалните и локалните граници, бидејќи многу од локалните граници се добиваат само со кратење на бесконечната серија добиена од некои глобални граници. Сепак, класификацијата тука се прави со идеите што авторите ги користат при развивањето на границата.

### 2.1. Елементарни граници

Во точките на елементарните граници се пропишуваат или поместувањата или напрегањата. Во првиот случај имаме Dirichlet, а во вториот е границата на Neumann. Овие два услови се јавуваат на постојните физички граници, каде што границата е без напрегање, така што напрегањата (просторните изводи на поместувањето) се нула или границата е фиксирана и поместувањата се нула во секој временски чекор.

На вештачките граници, ненултите услови на Dirichlet и Neumann може да се применат само за наједноставните проблеми во кои постои аналитичко решение на границата. Тоа е случај со полупростор во кој решението може да се добие од теоријата на зраци во која било точка на доменот или за проблемот со пропагирање на 1-D бран (Fujino Nakuno, 1978), каде што во точката на вештачката граница решението може да биде еднозначно дефинирано од решението на соседната точка, со менување во времето. Овие два примери се тривијални, но тие може да се користат како тест примери за точноста на реалните нумерички шеми кои ја опишуваат вештачката граница.

Ако на границата се пропишани нулто поместување (фиксна граница) или нулти напрегања (слободна граница) границата се однесува како совршен рефлектор, односно енергијата што се рефлектира назад во внатрешниот домен е еднаква на влезната енергија на границата. Фиксната граница го рефлектира влезниот бран надвор од доменот, а слободната граница го одразува во доменот.

Smith (1974) ги користел горенаведените својства на фиксната и слободна граница и создал апсорбирачка граница со решавање на границата двапати, прво имплицирајќи ја фиксната, а потоа слободната граница, земајќи ја средната вредност како решение. Како што посочува Kausel (1988), оваа граница е совршен апсорбер ако во моделот постои само една гранична површина. Во случај на повеќе од една граница во моделот, оваа граница не успева, бидејќи брановите се рефлектираат повеќе од еднаш.

## 2.2. Конзистентни (глобални) граници

Во текот на изминатата деценија, поради потребата од многу точни решенија за проблемите со бесконечни домени, употребата на конзистентни граници стана атрактивна. Овие граници се перфектни апсорбери, но тие не можат лесно да се применат во постапките на „марширање во времето“ поради нивната нелокалност, како во времето, така и во просторот. Оваа нелокалност доаѓа од величините што се појавуваат во граничните равенки во трансформираниот простор (Laplace или Fourier).

Обратната трансформација на овие величини назад во физичкиот простор не дава регуларни, локални диференцијални оператори, туку некои псевдодиференцијални оператори (Tsuykov, 1998). Резултатот е дека решението во граничната точка зависи од временската историја на решенијата во сите гранични точки.

Треба да се истакне дека ова не е така за 1-D проблемите, во кои граничниот услов може лесно да се добие во физичкиот простор. Понатаму, за бројот на Courant  $\frac{\beta \Delta t}{\Delta x} = 1$  дури и нема грешка во скратувањето од нумеричката шема (Dablain, 1986), бидејќи може да се тестира за случај на линеарни и нелинеарни деформации на 1-D линеарен полупростор.

Tsuykov (1998) дава детален преглед на постојните глобални и локални вештачки граници и покажува како да се користи методот на потенцијали разлики за решавање на проблемите во аеродинамиката.

Една од првите глобални граници е развиена од Engquist и Majda (1979). Клучната точка на оваа граница е да се елиминира полето што доаѓа (рефлектираното поле) на границата. Решението на линеарната равенка на бранот е:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \beta^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.1)$$

за рамнински бран може да биде напишана како  $u = u(\omega t + k_x x + k_y y)$  и дисперзивниот однос на решението е  $\frac{\omega^2}{\beta^2} = k_x^2 + k_y^2$ . Површините со константна

фаза се рамнините зададени со равенката  $\omega t + k_x x + k_y y = C$ . Овие рамнини патуваат во просторот во правец  $(-k_x, -k_y)$ . Ако пресметковниот домен е  $x \geq 0$  и вештачката граница е при  $x = 0$ , со решавање на дисперзивниот однос за  $k_x$ , имаме

$$k_x = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{\beta^2} - k_y^2}. \quad (2.2)$$

За дадена поставеност погоре и за позитивен  $k_x$  рефлектираните бранови од границата патуваат во позитивната  $x$ -насока и треба да имаат  $k_x < 0$ . Ова одговара на знакот минус во изразот за  $k_x$  и спротивното за појдовните бранови. Фуриева трансформација на (2.1) во  $t$  и  $y$  го дава односот:

$$-\left(\frac{\omega^2}{\beta^2} - k_y^2\right)\hat{u} = \frac{d^2\hat{u}}{dx^2},$$

каде што  $\hat{u}(\omega, x, k_y) = \iint_{t,y} u(t, x, y) e^{-i(\omega t + k_y y)} dt dy$ ,

или од (2.2)

$$\frac{d^2\hat{u}}{dx^2} + k_x^2\hat{u} = 0, \quad (2.3)$$

со решение

$$\hat{u} = C_1 e^{-i|k_x|x} + C_2 e^{i|k_x|x} = C_1 \hat{u}^{(1)} + C_2 \hat{u}^{(2)}. \quad (2.4)$$

Како што споменавме погоре, членот со негативен експонент е на рефлектиран бран од границата и треба да се отстрани од решението на границата. Ова значи дека решението на границата треба да биде паралелно (еднакво на константа) со членот на појдовниот бран,  $e^{i|k_x|x}$  (бран што патува во насока  $-x$ ). Оваа линеарна зависност помеѓу решението и излезниот бран на вештачката граница на  $x = 0$ , за обична диференцијална равенка од втор ред (2.3) е дадена со нулта-вредност на Wronski од втор ред како што следува:

$$W = \left. \begin{array}{c} \hat{u} \\ \frac{d\hat{u}}{dx} \end{array} \right|_{x=0} - \left. \begin{array}{c} \hat{u}^{(2)} \\ \frac{d\hat{u}^{(2)}}{dx} \end{array} \right|_{x=0} = 0.$$

Со замена на  $\hat{u}^{(2)} = e^{ik_x|x}$  и користејќи ја (2.2), за граничниот услов при  $x = 0$  во трансформираниот простор добиваме:

$$\frac{d\hat{u}}{dx} - i \sqrt{\frac{\omega^2}{\beta^2} - k_y^2} \cdot \hat{u} = 0 \quad (2.5)$$

Граничниот услов (2.5) може да се добие и со факторизација на операторот (2.3):

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k_x^2 \right) \hat{u} = \left( \frac{d}{dx} + ik_x \right) \left( \frac{d}{dx} - ik_x \right) \hat{u}.$$

Се забележува дека квадратниот корен во (2.5) се појавува како ирационален, за кој инверзната Фуриева трансформација назад кон физичкиот простор нема извод на  $u$ . При користење на оваа граница за нумеричко пресметување, квадратниот корен е рационализиран со користење на серија на приближувања на Pade (Clayton Engquist, 1977).

Значителен број на истражувања биле направени за конструирање на вештачки граници со користење на таканареченото Dirichlet-to-Neumann (DtN) картирање на вештачката граница (Givoli Keller, 1990; Grote Keller, 1996; Givoli, 2001). Идејата за овој пристап е да го изразат нормалниот извод на решението во однос на решението на границата.

Givoli и Keller (1990) го користеле DtN за решавање на проблемите во 2-D еластодинамиката, користејќи кружна вештачка граница  $r = R$ . Почнувајќи со Helmholtz декомпозиција на векторското поле на поместување и со користење на Sommerfeld радијационен услов за ротационите и иротационите потенцијали

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2} (\Phi_{,r} - ik_L \Phi) = 0 \quad \lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2} (\Psi_{,r} - ik_L \Psi) = 0. \quad (2.6a)$$

Решението за поместување во поларни координати се наоѓа како серија на Hankel функции од прв тип. Потоа, радијалните и попречните компоненти на поместувањето на границата  $r = R$  се прошируваат во една серија на Фурие по



кружна координата. Со поврзување на сличните членови од овие две серии се наоѓаат коефициентите на сериите кои вклучуваат Hankel функции, а со тоа и полето на поместување на границата  $r = R$ .

Користејќи го ова решение и односите меѓу напрегањата и поместувањата се добива напрегањето во поларните координати при  $r = R$ . Последниот чекор е да се вратиме во картезиските координати со добро позната ортогонална трансформација. На овој начин, пресметковниот домен станува анулус со вештачката граница како надворешна граница и внатрешна граница со произволна форма, каде што се препишуваат поместувањата и / или напрегањата.

Оваа граница била имплементирана во формулирањето на конечни елементи (Givoli и Keller, 1990). Ефектот на граничниот услов на стандардната шема на конечни елементи е додавање на дополнителна матрица  $K^b$ , чии елементи се бесконечни серии од кружни координати во стандардната матрица на крутост.

Сите глобални методи вклучуваат изводи од повисок ред во време и во тангенцијална насока на вештачката граница. За имплементација на овие граници во формулирање на конечни елементи треба да се развијат специјални конечни елементи кои имаат висока регуларност во тангенционалната насока на вештачката граница. Алтернативен приод, со кој се намалува редот на граничниот услов, т.н. произволен граничен услов од повисок ред, предложен е од неколку автори. Компромисот во овој пристап вклучува нови непознати на границата. Во овој пристап, првично развиената граница од повисок ред е заменета со еквивалентна од понизок ред.

### 2.3. Имперфектни (локални) граници

Имперфектните граници се добиени со помош на апроксимација на глобалните граници по простор и време. Главната предност на локалните вештачки граници е дека тие се локални во просторот и времето - односно решението во граничната точка зависи само од решенијата во неколку соседни точки во неколку временски чекори наназад. Другата предност за временските чекори е тоа што тие се дефинирани во временски домен и не се зависни од фреквенцијата. Иако тие не се совршени апсорбери, поради горенаведените особини, локалните граници се широко користени во практичните апликации.

Локалните апсорбирачки граници може да се поделат во неколку класи во зависност од начинот на апроксимирање. Разликуваме:

- параксијални граници,
- вискозни граници,
- повеќенасочни граници,
- граници базирани на излезниот бран,
- екстраполациони граници.

### 2.3.1. Параксијални граници

Една од најшироко користените вештачки граници е параксијалната граница развиена од Clayton и Engquist (1977), која се базира на глобалната граница на Engquist и Majda. Дводимензионалната скаларна бранова равенка е:

$$P_{xx} + P_{yy} = \frac{1}{\beta^2} P_{tt}, \quad (2.7)$$

каде што скаларното поле има форма:

$$P(x, z, t) = Ae^{i(\omega t \pm k_x x \pm k_y y)}. \quad (2.8)$$

За бран кој се шири во позитивна насока на оската знакот минус треба да се користи во соодветниот член. Тука,  $A$  е амплитудата на скаларот и е константа. Со замена на (2.8) во (2.7) и извршување на диференцијацијата го добиваме дисперзивниот однос:

$$\omega = \beta \sqrt{k_x^2 + k_y^2}. \quad (2.9)$$

Ако сакаме да го „пресечеме“ бранот во у насока, со наметнување на вештачка граница  $y = \text{const}$ , треба да го изразиме брановиот број  $k_y$ :

$$\frac{\beta k_y}{\omega} = \pm \sqrt{1 - \frac{\beta^2 k_x^2}{\omega^2}}. \quad (2.91)$$

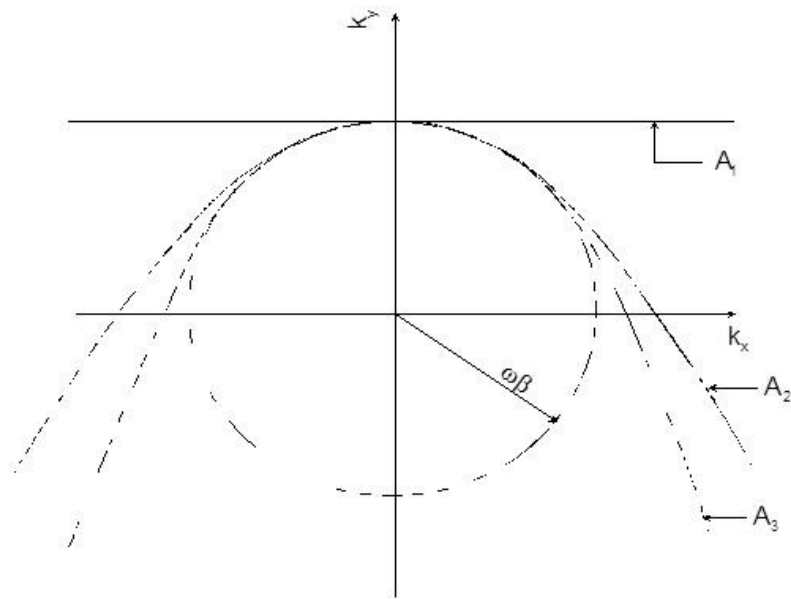
Со користење на експанзијата на Раде на квадратниот корен (Clayton & Engquist, 1977) можеме да ги добиеме првите три параксијални гранични услови во фреквентен домен. За позитивен знак во (2.8), тие се:

$$A1: \frac{\beta k_y}{\omega} = 1 + O\left(\left|\frac{\beta k_x}{\omega}\right|^2\right), \quad (2.92)$$

$$A2: \frac{\beta k_y}{\omega} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\beta k_x}{\omega}\right)^2 + O\left(\left|\frac{\beta k_x}{\omega}\right|^4\right), \text{ и} \quad (2.93)$$

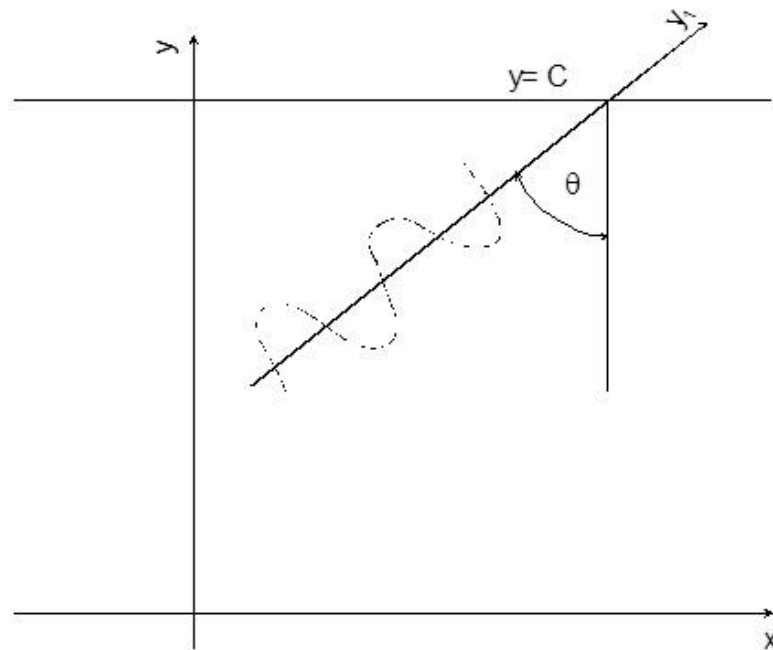
$$A3: \frac{\beta k_y}{\omega} = \frac{1 - \frac{3}{4}\left(\frac{\beta k_x}{\omega}\right)^2}{1 - \frac{1}{4}\left(\frac{\beta k_x}{\omega}\right)^2} + O\left(\left|\frac{\beta k_x}{\omega}\right|^6\right). \quad (2.94)$$

Графичка репрезентација на дисперзионите релации A1, A2 и A3, заедно со дисперзионата релација на бранова равенка  $k_z^2 + k_x^2 = k^2 = \left(\frac{\omega}{\beta}\right)^2$ , е дадена на слика 2.1. Од сликата и од релациите (2.92), (2.93) и (2.94) е очигледно дека грешката се намалува како што  $k_x$  станува помало или како што аголот  $\theta$  помеѓу бранот и нормалата на границата станува помал ( $k_x = k \sin \theta$ ). Во случај кога  $\theta = 0$ , бранот е целосно апсорбиран во сите три приближувања.



Слика 2.1. Дисперзниони релации за параксијалните граници

Figure 2.1. Dispersion relations for the paraxial boundaries



Слика 2.2. Ширење на бран кон вештачка граница  $y=C$

Figure 2.2. Wave propagating toward artificial boundary  $y=C$

Равенките (2.92), (2.93) и (2.94) не се применуваат во шеми на конечни разлики, но можат да се трансформираат во временски домен. На пример, ако сакаме да ја користиме апроксимацијата A2 за границата  $y = const$  и ако ширењето на бранот е во позитивна  $x$  и  $y$  насока (сл. 2.2), скаларното поле може да се претстави како:

$$P = C \cdot e^{-i(\omega t - k_x \cdot x - k_y \cdot y)}. \quad (2.95)$$

Равенката (2.93) ја поврзуваме со парцијалните изводи на  $P$ , и тоа:

$$P_{tt} = -\omega^2 P \quad P_{yt} = k_y \omega P \quad P_{xx} = -k_x^2 P.$$

Равенката (2.93) во временски домен е:

$$-\frac{\beta P_{yt}}{P_{tt}} = 1 - \frac{\beta^2}{2} \cdot \frac{P_{xx}}{P_{tt}}. \quad (2.96)$$

Слично можеме да ги претставиме и границите A1 и A3, и така трите граници во временски домен се:

$$A1: P_y + \frac{1}{\beta} \cdot P_t = 0 \quad (2.97a)$$

$$A2: P_{yt} + \frac{1}{\beta} \cdot P_{tt} - \frac{\beta}{2} \cdot P_{xx} = 0 \quad (2.97b)$$

$$A3: P_{ytt} - \frac{\beta^2}{4} \cdot P_{yxx} + \frac{1}{\beta} P_{ttt} - \frac{3\beta}{4} \cdot P_{txx} = 0 \quad (2.97c)$$

Clayton и Engquist (1977) вовеле коефициент на рефлексija за параксијалните граници:

$$r = -\left(\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}\right)^j \quad (2.98)$$

каде што  $j$  е редот на границата. Очигледно е, за  $\theta \rightarrow \pi/2$ ,  $r \rightarrow 1$ , што одговара на целосна рефлексija, но, како што беше истакнато од авторите, во практични проблеми овие компоненти на полето ќе бидат апсорбирани од следната,

нормална граница пред интеракцијата со внатрешното поле. Сепак, треба да очекуваме одредена количина на рефлексija.

Користејќи факторизација на диференцијалните оператори во 2-D равенката на бранот, Reynolds (1978) има изведено слична граница, која за апсорбирање на границата  $x = \text{const}$  е дадена како:

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{p}{1+p} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad (2.99)$$

каде што  $p = \beta \cdot \Delta t / \Delta x$ . Коефициентот на рефлексija е:

$$R = \frac{\cos \theta - \cos^2 \theta - \frac{p}{1+p} \cdot \sin^2 \theta}{\cos \theta + \cos^2 \theta + \frac{p}{1+p} \cdot \sin^2 \theta}. \quad (2.990)$$

Се забележува дека за  $p = 1$  коефициентот на рефлексija  $R$  е исто што и  $r$  во (2.98) за параксијални граници од втор ред. За различни параметри  $p$  и различни агли  $\theta$ , Reynolds го табелирал и го модифицирал коефициентот на рефлексija  $R$  даден во (2.990). Оттука, за  $\theta = \pi/6$  најмала рефлексija има при  $p = 1$ . За  $\theta = \pi/4$  равенката (2.99) е совршен апсорбер за  $p = 1/\sqrt{2}$ , а за  $\theta = \pi/3$  е совршен апсорбер за  $p = 1/2$ .

### 2.3.2. Вискозни граници

Овој тип на локални вештачки граници, базирани на Lysmer и Kuhlemeyer (1969), често се користи во практични пресметки поради неговата едноставност. За SH бранови, тангенцијалното напрегање (во насока на пропагирање на бранот) е зададено со  $\varepsilon = -\frac{\dot{u}}{\beta}$ , а нормалното напрегање (во насока нормална на границата) (слика 2.2) е:

$$\varepsilon_y = -\frac{\dot{u}}{\beta} \cdot \cos \theta. \quad (2.90a)$$

Ако равенката (2.90a) ја помножиме со  $G = \rho \cdot \beta^2$ , ја добиваме вискозната граница во следната форма:

$$\tau_{zy} + \rho\beta \cos \theta \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = 0. \quad (2.90b)$$

Ова ја изразува динамичката рамнотежа на границата  $y = C$ .

Равенката за брановиот број (2.95) може да се изрази во однос на насоката на ширење на бранот (аголот  $\theta$  на слика 2.2), и тоа:

$$k_x = k \sin \theta = \frac{\omega}{\beta} \sin \theta \quad ; \quad k_y = \frac{\omega}{\beta} \cos \theta.$$

Равенката (2.95) во поопшта форма може да се запише како:

$$P = f(t - k_x x - k_y y) = f\left(t - \frac{x \sin \theta + y \cos \theta}{\beta}\right), \quad (2.95a)$$

и скаларното поле  $P$  мора да ја задоволува равенката на бранот:

$$P_{tt} = \beta^2 (P_{xx} + P_{yy}) \Rightarrow P_{yy} = \frac{P_{tt}}{\beta^2} - P_{xx}. \quad (2.95b)$$

Ако земеме квадратен корен на диференцијалните оператори, можеме да напишеме:

$$P_y = \pm \sqrt{\frac{P_{tt}}{\beta^2} - P_{xx}}. \quad (2.95c)$$

Потсетувајќи се дека  $x = \frac{\beta t}{\sin \theta} \Rightarrow t = \frac{x \sin \theta}{\beta}$ ,

добиваме  $P_{xx} = P_{tt} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\sin^2 \theta}{\beta^2} P_{tt}$ .

Вршејќи ја потребната диференцијација во (2.95c) добиваме равенка за бран што се шири во позитивна насока на  $y$  оската (позитивен знак во 2.95c):

$$\left( \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\cos \theta}{\beta} \frac{\partial}{\partial t} \right) P = 0 \quad (2.95d)$$

Земајќи го скаларното поле  $P$  во (2.95d) како поле на поместување  $u$  и множејќи ја равенката (2.95d) со  $G = \rho\beta^2$ , ја добиваме вискозната граница (2.90b). Вискозната граница е совршен апсорбер за брановите со нормална инциденца (агол на влез на бранот), во кој случај вискозната граница е идентична со параксијалната граница од прв ред (2.97a).

### 2.3.3. Повеќенасочни граници

Пристапот кон повеќенасочните граници започнува од концептот на вискозни граници. Ако SH бран се пропагира во правецот  $y_1$  (слика 2.2), односот помеѓу брзината на честичките и деформацијата е даден со:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\beta \frac{\partial u}{\partial y_1}, \quad (2.911)$$

кое се добива од еднодимензионалната равенка за бран во насока на  $y_1$ . Бидејќи потребен ни е извод по однос на  $y$ , десната страна на (2.911) треба да се модифицира. Користејќи го односот  $y = \frac{y_1}{\cos \theta}$ , десната страна од равенството

(2.911) ја добива формата  $\frac{\partial u}{\partial y_1} = \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial y_1} = \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$ . Со замена на ова во (2.911)

повторно ја добиваме равенката (2.95d), каде што скаларното поле е  $u$ . Од ова доаѓа идејата за повеќенасочна граница. Бидејќи во општ случај влезните агли на брановите на границата се различни, Higdon (1986; 1991) ги апроксимирал со конечно множество од  $m$  влезни агли. Тогаш апсорбирачката граница може да биде напишана во форма:

$$\left\{ \prod_{j=1}^m \left[ (\cos \alpha_j) \frac{\partial}{\partial t} + \beta \frac{\partial}{\partial y} \right] \right\} u = 0, \quad (2.912)$$

каде што  $\alpha_j$  се агли на влез на бранот. Така, компонентите на бранот кои влијаат на границата со агли на инциденцата еднакви на  $\alpha_j$  ќе бидат целосно апсорбирани, односно рефлексивната ќе биде сведена на минимум. Теоретски,



како  $m \rightarrow \infty$ , оваа граница е перфектен апсорбер за секое скаларно поле од бранови. Исто така, се забележува во случај кога  $\alpha_j = 0 \quad \forall 1 \leq j \leq m$ , оваа граница станува идентична со параксијалната граница A1 (2.97a).

Се поставува прашањето за тоа колку агли,  $m$ , треба да бидат вклучени во (2.912) и при кои вредности за нив би имало успешна апсорпција. Од нумерички тестови, Higdon (1991) заклучил дека  $m = 2$  е практичен избор, но вредностите за  $\alpha_j$  зависат од проблемот. На пример, ако брановите се со нормална инциденца, сите  $\alpha_j$  во (2.912) би требало да се земат еднакви на нула. Но, исто така од нумерички тестови, Higdon заклучил дека количеството на рефлексивност не зависи многу од вредностите на овие агли. Очигледно, рангот на овие вредности мора да биде  $|\alpha_j| < \frac{\pi}{2}$ , кое следува од геометријата на слика 2.2 и од насоката на пропагирање на бранот.

Коефициентот на рефлексивност за оваа граница е:

$$R_m = \prod_{j=1}^m \left| \frac{\cos \alpha_j - \cos \theta}{\cos \alpha_j + \cos \theta} \right|,$$

што е големо подобрување во споредба со вискозните граници и A1 границите, бидејќи сите множители во производот се помали од 1 и производот е помал од кој било множител.

Предностите на оваа граница се:

- Едноставна е (составена е од изводи од прв ред и лесно може да се спроведе);
- Нема потреба од дополнително дефинирање на аглите како кај параксијалните граници;
- Апроксимацијата користи вредности на постојните мрежни точки во споредба со екстраполационите граници каде што треба да се воведат *мониторинг* (контролни точки на мрежата).

Главниот недостаток е зависноста на бројот  $m$  и вредностите на  $\alpha_j$ .

### 2.3.4. Граници базирани на расејување на излезниот бран

Bayliss и Turkel (1980) ги претставуваат вештачките граници врз основа на расејување на бранот, како што следува:

$$p(t, r, \theta, \phi) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{f_j(t-r, \theta, \phi)}{r^j}. \quad (2.913)$$

Ако ја помножимо равенката (2.913) со  $r^m$  и го додадеме операторот  $L^m = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \right)^m$ , добиваме  $L^m(r^m p) = O(r^{-m-1})$ .

За да може операторот да работи само со  $p$ , авторите вклучиле нови оператори:

$$B_m p = \prod_{l=1}^m \left( L + \frac{2l-1}{r} \right) \quad (2.914)$$

со оценка на грешката  $O(r^{-2m-1})$ .

### 2.3.5. Екстраполациони граници

За овој тип на граници повторно се користи идејата за пропагирање на 1-D бран. Вкупното браново поле може да се претстави како збир на компоненти што се шират во различни насоки  $\xi_i$  (Liao & Wong, 1984):

$$U(x, y, z, t) = \sum_i u_i(\xi_i - \beta t). \quad (2.915)$$

Поместувањето во точката P во време  $t + \Delta t$ ,  $\xi$  може да се претстави како (слика 2.3):

$$u(\xi_p - c(t + \Delta t)) = u((\xi_p - c\Delta t) - ct) = u((\xi_p - 2c\Delta t) - c(t - \Delta t)) = \dots \quad (2.916)$$

Затоа поместувањето во P е изразено како поместување во точки E на растојание  $kc\Delta t$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) од точката P, назад во насока на пропагирањето, во времиња  $t, t - \Delta t, t - 2\Delta t, \dots$

Очигледно е дека равенката (2.916) не може да се примени во практични пресметки, бидејќи постојат бесконечно многу насоки на ширење на брановите и компонентите на полето не можат бидат одвоени во точките  $E$ , дури и ако претпоставиме дека може да се одбере мрежа со овие точки. Можеме да ги одредиме точките на нормалата подигната од  $P$  и да ги воведеме контролните точки. Овие точки ја играат улогата на точки кои лежат на истиот бранов фронт како и точките  $E$ , на растојанија  $kc\Delta t$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) од точката  $P$  во насока на нормалата. Сепак, бидејќи насоката за ширење на бранот не е позната, овие точки не можат да се лоцираат на истиот бранов фронт како и точките  $E$ . Тоа што може да се направи е да се лоцираат овие контролни точки на еднакви растојанија  $d$ , така што грешката од нивната точна локација е  $k\varepsilon_0$  ( $k=1, 2, \dots$ ). Потоа, користејќи го методот на разлики наназад, со помош на екстраполационата формула на Newton-Gregory се добива поместувањето во  $P$ , во време  $t + \Delta t$ :

$$u = u_0 + \Delta u_0 + \Delta^2 u_0 + \dots + \Delta^N u_0 + O(\varepsilon_0^{N+1}), \quad (2.917)$$

каде што  $\Delta$  се разликите наназад во простор (во насока на нормалата- $x$ ) и време:

$$\Delta u_0 = u_0 - u_{-1} \quad \Delta^2 u_0 = u_0 - 2u_{-1} + u_{-2} = \Delta u_0 - \Delta u_{-1} \quad \dots \quad \Delta^m u_0 = \Delta^{m-1} u_0 - \Delta^{m-1} u_{-1}.$$

Поместувањата се оценуваат на следниов начин:

$$u_{-k} = u[x_p - (k+1)d, y_p, t - k\Delta t]. \quad (2.918)$$

Бидејќи контролните точки за следење  $A$ - $k$  не се мрежни точки, вршењето на екстраполација (2.917) бара вредностите на поместувањата (2.918) да бидат интерполирани во сите точки за следење од соседните мрежни точки. Ова е главниот недостаток на оваа граница. Слична идеја за екстраполационите граници била користена од Liao et al. (1978) во решавањето на кружен крут диск прицврстен за површината на хомоген изотропски полупростор.

Многу други автори предлагаат локални вештачки граници кои може да се гледаат како модификации на горенаведените пет.

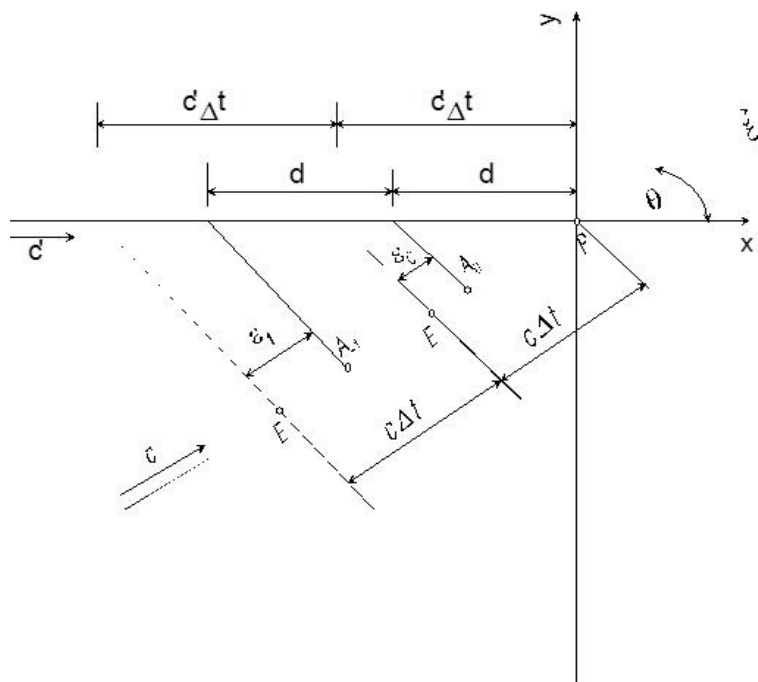
Kausel (1988) презентира преглед на локалните вештачки граници и заклучува дека сите од нив може да се изразат со слични равенки барем во

континуиран домен, како што видовме погоре за параксијални, вискозни и повеќенасочни граници. Тој предлага дека за апликации каде што се применува методот со конечни разлики границите од параксијален тип се најпогодни, а за апликации со метод на конечни елементи - екстраполационите граници.

#### 2.4. PML апсорбирачки граници (Perfectly matched layer)

Апсорбирачките граници PML се модел на апсорбирачки слој, кој кога е поставен до еластичниот ограничен домен речиси совршено ги апсорбира сите бранови кои патуваат надвор од ограничениот домен, без никакво рефлектирање од интерфејсот помеѓу ограничениот домен и PML. Излезниот (рефлектиран) бран се апсорбира и атенуира во PML. Постои одредена рефлексија на бранот од фиксната надворешна граница на PML, но тој рефлектиран бран може да се направи мал колку што е потребно. Затоа, точен модел на неограничен домен може да се добие дури и ако PML се ставени многу блиску до побудата.

PML границите функционираат „совршено“ (како што имплицира името) за сите влезни агли и за сите фреквенции. Постојат неколку различни формулации на овие граници.



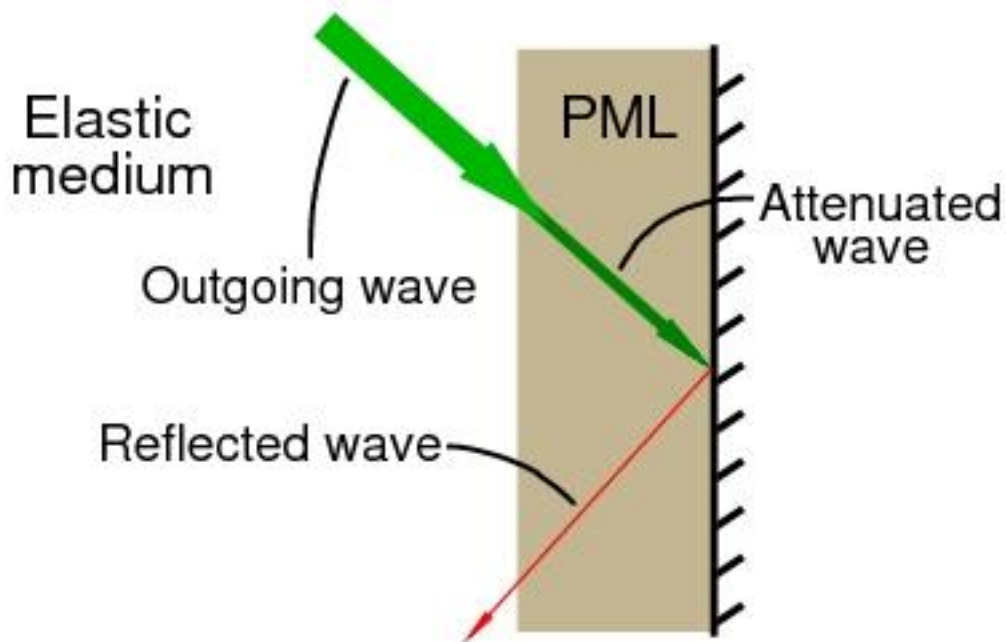
Слика 2.3. Екстраполациона граница

Figure 2.3. Extrapolation boundary

Сепак, сите PML во суштина делуваат како загуба на енергија. Енергијата што се губи, или загубениот слој, се користи за апсорбирање на брановите кои се шират од внатрешноста на мрежата. PML се анизотропни и конструирани на таков начин што нема загуба во тангенцијална насока на интерфејсот помеѓу регионот без загуби и PML. Сепак, во PML секогаш има загуба во нормалениот правец на интерфејсот. PML првично биле предложени од Berenger во 1994 година. Тој секоја област од компоненти ја поделил во два одделни дела. Вистинското поле од компоненти е збир од тие два дела, но со поделбата на полето Berenger создадал (нефизички) анизотропски медиум со потребната фазна брзина и спроводливост за да ги елиминира рефлексите на еден интерфејс помеѓу PML и не-PML регионот.

PML границите се, всушност, аналитичко продолжување на брановата равенка во комплексни координати, заменувајќи ги брановите што се шират со експоненцијално рафлектирани бранови. Идејата, исто така, се состои во

определување на видот на решението во PML и добивање на соодветните равенки и услови на интерфејсот. На овој начин може да се конструираат нерелефрактни PML. Она што PML ги разликува од обичниот апсорбирачки материјал (слој) е тоа што тие се дизајнирани така што влезните бранови по PML од не-PML медиумот не се одразуваат на интерфејсот. Ова својство им овозможува на PML силно апсорбирање на излезните бранови од внатрешноста на регионот, не рефлектирајќи ги назад во неа.



Слика 2.4. PML апсорбирачка граница

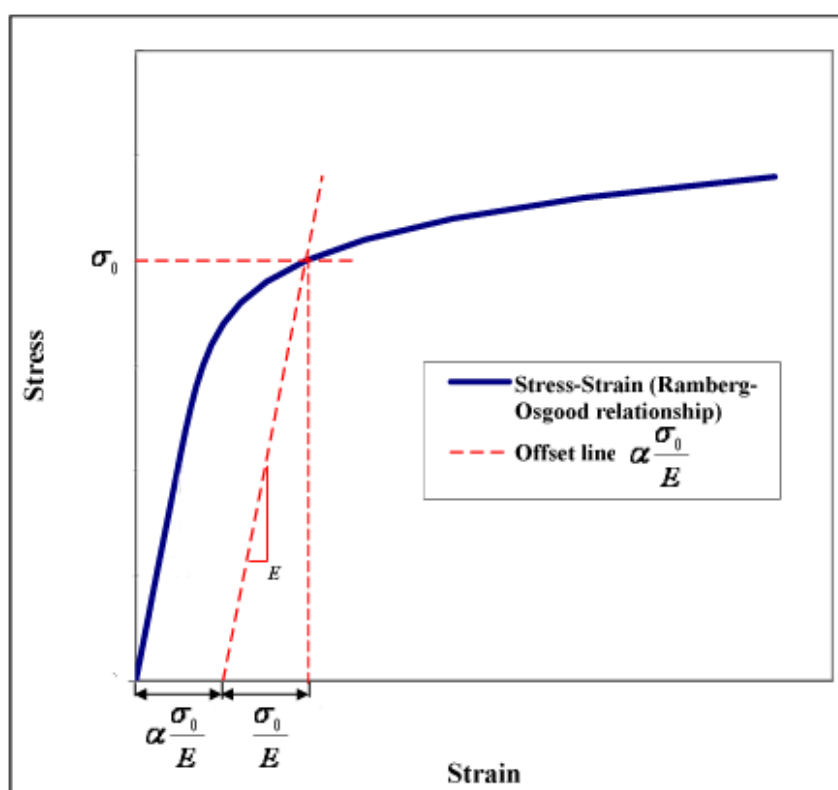
Figure 2.4. PML Absorbing boundary

(преземено [http://www.lstc.com/applications/soil\\_structure/pml](http://www.lstc.com/applications/soil_structure/pml))

Користејќи PML вештачки граници, Јосифовски (Dissertation, Skorje 2010) го проучува одговорот на различни динамички побуди на крут површински темел поставен на полупростор или на слоевит медиум.

### 3. Материјални закони

Условите за компатабилност се однесуваат на деформацијата, а условите за рамнотежа се однесуваат на напрегањето. Очигледно е дека постои врска меѓу деформацијата и напрегањето. Оваа врска зависи од механичките карактеристики на материјалот базиран на силите меѓу елементарните честици. Кај почвите, поради нивната нехомогеност, врска меѓу напрегањата и деформациите е посложена. Така различни автори предлагаат различни конститутивни закони (модел) за почви.



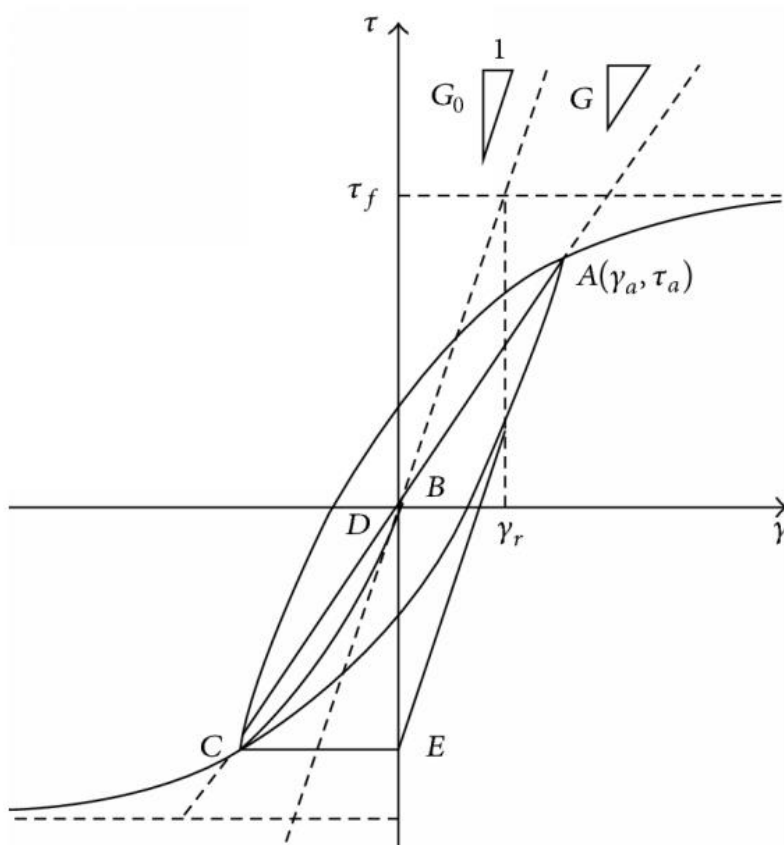
Слика 3.1. Врска меѓу напрегањето и деформацијата - модел на Ramberg-Osgood

Figure 3.1. Relationship between the stress and the strain – Ramberg-Osgood model (преземено од

[https://en.wikipedia.org/wiki/Ramberg%E2%80%93Osgood\\_relationship](https://en.wikipedia.org/wiki/Ramberg%E2%80%93Osgood_relationship))

Меѓу најпознатите модели се Ramberg-Osgood и Hardin-Drnevich моделот на почви (слика 3.1 и слика 3.2). Однесувањето на материјалите (врска меѓу напрегањата и деформациите) при оптоварување и растоварување обично се

апроксимира со билинеарни конститутивни закони (слика 5.3), каде што ако вториот нагиб е 0 за материјалот велиме дека е идеално еласто-пластичен.



Слика 3.2. Врска меѓу напрегањето и деформацијата – модел на Hardin-Drnevich

Figure 3.2. Relationship between the stress and the strain – Hardin-Drnevich model

(преземено од Elgamal, A., Linjun, Y., Zaohui, Y., and Conte, J.P. (2008))

### 3.1. Еластични модели

Наједноставен модел на врска меѓу деформацијата и напрегањето е линеарно-еластичен модел - Хуков закон. Според овој закон напрегањето е пропорционално на деформацијата, односно:



$$\sigma = C\varepsilon \quad (3.1)$$

каде што  $C$  е матрица од константи, кои го карактеризираат материјалот.

За рамнинска состојба на напрегањата, матрицата на пропорционалност е:

$$C = \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

каде што  $\nu$  е Поисонов коефициент.

Ако напрегањата се по една оска, наместо матрица  $C$  имаме константа на пропорционалност, модул на еластичност на материјалот  $E$ :

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.3)$$

Постои и нелинеарен еластичен модел. Кај овој модел односот помеѓу деформацијата и напрегањето е еластичен, но не е пропорционален. Равенката на нелинеарниот еластичен модел гласи:

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad (3.4)$$

### 3.2. Нееластични модели

Идеално еластично однесување кај повеќе материјали е можно само под влијание на многу мали оптоварувања. За многу материјали вообичаени се отстапувања на кривата на оптоварување и ослободување и кај мали оптоварувања. Потребно е да се земе предвид моменталниот прираст на деформацијата  $\dot{\varepsilon}$ , а во посложените случаи и целокупната промена на материјалот. Овој однос меѓу деформацијата и напрегањето се прикажува со равенката:

$$\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \quad (3.5)$$

### 3.3. Закон за рамнотежа

Според Првиот Њутнов закон, тело во инерцијален систем останува во состојба на мирување ако на него не дејствува некоја сила. Телото мирува само ако резултантата од сите сили и моменти е еднаква на нула:

$$\sum_{i=1}^n f_i = 0, \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=1}^m m_j + \sum_{i=1}^n (r_i \times f_i) = 0, \quad (3.7)$$

каде што  $f_i$  се силите кои дејствуваат на телото,  $m_i$  концентрираните моменти и  $r_i$  се радиус векторите. Овие две равенки го претставуваат законот за рамнотежа. При оптоварување на конструкција доаѓа до појава на напрегање и се создава поле од напрегања, претставено со следната матрица од скаларни функции:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Компонентите на напрегањата мораат да ги задоволуваат и диференцијалните закони за рамнотежа, кои можеме да ги изведеме од равенките:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

при што  $f_x$ ,  $f_y$  и  $f_z$  се компоненти на векторот на волуменските сили кои дејствуваат во внатрешноста на диференцијалниот елемент, а  $u$ ,  $v$ ,  $w$  се компоненти на векторот на поместување,

$$f^T = [f_x, f_y, f_z] \quad (4.1)$$

Напрегањето можеме да го претставиме како вектор од шест компоненти, и тоа:

$$\sigma = [\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}] \quad (3.92)$$

Ако телото е оптоварено во мирување, тогаш мирува и секој дел од истото. Тогаш секој поединечен дел можеме да го анализираме како оптоварено тело во мирување и за секој важи Првиот Њутнов закон. Тоа значи дека секој таков дел од телото треба да биде во рамнотежа, односно резултантата од силите и моментите кои дејствуваат на него да биде еднаква на нула. По оптоварувањето телото зазема деформирана положба и се наоѓа во рамнотежа. Тоа значи дека законите за рамнотежа треба да се постават на деформираната состојба која претходно не е позната. Равенките за рамнотежа во општ случај се нелинеарни. Кај релативно мали деформации законите за рамнотежа можеме да ги линеаризираме, односно претходно непознатиот облик на деформација на телото да го апроксимираме кон почетниот недеформиран облик.

За непознати шест компоненти на напрегањето имаме само три равенки за рамнотежа. Тоа значи, исто како и кај деформацијата, дека напрегањата се зависни меѓу себе.

#### 3.4. Интеракција тло-темел-објект

Кога почвата се анализира без конструкција на неа може да се утврди нејзиното влијание на карактеристиките на сеизмичките бранови кои се движат од внатрешноста кон површината на почвата. Одговорот на почвата на сеизмички бранови се нарекува слободно движење на површината на земјата (free-field).

И покрај вообичаената претпоставка, јасно е дека конструкциите, односно нивните столбови, не се тотално вкештени (прицврстени) за основните точки и темелната конструкција до некој степен е флексибилна. Поради тоа, деформацијата и поместувањето на конструкцијата при земјотрес зависат од интеракцијата на три поврзани системи: конструкцијата, темелот и геолошката средина во којашто се наоѓа темелот, почвата.

Механизмот на интеракција помеѓу конструкцијата, темелот и почвата го опишуваат два физички феномени:

- Кинематичка интеракција: присуство на крутост на конструкцијата или на круто тло е причина за различни движења на темелот и тлото во околината. Овој феномен е аналоген на проблемот за модификација на сеизмичките бранови под влијание на почвата.
- Инерцијална интеракција: инерцијалните сили кои се развиваат во конструкцијата по нејзините осцилации, ги зголемуваат силите и моментите во темелот. Како последица се појавува поместување на темелот во однос на тлото во близина.

Ефектот од овие феномени најчесто се опишува со комплексна трансфер функција (*impedance function*), која го поврзува движењето на тлото и темелот или комплексна функција која ја квантификува крутоста и придружувањето кои ја карактеризираат интеракцијата тло-темел. И двете функции се последица на конечна крутост и придружување на тлото. По претпоставка за совршено круто тло, која е вообичаена, крутоста на тлото е бесконечна, амплитудата на трансфер функцијата е единица, а периодот нула, кое води до тоа дека движењето на тлото и темелот се идентични. Исто така, оваа функција има бесконечно голем реален дел, а додека имагинарниот дел е нула. Проблемот на интеракција на тло-темел-конструкција може да се подели на три дела, така што со комбинација на секој поединечно би се дошло до комплетно решение:

1) Одредување на сеизмички влез во темелот, кое би покажало движења што би се појавиле во темелот кога конструкцијата и темелот не би имале маса. Овие движења зависат од крутоста и геометријата на темелот и тлото. Занемарувајќи ги инерцијалните ефекти, ова решение би опишало само кинематичка интеракција.

2) Одредување на функцијата на отпор (*impedance*). Оваа функција ја карактеризира крутоста и придружувањето на системот тло-темел, односно нивната интеракција и ги зема предвид карактеристиките на тлото, крутоста и геометријата на основата на конструкцијата.

$$I = \rho V \quad (3.93)$$

каде што  $\rho$  е густина, а  $V$  е брзината на сеизмичкиот бран.

3) Динамичка анализа на конструкција поставена на подвижни носачи, кои се претставени со *impedance* функцијата и се подложени на поместувања во нивото на темелот.

## 4. Пресметковен модел

### 4.1. Еднодимензионален модел за браново ширење

До шеесеттите години од минатиот век, за анализа и дизајн на конструкции отпорни на јаки потреси на тлото, единствено се користел методот на спектрален одговор базиран на класичната теорија на осцилации (Biot 1932, 1933). Во шеесеттите години во Јапонија анализата на конструкции на сеизмички побуди почнува да се врши по методот на браново ширење (браново пропагирање). Овој метод е базиран на директно нумеричко решавање на брановата парцијална диференцијална равенка. Од седумдесеттите години па наваму, овој метод широко се применува во анализа и дизајнирање на конструкции отпорни на сеизмички побуди. На почеток на примена на методот, одговорот на конструкциите на сеизмички побуди се проучувал на еднодимензионални линеарни математички модели за браново пропагирање (Kanai, 1965). Подоцна во истражувањата се применуваат еднодимензионални нелинеарни модели (Safak, 1998), а во денешно време најчесто се применуваат дводимензионални модели за истражување на различни аспекти на нелинеарниот одговор на системот тло-конструкција на јаки сеизмички бранови.

Во последната деценија се развиваат и тридимензионални модели (Elgamal et al. 2008), како и детални дводимензионални модели (Zhang et al., 2008). Иако неопходни за сеизмичка анализа на важни конструкции во реални услови, поради истовремено влијание на мноштво од нивните особини и детали, детална интерпретација на резултатите кај овие модели доведува до тешкотии и затоа сè уште поретко се користат во истражувањата на физиката на сеизмичките феномени.

За да го разбереме одговорот на дводимензионален систем тло-темел конструкција, прво ќе дадеме краток осврт на одговорот на едnodимензионален систем тло-конструкција (Risteska et al, 2013).

Бранот почнува да се шири од почетокот на гредата и продолжува по целата должина. Брзината на ширење на бранот е  $\beta^2 = \frac{\mu}{\rho}$ , каде што  $\mu$  е модул на смолкнување и  $\rho$  специфична густина на материјалот. Овие параметри го карактеризираат материјалот на гредата.

Равенката на бранот во едnodимензионален простор е:

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (4.1)$$

каде што  $\sigma = \mu \varepsilon$  е напрегање на смолкнување, додека  $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$ .

За воспоставување на „marching in time“ процедура треба да го редуцираме редот на диференцијалната равенка (4.1) во систем од диференцијални равенки од прв ред.

Со смената  $V = \frac{\partial U}{\partial t}$  равенката (4.1) преминува во:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\mu \varepsilon) \quad (4.2)$$

Со диференцирање на двете страни од идентитетот  $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t}$  по  $x$  и со промена на редоследот на диференцирањена левата и десната страна добиваме:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U}{\partial t} \right) \quad (4.3)$$

а со смената  $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$ , равенката (4.3) преминува во:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial x} \quad (4.3a)$$

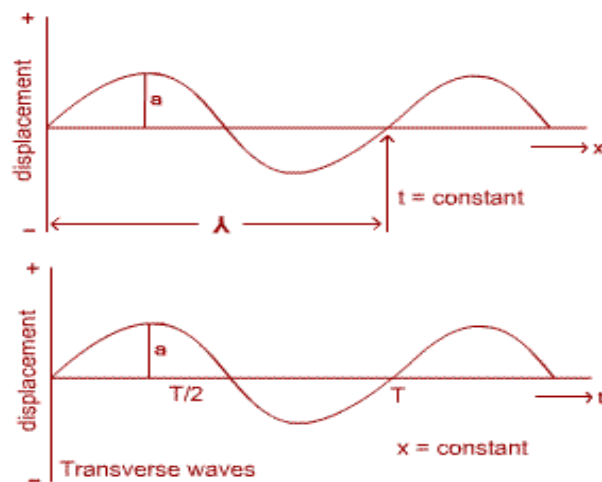
Така, оригиналната равенка на бранот, која е парцијална диференцијална равенка од втор ред, се сведува на систем од две парцијални равенки од прв ред:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \quad (4.4a)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial x} \quad (4.46)$$

кои се погодни за поставување на „marching in time“ процедурата.

Граничниот услов на Dirichlet аплицира да поместувањата во првата и последната точка од гредата се пропишани (обично еднакви на нула). На слика 4.1, каде што  $\lambda = \beta \cdot T$  е брановата должина, а  $T$  е период на бранот, е прикажана можна деформација на гредата со овие гранични услови на краевите и можно поместување во произволна точка од гредата во тек на време.



Слика 4.1. Можни поместувања на гредата

Figure 4.1. Possible displacements on the beam

Равенките (4.4) во векторска форма се:

$$\{U\}_{,t} = \{F\}_{,x} \quad (4.5)$$

каде што  $\{U\} = \begin{Bmatrix} V \\ \varepsilon \end{Bmatrix}$  и  $\{F\} = \begin{Bmatrix} \mu \varepsilon \\ \rho V \end{Bmatrix}$ .

#### 4.2. Пресметка на еднодимензионален модел

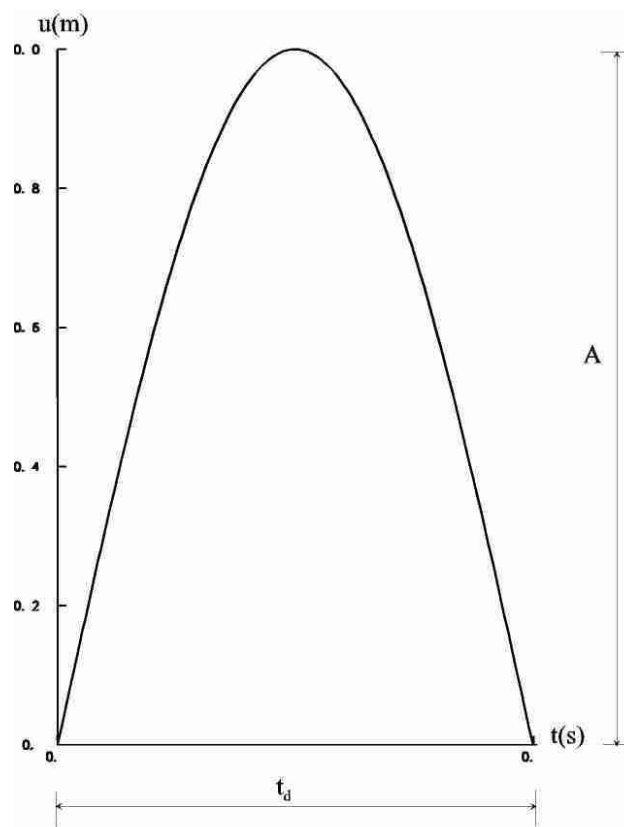
Анализираме греда со должина 50 метри, поделена на 200 еднакви делови. Бран со полусинусоидна форма се генерира на дното од гредата ( $x=0$ ) и почнува да се шири (пропагира) по нејзината должина кон врвот.

Брзината нацширење на бранот е  $300 \text{ m/s}$ , амплитудата е  $A = 0.1 \text{ m}$ , траењето на пулсот е  $t_d = 0.1 \text{ s}$  (слика 4.2).

Откако бранот е комплетно аплициран на дното на гредата ( $t > t_d$ ), дното е фиксирано, односно приложен е граничен услов на Dirichlet на дното на гредата. Кога минува низ одредена точка од гредата, математичката репрезентација на пулсот во функција на времето е:

$$u = a * \sin \frac{\pi t}{t_d} \quad (4.6)$$

каде што  $a = 0.1 \text{ m}$  е амплитуда, а  $t_d = 0.1 \text{ s}$  е траење на пулсот.



Слика 4.2. Влезен бран во форма на полусинусоиден пулс

Figure 4.2. Input wave in the form of a semi-sinusoidal pulse

Со диференцирање на (4.6) по време добиваме брзина која за нашиот пример е



$$\frac{\partial u}{\partial t} = v = \frac{a\pi}{t_d} * \cos \frac{\pi t}{t_d} = \frac{0.1\pi}{0.1} \cos \frac{\pi t}{t_d} \xrightarrow{\text{yields}} v_{max} = \frac{0.1\pi}{0.1} = \pi \quad (4.7)$$

Релативната деформација се добива од (4.6) со множење на аргументот на функцијата  $\sin$  и во броител и во именител со брзината на ширење:

$$u = a * \sin \frac{\pi t \beta}{t_d \beta} \quad (4.6a)$$

Ако означиме  $\beta t_d = L$  е просторна должина на пулсот, а  $\beta t = x$  е просторна координата по должината на пулсот, (4.6a) добива облик:

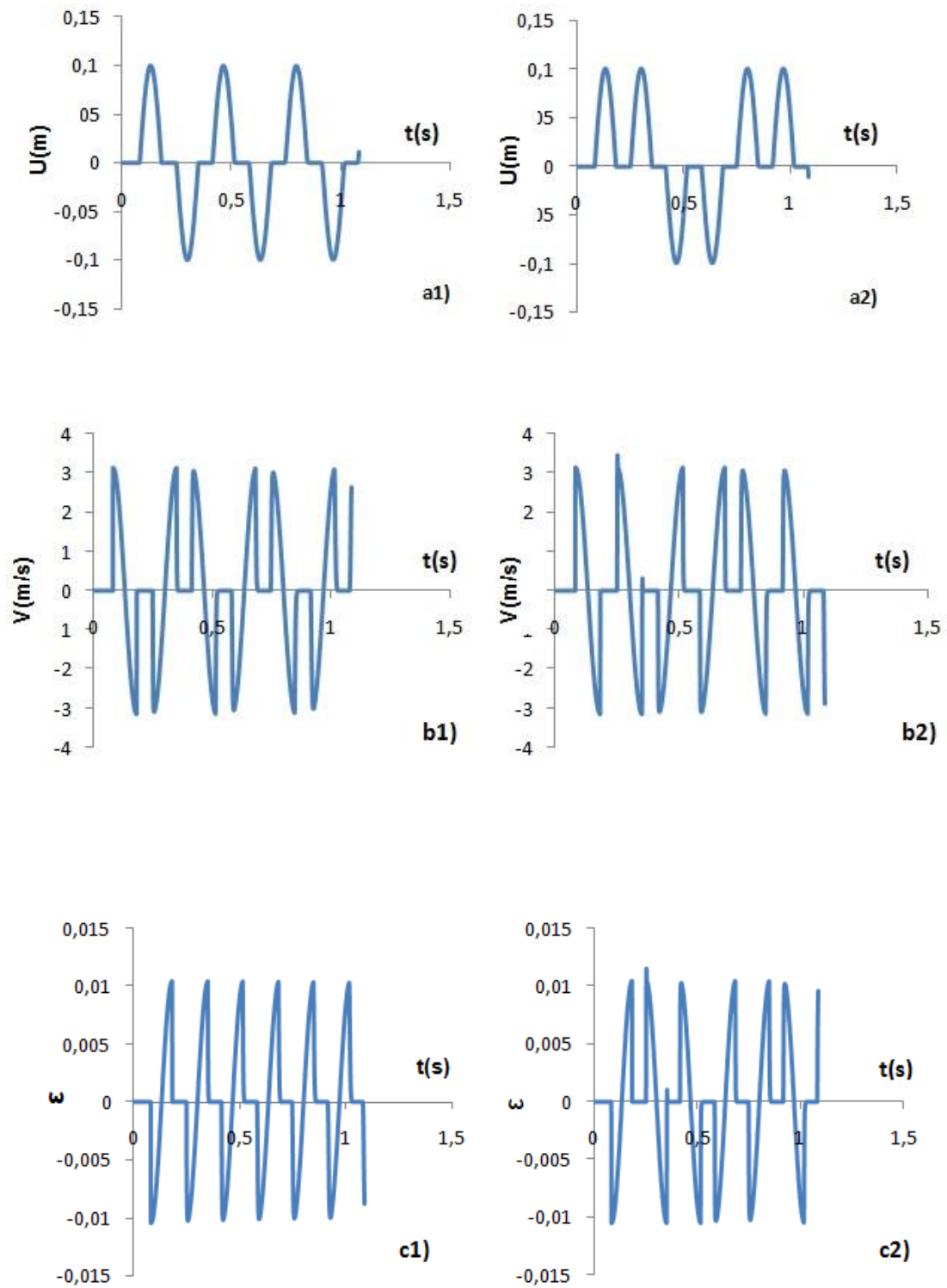
$$u = a * \sin \frac{\pi x}{L} \quad (4.6b)$$

Со диференцирање на (4.6b) по  $x$ , следи:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon = \frac{\pi a}{t_d \beta} * \cos \frac{\pi x}{t_d \beta} \xrightarrow{\text{yields}} \varepsilon_{max} = \frac{\pi a}{t_d \beta} = \frac{v_{max}}{\beta} = \frac{\pi}{\beta} \quad (4.8)$$

Ако брзината на ширење  $\beta = 300m/s$ , максималната релативна деформација е  $\varepsilon_{max} = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\pi}{300} \sim 0.01$  (1%).

На слика 4.3 е прикажан одговор на точка во средината на гредата (точка 100,  $x=25$  m). Одговорот е прикажан преку поместувањето  $u$ , брзината  $v$  и релативните деформации  $\varepsilon$  во таа точка во функција на времето  $t$ . На левата страна од оваа слика е прикажан одговор кога поместувањето на врвот од гредата ( $x = L = 50$  m) е еднакво на нула (Dirichlet, слика 4.3a1, 4.3b1 и 4.3c1), а на десната страна кога изводот од поместувањето односно релативната деформација,  $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$  на врвот од гредата е нула (Neumann, слика 4.3a2, 4.3b2 и 4.3c2). Со споредба на поместувањата (сл. 4.3a1 и сл. 4.3a2) може да се забележи дека во случајот на Dirichlet условот (фиксиран горен крај) по одбивање од врвот, пулсот го менува знакот и бранот доаѓа во точка 100 со обратни (негативни) поместувања, за разлика од првото минување (вториот на слика 4.3a1 е со негативен знак).



Слика 4.3. Поместување, брзина и релативна деформација во тек на време, при  $\beta=300\text{m/s}$  во точка 100 (средина на гредата), Dirichlet (a1, b1 и c1) и Neumann (a2, b2 и c2)

Figure 4.3. Displacement, velocity and relative deformation over time at  $\beta = 300\text{m / s}$  at point 100 (center of the beam), Dirichlet ( $a_1$ ,  $b_1$  and  $c_1$ ) and Neumann ( $a_2$ ,  $b_2$  and  $c_2$ )

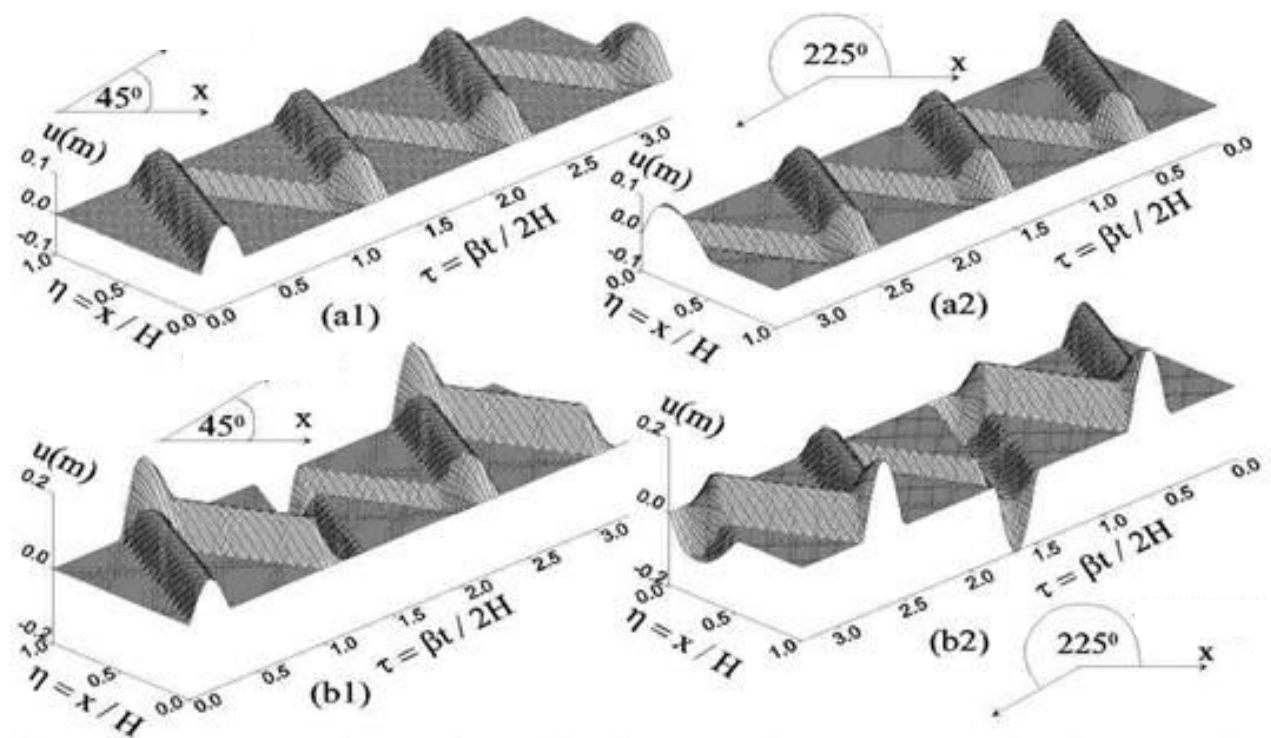
Во случај на Neumann условот (слободен горен крај) по одбивањето од врвот, пулсот не го менува знакот и бранот доаѓа во точка 100 со исти (позитивни) поместувања како и при првото минување. Иста е ситуацијата и со брзината (полукосинусоида).

За разлика од поместувањето и брзината, релативната деформација, по одбивањето од фиксиран врв (Dirichlet) не го менува знакот (сите полукосинусоиди на слика 4.3c1 почнуваат со негативни, а завршуваат со позитивни координати). По одбивањето од слободен врв (Neumann) релативните деформации го менуваат знакот (слика 4.3c2). Така, ако ја анализираме слика 4.3c2, првата полукосинусоида почнува со негативна вредност, по одбивањето од слободниот врв, го менува знакот и низ точка 100 минува обратно (прво позитивни по негативни вредности на полукосинусоида). Потоа се одбива од фиксираното дно и не го менува знакот, па третата полукосинусоида е непроменета во однос на втората. Потоа повторно се одбива од врвот и го менува знакот, па четвртата полукосинусоида е обратна во однос на втората итн. Како што можеме да забележиме од претходните анализи, фиксираниот крај (Dirichlet граничен услов) го менува знакот на поместувањето  $u$  и брзината на честиците  $v$ , додека не го менува знакот на релативните деформации,  $\varepsilon$  по одбивањето. Обратно, слободниот крај (Neumann граничен услов) не го менува знакот на поместувањето  $u$  и брзината  $v$ , додека го менува знакот на релативните деформации  $\varepsilon$  по одбивањето.

Заедничко за двата гранични услови е по неколкукратни одбивања (рефлексии) амплитудите на пулсот да се непроменети, што значи дека настанува тотална рефлексива на бранот (пулсот) од двата краја назад во гредата.

Горната анализа е сублимирана на следната слика (слика 4.4) која претставува 3Д приказ на поместувањата на гредата во функција од произволно време и произволен простор. За разлика од горните примери, во реалниот свет, на долниот крај (на дното) конструкциите не се фиксирани во земјата, односно

на дното постои ненулно поместување при минување на бранот на контактот почва-конструкција (подвижна граница). Исто така, во реалниот свет, на горниот крај, конструкциите (конструкциите) не се врзани и можат слободно да се поместуваат (Neumann граничен услов).

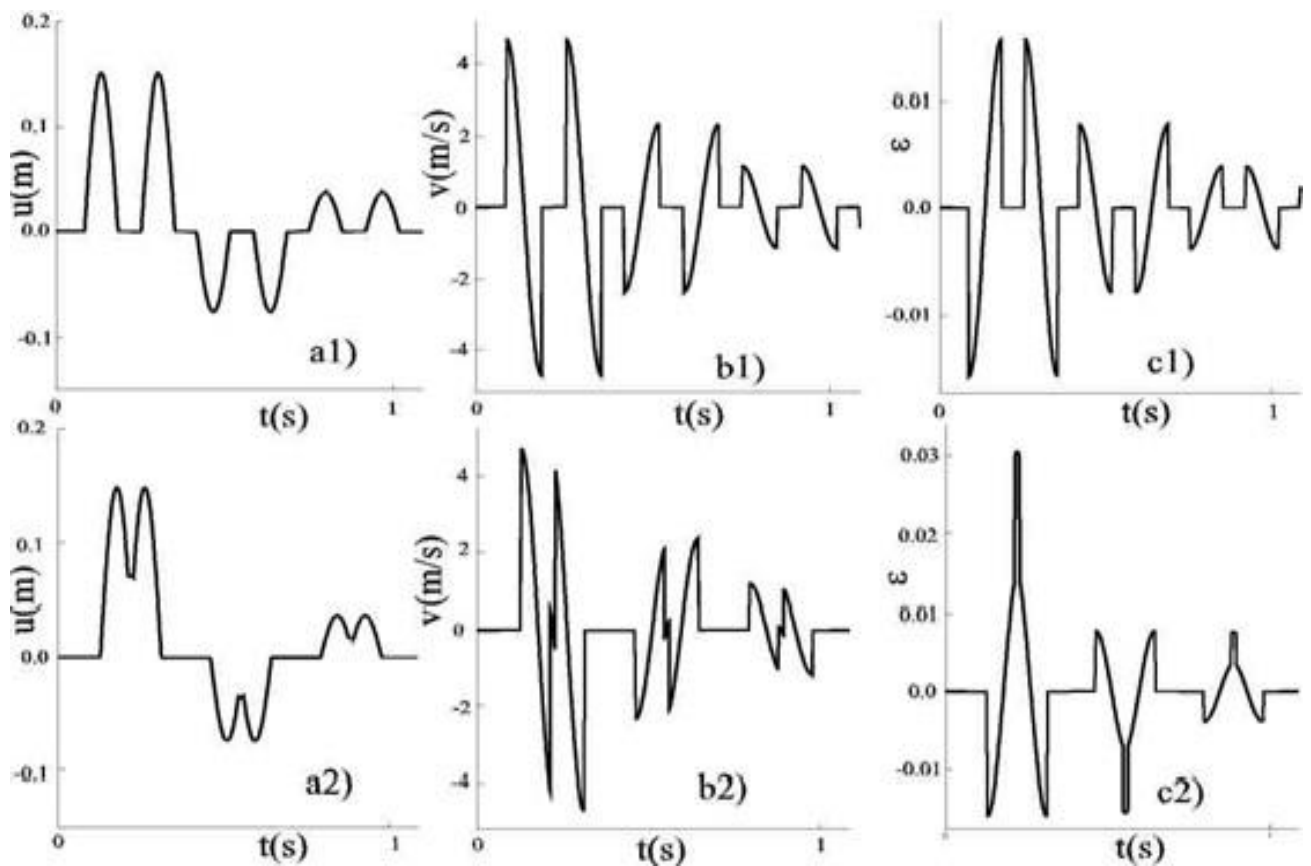


Слика 4.4. Поместување на гредата во функција на бездимензионално време,  $t$  и бездимензионална висина,  $\eta$  за два видна агли. Dirichlet (a1 и a2) и Neumann (b1 и b2) гранични услови

Figure 4.4. Displacement on the beam in a function of dimensionless time,  $t$  and dimensionless height,  $\eta$  for two visible angles. Dirichlet (a1 and a2) and Neumann (b1 and b2) boundary conditions

Одговорот на вакви реални конструкции, моделирани со еднодимензионален (1-Д) модел на греда е прикажан на слика 4.5. Во горниот ред (слика 4.5a1, b1, c1) се прикажани поместувањето, брзината и релативната деформација во функција на времето на средината на гредата во точка  $100$  ( $x = 25m$ ). Ако ги споредиме сликите 4.3 a2, b2, c2 со сликите 4.5 a1, b1, c1 може да

заклучиме дека обликот им е ист (и во двата сета имаме Neumann граничен услов на врвот). Разликата е во тоа што на сликите 4.3 a2, b2, c2 имаме фиксирана граница на дното, а на сликите 4.5 a1, b1, c1 имаме подвижна граница. Како последица на тоа, при секое одбивање од дното, дел од бранот се трансмитира во почвата, а само дел се одбива назад во гредата и пропагира нагоре. На овој начин при секоја рефлексija од дното, бранот што останува во гредата е послаб.



Слика 4.5. Поместување, брзина и деформација во случај на подвижни граници на дното од гредата a1, b1 и c1 во точка 100, a2, b2 и c2 во точка 150

Figure 4.5. Displacement, velocity and deformation in the case of movable boundaries at the bottom of the beam a1, b1 and c1 at point 100, a2, b2 and c2 at point 150

На сликите 4.5 a2, b2, c2 се гледа феноменот на интерферирање на бранот во точка 150 која е близу до врвот, на три четвртини од должината мерено од дното на гредата ( $x = 37.5 \text{ m}$ ). Односно, дел од пулсот кој доаѓа кон врвот интерферира со дел од пулсот којшто се одбил од врвот и тие се собираат. Особено забележливо е при релативните деформации (сл. 4.5 c2), каде што релативната деформација амплифицира скоро два пати. Ова е причина за генерирањето на високи напрегања  $\sigma = \mu\varepsilon$  кои пак се причина за паѓање на конструкцијата.

Фиксираниот крај (Dirichlet граничен услов) го менува знакот на поместувањето  $u$  и брзината  $v$  на честиците, додека не го менува знакот на релативната деформација, по одбивањето. Обратно, слободниот крај (Neumann граничен услов) не го менува знакот на поместувањето  $u$  и брзината  $v$ , додека го менува знакот на релативната деформација по одбивање. Заедничко за двата гранични услови по неколку одбивања (рефлексција) амплитудите на пулсот да останат непроменети. По секое минување на бранот низ контактот греда-почва рефлектираниот бран во гредата е послаб, што укажува на тоа дека дел од енергијата се рефрактира во почвата, а само еден дел останува во гредата. Односот меѓу рефлектираниот и рефрактираниот бран зависи од односот меѓу физичките карактеристики на почвата и конструкцијата и се определува со помош на коефициентите на рефлексција и трансмисија.

Одговорот на конструкциите при потреси вообичаено се изучува под претпоставка дека тие конструкции се во состојба да се спротивстават на силното тресење без да попуштат. Во принцип, овој пристап значи релативно мали поместувања, а со тоа и влијанието на гравитација може да се занемари. Меѓутоа, кога интересите се фокусирани на можноста за неуспех и колапс под дејство на силни потреси, ефектите на гравитацијата стануваат сè поважни, бидејќи тежината станува доминантна сила кога поместувањата одат во опсегот на уништување.

## 5. Нумерички (2Д) модел

Првите пресметки на одговор при повеќе степени на слобода на еластопластична конструкција на земјотресни побуди се направени од G.V.Berg (1961), кој со неговите резултати покажува дека значителна трајна деформација се прави во релативно краток временски период (10 секунди). Забележано е дека резултатите на Берг се добиени со запоставување на ефектите на гравитацијата. Студии од други автори укажуваат на слични резултати.

Во областа на физичките феномени каде што регионот од интерес е бесконечен, како што е случајот на проблемот на ширење на сеизмички и други видови бранови, примената на нумеричка симулација е невозможна, а и непотребна да се изврши на целиот регион. Генерално, ние анализираме дел од регионот од посебен интерес, којшто нумерички го моделираме и којшто го ограничуваме со вештачки граници кои физички не постојат во медиумот чијшто одговор го проучуваме. Во овој случај, вештачките граници треба да бидат такви што ќе овозможат слободен излез на бранот надвор од границите на нумеричкиот модел. Под „слободен“ излез подразбираме што е можно помала рефлексија назад во нумерички моделираниот регион.

За разлика од ширењето на бран во бесконечен домен, постои широко поле на истражување коешто го вклучува одговорот на елементи со конечни димензии на сеизмичкиот бран. Во овој случај, границите кои ги ограничуваат елементите постојат и физички. Во процесот на нумеричката симулација треба да се земе предвид и физичкиот одговор на границите на регионот.

Во поголем број случаи граничните услови се многу важни за симулација на процесот во внатрешниот регион. Различни гранични услови може да дадат сосема различни резултати при симулација. Во овој труд ги проучуваме карактеристиките на одговорот кога се приложени различни гранични услови. Еднодимензионалната греда е наједноставниот математички модел на реалните елементи (згради, мостови, еднослојна или повеќеслојна почва итн.). Иако е наједноставен модел, преку нумерички симулации на еднодимензионалната греда може да се научи многу за линеарен (Gicev & Trifunac, 2010) и нелинеарен

(Gicev & Trifunac, 2007) одговор на елементите при сеизмичка побуда од физичка гледна точка.

Добивањето на решенија на многу проблеми кои претходно не можеле да се решат стана реалност, особено за проблеми кои вклучуваат парцијални диференцијални равенки, во кои аналитичкото решение постои само за наједноставните услови. Со употребата на нумеричките методи еден проблем може да биде решен од почетно време до некое посакувано време во сите просторни точки. Најпопуларните нумерички методи за решавање на парцијални диференцијални равенки се методот на конечни елементи и методот на конечни разлики. Вообичаено, методот на конечни елементи користи имплицитни шеми во кои непознатите големини кај сите просторни точки се определуваат симултано за секој временски чекор со решавање на систем од линеарни алгебарски равенки. Спротивно, повеќе пресметковни шеми базирани на конечни разлики се експлицитни, каде што решението се определува од решението од претходниот временски чекор и равенките се независни. Решавањето на полн линеарен систем од  $N$  - ти ред бара  $O(N^2)$  операции, додека за систем од  $n$  независни равенки редот на комплексност е  $O(N)$ . Поради ова, експлицитните шеми се преферираат во нумеричките анализи, особено за проблеми кои вклучуваат многу равенки со многу непознати (каде што  $N$  е големо). Системите кои се појавуваат во имплицитните шеми се обично симетрични и така редот на комплексност е помал од  $O(N^2)$ , но сè уште поголем од оној за експлицитните шеми. Од друга страна, имплицитните шеми се безусловно стабилни, што не е случај со експлицитните шеми. Понатаму, конечните елементи како нумеричка алатка се погодни од конечните разлики за моделирање на сложени и нерегуларни модели. Сепак, за проблеми од големи размери, кои се јавуваат во сеизмологијата, на пример, експлицитните шеми се препорачливи затоа што тие се поевтини (бараат помалку компјутерски ресурси) и се полесни за имплементирање во нумеричките алгоритми. Во последните неколку децении, со брзиот развој на сметачките машини, истражувачите ги проучуваат брановите феномени преку компјутерски симулации на математички модели. Со овие симулации може да се предвиди како ќе одговори објектот на сеизмичките побуди. Ова значи да се определи на кои локации од објектот ќе



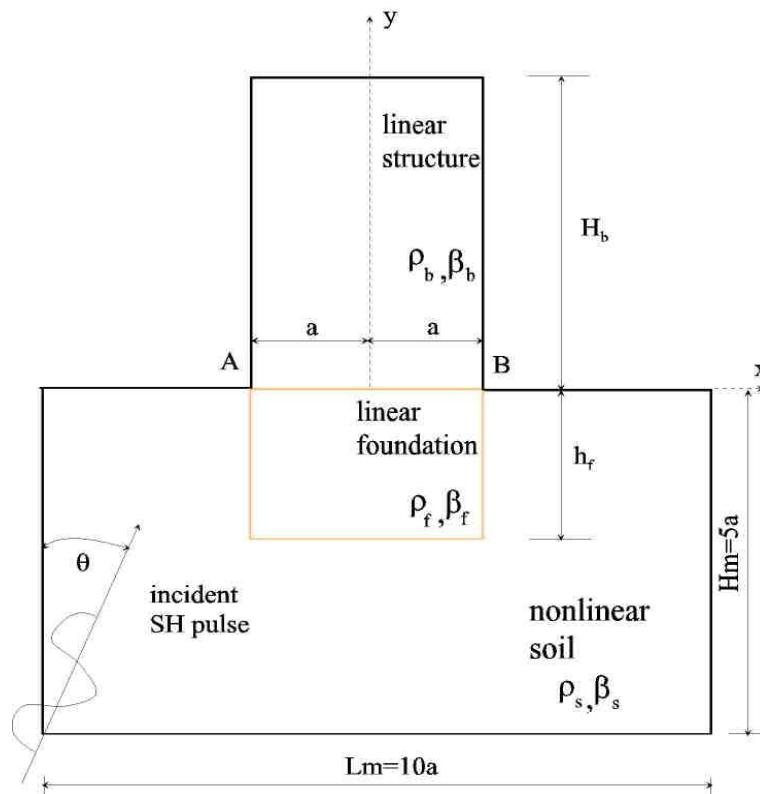
има концентрација на напрегања и големи перманентни деформации кои можат да доведат до лом на објектот. Освен повредливоста на објектите, компјутерските симулации на математички модели ни помагаат да ги проучуваме и оштетувањата во тлото.

### 5.1. Опис на нумерички дводимензионален модел

Анализираме дводимензионален модел на систем тло-темел-објект (конструкција). Интерес на ова истражување е како физичко-механичките карактеристики (густина и брзина на пропагирање) на конститутивните елементи на системот тло-темел-објект влијаат на енергијата која ќе влезе во објектот. Заради тоа ги занемаруваме геометриските детали на зградата и темелот и нив ги апроксимираме со правоаголници. Зградата, темелот и почвата (тлото) имаат различни физички својства. Претпоставуваме дека зградата и темелот се линеарни, а почвата може да претрпи нелинеарни деформации. Нелинеарноста на почвата влијае на одговорот на зградата при побуда во основата.

Побудата е од полусинусоиден пулс (сл.5.1), а аголот кој го зафаќа правецот на пропагирање на бранот со вертикалата го означуваме со  $\theta$ . Се претпоставува дека сите контакти (интерфејси) меѓу зградата и темелот, и темелот и почвата, остануваат континуирани.

Висината на зградата е  $H_b$ , а ширината  $W_b = 2a$ . Брзината на пропагирање на бранот во зградата е  $\beta_b$ , а густината на материјалот од кој е направена зградата е  $\rho_b$ . Темелот е со длабочина  $h_f$ , густина  $\rho_f$  и брзина на пропагирање на бранот низ него  $\beta_f$ . Почвата има густина  $\rho_s$  и брзина на пропагирање на бранот низ неа  $\beta_s$ . Во нашиот модел земаме исечок од почвата со должина  $L_m = 10a$  и ширина  $H_m = 5a$ . Длабочината на темелот е половина од ширината на зградата, односно  $h_f = a$ .

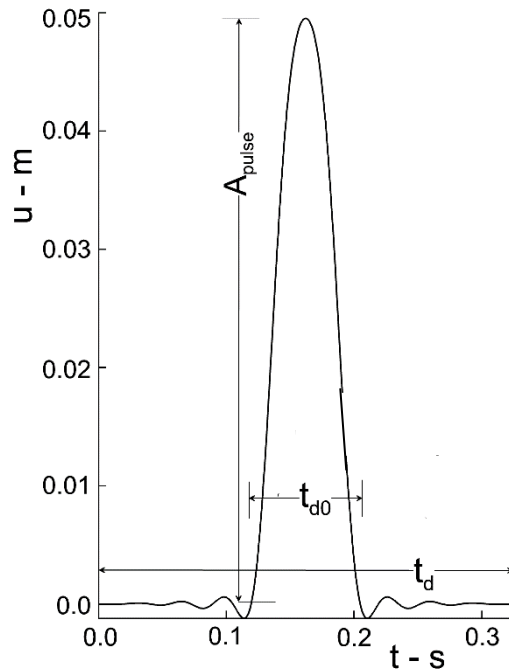


Слика 5.1. Систем со линеарна конструкција и темел и нелинеарна почва

Figure 5.1. System with linear structure and foundation and nonlinear soil  
(преземено од Gicev et al, 2015)

Дојдовниот бран земаме да е SH рамнински бран во форма на полусинусоиден пулс и со него моделираме силни импулсни движења во почвата. Бездимензионалната фреквенција  $\eta = 2a/\lambda = a/(\beta_s \cdot t_{d0})$  ќе ја користиме како мерка за времетраењето на пулсот, каде што  $a$  е половина од ширината на темелот, а  $\lambda = T \cdot \beta_s = 2 \cdot \beta_s \cdot t_{d0}$  е должина на влезниот бран.

$T = 2 \cdot t_{d0}$  е периода на пулсот,  $\beta_s$  е брзина на пропагирање на бранот во почвата и  $t_{d0}$  е времетраење на пулсот.



Слика 5.2. Влезен пулс (филтриран) во функција од време

Figure 5.2. Input pulse (filtered) in function of time  
(преземено од Gicev et al, 2015)

За комплетност ќе го резимираме накратко моделот на конечни разлики и неговите карактеристики. За да ја поставиме просторната мрежа во моделот на конечни разлики, пулсот го анализираме во просторен домен ( $S$ ) и поместувањето во точките добиено како последица од пулсот е:

$$w(s) = A \sin[(\pi \cdot s / (\beta_s \cdot t_{d0}))], \quad (5.1)$$

каде што  $A$  е амплитуда на пулсот и  $s$  е растојанието од разгледуваната точка до фронтот на бранот во почетно време и во правец на негово пропагирање.

Со користење на брза Фуриева трансформација, полусинусоидниот пулс (5.1) се трансформира во домен на бранов број или просторна фреквенција ( $k$ ), како што следи:

$$w(k) = F[w(s)] \quad (5.2)$$

Максималниот одговор се јавува за  $k = 0$  (движење на круто тело). Како што се зголемува  $k$ , одговорот  $w(k)$  се намалува (ослабува) и се приближува кон нула, со приближувањето на  $k$  кон бесконечност. Бидејќи  $\omega = \beta \cdot k$  и  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  со зголемување на  $k$  се зголемува аголната фреквенција  $\omega$ , а се намалува брановата должина,  $\lambda$ . Заради правилна дискретизација на мрежата, т.е. правилен избор на интервалот  $\Delta x$ , мора да се избере највисокиот мод ( $\max k$ , односно  $\min \lambda$ ) кој нашата мрежа може добро да го репродуцира. Во оваа анализа избравме максимален бранов број,  $k = k_{\max}$ , за кој одговорот  $w(k)$  е најмалку 0,03 од максималниот,  $w(0)$  (Gicev, 2008). Потоа, за оваа вредност на  $k_{\max}$ , соодветните фреквенции и бранови должини се:

$$\omega_{\max} = k_{\max} \beta \quad \text{и} \quad \lambda_{\min} = 2\pi / k_{\max} = 2\pi\beta / \omega_{\max}, \quad (5.3)$$

каде што  $\beta = \beta_s$  е брзината на пропагирање на бранот во почвата.

Точноста на мрежата од конечни разлики зависи од односот на нумеричките и физичките брзини на пропагирање  $c / \beta$ , која идеално би требало да биде 1. Параметрите кои влијаат на оваа точност се:

- 1) Густината на мрежата  $m = \lambda / \Delta x$  ( $m$  е бројот на точки на бранова должина  $\lambda$ , и  $\Delta x$  е растојание меѓу точките во мрежата);
- 2) Бројот на Courant,  $\chi = \beta_s \Delta t / \Delta x$  ( $\Delta t$  е временски чекор);
- 3) Аголот на влезниот бран  $\theta$ .

Покажано е дека грешката расте кога  $m$  и  $\chi$  опаѓаат и  $\theta$  е блиску до 0 или  $\pi/2$  (Alford et al., 1974; Fah, 1995; Dablain, 1986).

За приближување од втор ред, гореспоменатите автори наведуваат  $m = 4$ .

За да ја моделираме нумерички почвата, избираме правоаголен исечок со димензии  $L_m = 10a$  и  $H_m = L_m/2 = 5a$  (слика 5.1).

Од практични причини, максималниот број на просторни интервали во мрежата во хоризонтална насока ( $x$ -оска) е 200, а во вертикална ( $y$ -оска) 400 (125 во почвениот исечок и 275 во зградата). Минималните просторни интервали во

моделот се  $\Delta x_{\min} = L_m / 200 = 76.4 / 200 = 0.382 \text{ m}$ . За мрежа со помал просторен интервал  $\Delta x$ , пресметковното време се зголемува брзо. Така за  $\eta = 2$ , според погоре споменатиот критериум за дискретизација, највисокиот мод кој сакаме добро да биде репродуциран со нашата просторна мрежа има бранов број  $k = k_{\max}$  за кој  $w(k) \approx 0.03 \cdot w_{\max} = 0.03 \cdot w(0)$  има фреквенција  $\omega_{\max} = 980 \text{ rad/s}$  (Gicev 2008).

Од равенката (5.3), најкратката бранова должина е  $\lambda_{\min} = 1.603 \text{ m}$  и со најситната мрежа ќе биде претставена со  $m = \lambda_{\min} / \Delta x_{\min} = 1.603 / 0.382$ . Ова одговара на околу  $m=4 < m_{\min} = 12$ . Нашата нумеричка шема е  $O(\Delta t^2, \Delta x^2)$ , од каде што следува дека ни требаат најмалку  $m = 12$  точки/ $\lambda_{\min}$  за да добро се претстави (репродуцира) најкратката бранова должина  $\lambda_{\min}$ .

За  $\eta = 2$  мрежата не може добро да ја претстави  $\lambda_{\min}$ , кога имаме само 4 просторни точки, што значи дека пулсот би требало да биде филтриран со low pass филтер (се земаат предвид само ниските фреквенции). Како највисока, гранична (cut-off) фреквенција, ја земаме  $\omega_c = 200 \text{ rad/s}$ , и го филтрираме оригиналниот пулс. Брановата должина која одговара на оваа фреквенција е  $\lambda_{\min} = 7.854 \text{ m}$  равенка (5.3) и густината на мрежата е:

$$m = \lambda_{\min} / \Delta x_{\min} = 7.854 / 0.382 \approx 20 \text{ points} / \lambda_{\min} > m_{\min} \quad (5.4)$$

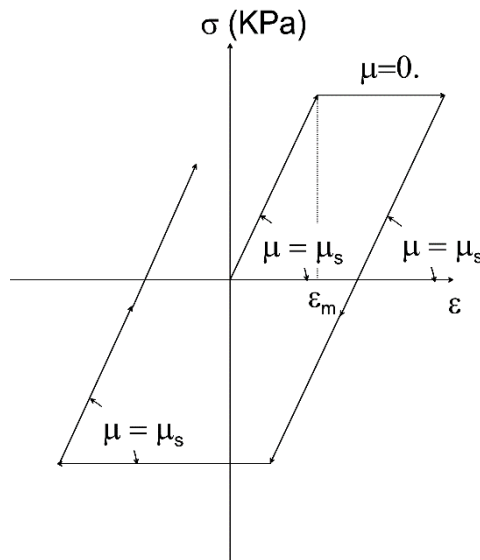
Може да се покаже дека за  $\eta = 0.5$  само незначително количество од вкупната енергија се пропушта надвор од моделот, а додека за  $\eta = 2$  се пропушта значително количество на енергија. Исто така, може да се покаже дека за  $\eta = 2$  амплитудата на пропуштениот (филтриран) пулс е помала од амплитудата на нефилтриран пулс, којашто избравме да биде  $A = 0.05m$ . Додека за  $\eta = 0.5$  амплитудата е речиси еднаква со амплитудата на нефилтрираниот пулс. Нумеричките тестови покажуваат дека вискозно-апсорбирачката граница ротира кон средината на интерфејсот темел-зграда, рефлектирајќи само незначително количество на енергија назад во моделот.

За дводимензионални проблеми нумеричката шема е стабилна ако прирастот на времето е:

$$\Delta t \leq \min[(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2)^{1/2} \cdot \beta]^{-1} \quad (5.5)$$

каде што множеството  $(\Delta x, \Delta y, \beta)$  е различно за различни медиуми, кои го сочинуваат моделот.

Претпоставуваме дека напрегањето во насока по  $x$  зависи само од деформацијата во истата насока и е независен од деформацијата во насока по  $y$ . Идејата за оваа претпоставка доаѓа од поеднаставеното претставување на слоевита почва, создадена со таложење (поплави и ветер), во помалку или повеќе хоризонтални слоеви. Се претпоставува дека темелот и почвата се идеално еласто-пластични и конститутивниот однос  $\sigma - \varepsilon$  е покажан на слика 5.3.



Слика 5.3. Конститутивен закон  $\sigma - \varepsilon$  за почвата и темелот

Figure 5.3. Constitutive law  $\sigma - \varepsilon$ , for the soil and foundation

Точките на контакт меѓу почвата и темелот остануваат поврзани за време на анализата, а контактните ќелии остануваат линеарни, како што е околината блиску до вештачката граница (на дното четирите реда од точки и последните четири колони лево и десно на почвениот исечок).

За нашиот проблем, системот од три парцијални равенки во  $x$ ,  $y$  и  $z$  насока (за  $u$ ,  $v$  и  $w$ ) кој ја опишува динамичката рамнотежа на еластично тело, се сведува на само една равенка (бидејќи  $w = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \partial / \partial z = 0$ ).

Занемарувајќи ги силите на тело во насока z ( $F_z = 0$ ), равенката е:

$$\rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) \quad (5.6)$$

каде што  $\rho$  е густина на материјалот во разгледуваната точка,  $\omega$  е поместување надвор од рамнината,  $\tau_{xz}$  и  $\tau_{yz}$  се напрегања во z насока, во рамнината нормална на x и y оска.

Воведуваме нови променливи:

$$v = \frac{\partial \omega}{\partial t}, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yz} = \frac{\partial \omega}{\partial y}$$

каде што  $v$  е брзина на честичките во насока z, додека  $\varepsilon_{xz}$  и  $\varepsilon_{yz}$  се деформации во насока z, во рамнината нормална на x и y.

Ако ја поделиме (5.6) со  $\rho$ , редот на истата се сведува на систем од три парцијални равенки од прв ред, како што следува:

$$\underline{U}_{,t} = \underline{F}_{,x} + \underline{G}_{,y}, \quad (5.7)$$

каде што:

$$\underline{U} = \begin{Bmatrix} v \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix}; \quad \underline{F} = \underline{F}(\underline{U}) = \begin{Bmatrix} \tau_{xz}/\rho \\ v \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad \underline{G} = \underline{G}(\underline{U}) = \begin{Bmatrix} \tau_{yz}/\rho \\ 0 \\ v \end{Bmatrix} \quad (5.8)$$

Првата равенка во (5.8) е динамичка рамнотежа на силите по z насока (не земајќи ја предвид силата  $F_z$ ). Втората и третата равенка го даваат односот меѓу деформациите и брзината.

Ознаките  $\varepsilon_x = \varepsilon_{xz}$ ,  $\sigma_x = \tau_{xz}$ ,  $\varepsilon_y = \varepsilon_{yz}$  и  $\sigma_y = \tau_{yz}$  ќе ги користиме во понатамошните пресметки.

## 5.2. Енергија и деформации

Се поставува прашањето како да се избере деформацијата на попуштање  $\varepsilon_m$  (слика 5.3) за да се проучи распределбата на деформацијата во системот.

Поместувањето, брзината и линеарната деформација во почвата ( $\beta_s = 250 \text{ m / s}$ ) за време на минувањето на бранот во рамнината, во форма на полусинусоиден пулс, се:

$$p = A \sin(\pi \cdot t / t_{d0}) \quad (5.9a)$$

$$v = \dot{p} = (\pi / t_{d0}) A \cos(\pi \cdot t / t_{d0}) \quad (5.9b)$$

$$|\varepsilon_p|_{\max} = |\dot{p}|_{\max} / \alpha_s = \pi \cdot A / (\alpha_s \cdot t_{d0}) \quad (5.9c)$$

каде што  $p$  е поместување во насока  $z$ ,  $v$  е брзина на честичките,  $A$  е амплитуда,  $t_{d0}$  е траење на полусинусоидниот пулс и  $|\dot{p}|_{\max}$  е максималната вредност (амплитуда) на брзината на честичките на влезниот пулс.

Доколку за дадениот влезен бран избереме деформација на попуштање  $\varepsilon_m$ , зададена со равенката (5.9c), помножена со константа  $C$  со вредност меѓу 1 и 2, деформациите во двете насоки ќе останат линеарни пред бранот да достигне до слободната површина или до темелот за секој влезен агол. Овој случај може да се нарече „средна нелинеарност“.

Ако сакаме да ја анализираме само нелинеарноста поради расејување и одбивање од темелот би требало да ја избегнеме појавата на нелинеарни деформации предизвикани од рефлексива од границите на полупросторот.

Тогаш можеме да избереме  $\varepsilon_m \geq \max\left(\frac{2\pi A \sin \theta}{\beta_s t_{d0}}; \frac{2\pi A \cos \theta}{\beta_s t_{d0}}\right)$ , каде што  $\theta$  е влезниот агол. Овој случај се нарекува „мала нелинеарност“.

Ако почвата е изложена на постојани деформации за време на минувањето на влезниот бран во полн простор, тогаш можеме да избереме:

$$\varepsilon_m < \max\left(\frac{\pi A \sin \theta}{\beta_s t_{d0}}; \frac{\pi A \cos \theta}{\beta_s t_{d0}}\right).$$



Овој услов гарантира дека во која било насока,  $x$  или  $y$ , почвата ќе биде изложена на постојани деформации за време на минувањето на бранот низ неа. Генерално, добиената деформација може да се запише како:

$$\varepsilon_m = C \cdot v_{\max} / \beta_s = C \cdot \pi \cdot A / (\alpha_s \cdot t_{d0}) \quad (5.91)$$

каде што  $C$  е константа која го контролира добиеното напрегање (или деформација) во почвата.

Ги разгледуваме следниве случаи на нелинеарност, во зависност од  $C$ :

- $C \geq 2$  - Мала нелинеарност

Постојана деформација не се појавува сè додека бранот не удри во темелот.

- $1 \leq C < 2$  - Средна нелинеарност

Постојана деформација не се појавува сè додека бранот не се одбие од слободната површина или не се расее низ темелот. Постојана деформација ќе се појави или не по одбивањето на влезниот бран од слободната површина, во зависност од неговиот агол.

- $C < 1$  - Голема нелинеарност

Постојана деформација се појавува по одбивањето на бранот од слободната површина. Истата може да се појави или не пред бранот да се одбие од површината на темелот.

### 5.3. Распределба на енергијата во системот

Протокот на енергија низ дадена област може да се дефинира во однос на преминувањето на бранот низ површина  $A_{sn}$ :

$$E_{in}^a = \rho_s \cdot \beta_s \cdot A_{sn} \cdot \int_0^{t_{d0}} v^2 \cdot dt \quad (5.93)$$

каде што  $\rho_s$  е густина на почвата,  $\beta_s$  е брзина на пропагирање на бранот низ почвата,  $v$  е брзина на движење на почвените честички којашто за нашата побуда е зададена со равенката (5.9b).  $A_{sn}$  е површина, нормална на насоката на ширење на бранот. Од геометријата на нашиот пресметковен модел (слика 5.2), површината нормална на бранот кој минува, е:

$$A_{sn} = 2 \cdot H_m \cdot \sin \gamma + L_m \cdot \cos \gamma = L_m \cdot (\sin \gamma + \cos \gamma), \quad (5.94)$$

каде што  $H_m$  и  $L_m$  се висина и ширина на почвениот исечок во нашиот модел (слика 5.2), соодветно.

Со вметнување и интегрирање на равенките (5.9b) и (5.93) во (5.92) го добиваме аналитичкото решение за влезната енергија на бранот во моделот, и тоа:

$$E_{in}^a = \rho_s \cdot \beta_s \cdot L_m \cdot (\sin \gamma + \cos \gamma) \cdot (\pi A / t_{d0})^2 \cdot t_{d0} / 2 \quad (5.95)$$

Како што може да се воочи од равенка (5.95), за дефинираната должина на почвениот исечок  $L_m$  и дефинираниот агол на влез  $\gamma$ , влезната енергија е реципрочна на времетраењето на пулсот, кое означува дека таа е линеарна функција од бездимензионална фреквенција  $\eta$ .

Поради законот за зачувување на енергијата, влезната енергија се балансира со следното:

- Кумулативната енергија излегува надвор од моделот  $E_{out}$ , и се пресметува со равенката (5.93);
- Кумулативната (хистеретична) енергија, односно енергијата потрошена за создавање и развој на трајни деформации во почвата, се пресметува со:

$$E_{hys} = \sum_{t=0}^{T_{end}} \Delta t \cdot \sum_{i=1}^N (\sigma_{xi} (\Delta \varepsilon_{xpi} + 0.5 \cdot \Delta \varepsilon_{xei}) + \sigma_{yi} (\Delta \varepsilon_{ypi} + 0.5 \cdot \Delta \varepsilon_{yei})) \quad (5.96)$$

каде што  $T_{end}$  е времето на крајот од анализата,  $N$  е вкупниот број на точки,

$\sigma_{xi}, \sigma_{yi}$  се напрегањата во точки во  $x$  и  $y$  оска, соодветно,  $\Delta \varepsilon_{xpi} = \varepsilon_{xpi}^{t+\Delta t} - \varepsilon_{xpi}^t$  е

прираст на еластичната деформација во насока  $x$  во точка  $i$ ,  $\Delta\varepsilon_{yei} = \varepsilon_{yei}^{t+\Delta t} - \varepsilon_{yei}^t$  е прираст на еластичната деформација во насока  $y$  во точката  $i$ .

- Моменталната енергија во зградата, која се состои од кинетичка и потенцијална енергија, може да се пресмета од:

$$E_b = E_k + E_p = 0.5 \cdot \Delta x \cdot \Delta y_b \cdot \sum_{i=1}^N (\rho \cdot v_i^2 + \mu \cdot (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2)) \quad (5.97)$$

каде што  $\Delta x$  и  $\Delta y_b$  се хоризонтални и вертикални растојанија на мрежата во зградата,  $\rho$  и  $\mu$  се густина и модул на смолкнување во зградата, соодветно,  $v_i$  е брзина на честичките, додека  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  се деформации во точка  $i$  од зградата.

Оваа рамнотежа е дискутирана во Gicev [75] за полукружен темел, пулс со  $\eta = 1.5$ , за агол  $\gamma = 30^\circ$  и деформација дефинирана со  $C = 1.5$ . Ќе сметаме дека истото важи и за правоаголен темел.

За да се проучи само ефектот од расејување на темелот, се претпоставува дека зградата е доволно висока, така што рефлектираниот бран од врвот на зградата не може да достигне до контактот зграда-темел до крајот на анализата. Анализата се прекинува кога бранот целосно ќе излезе од почвениот исечок.

Наш предмет на интерес е хистеретичната енергија во почвата и енергијата што влегува во зградата. Gicev (2008) ги проучувал овие два вида на енергија како функции од бездимензионална фреквенција  $\eta$  за полукружен темел и покажал дека како темелот станува поцврст, така поголем дел од влезната енергија се расејува од темелот, а помал дел влегува во зградата.

#### 5.4. Аналитички пристап

За многу проблеми поврзани со динамиката на конструкциите при побуда, линеарниот модел не дава точна претстава за одговорот и неопходно е да се земат предвид нелинеарните однесувања, ако може да се најде реалната претстава на овој феномен. За некои нелинеарни проблеми можно е да се покаже дека нелинеарните услови не го менуваат карактерот на линеарното решение и методите се развиени за да најдат еквиваленти решенија на линеарниот систем, кои можат брзо да се добијат.

Исто така, аналитичките методи се развиени за да се добијат приближни решенија за нелинеарните динамички проблеми во кои нелинеарноста во извесна смисла е мала. Овие методи вклучуваат забавеност на различни параметри, метод на линеаризација и различни компјутерски техники.

За системи со неколку степени на слобода, употребата на аналогни компјутерски техники често може да обезбеди адекватно решение за линеарни и нелинеарни проблеми. Исто така, аналогните компјутерски техники може да се адаптираат на релативно едноставни системи кога аналитичките техники не обезбедуваат таков вид на решение. Меѓутоа, ако значењето на нелинеарноста се зголемува, а во исто време бројот на степени на слобода е зголемен, можноста за решавање на нелинеарните проблеми при побуда исчезнува од аналогиите во корист на практичните цели. Поради природата на побудување, компјутерите биле широко користени за истражување во земјотресно инженерство. За случаи каде што деталните пресметки не се практични, концептот на одговорот на конструкциите најчесто бил направен со анализа на брзината, поместувањето и забрзувањето.

За побудување на тлото е потребно да се потроши механичка енергија. Ширењето на еластичните бранови може да се анализира како ширење на енергија од изворот на побудата низ полубесконечна средина во сите правци, што значи енергијата ја пренесуваат еластичните (сеизмички) бранови. Енергијата по должината на секој зрак, на единица површина нормална на зракот во единица време, е дефинирана со изразот:

$$E = V \cdot \rho \cdot C^2,$$

каде што  $V$  е брзина на ширењето на сеизмичкиот бран,  $\rho$  е густина на средината во којашто се шири сеизмичкиот бран, а  $C$  е брзина на осцилирање на материјалните честички на тлото.

Оваа приближна равенка е изведена од точната равенка (5.93) кога би имале константна брзина на осцилации на честичките во единица време, т.е.  $C^2 = \int_0^1 v^2 dt$ . Бидејќи се работи за единица површина, во (5.93),  $A_{sn} = 1$ , додека  $\beta_s$  во последната равенка е означено со  $V$ .

Сеизмичките бранови кои пристигнуваат во тлото по побудување на жариштето до место на запазување пристигнуваат временски поместени со оглед на различните брзини на ширењето на бранот.

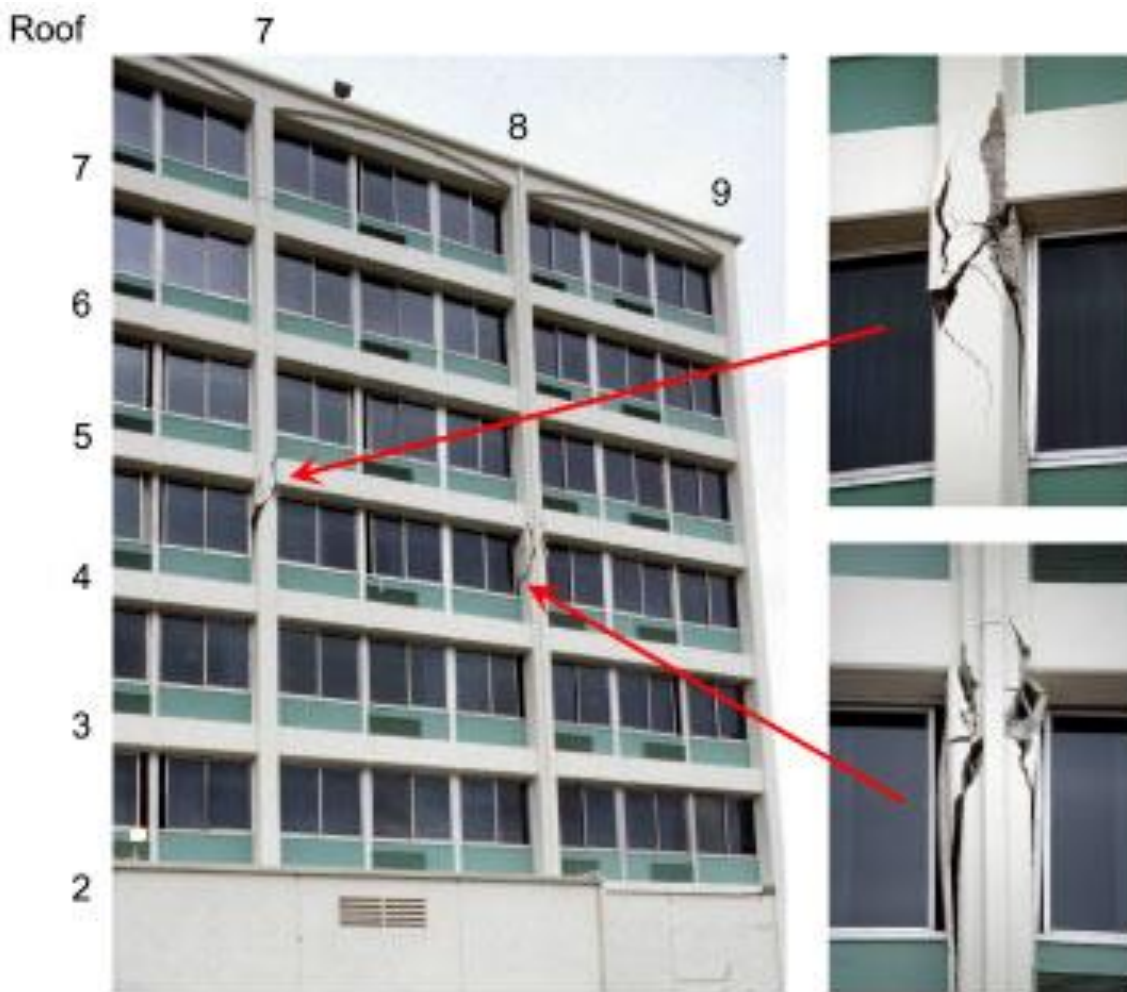
## 6. Дводимензионален (2-d) нумерички пример

Како прототип за нашиот дводимензионален нумерички модел го земаме хотелот „Holiday Inn“ во Van Nuys, Калифорнија (слика 6.1). Хотелот е лоциран во средината на долината Сан Фернандо во метрополитен регионот на Лос Анџелес, Калифорнија, и бил целосно инструментирен. За време на земјотресот Northridge во Калифорнија, во 1994 година, хотелот бил сериозно оштетен (слика 6.2) и неговиот одговор за време на овој земјотрес е анализиран и опишуван во многу артикли и извештаи. За нашиот дводимензионален SH модел ги земаме физичко-механичките карактеристики на почвата на која е изграден хотелот, како и еквивалентните физичко-механички карактеристики на хотелот во правец исток-запад, добиени со „impulse response“ анализа на едnodимензионален модел.



Слика 6.1. Поглед на хотелот „Holiday Inn“ во Van Nuys од североисток

Figure 6.1. View of Van Nuys Seven Story Hotel (VN7SH) from North-East



Слика 6.2. Поглед на оштетените столбови по земјотресот Northridge

Figure 6.2. Post-earthquake view of damaged columns

Претпоставуваме дека сите контакти во нашиот модел, три контакти темел-почва и еден контакт темел-зграда (слика 5.1) остануваат континуирани, односно не е дозволено одвојување или лизгање. Зградата и темелот остануваат линеарни за цело време на анализата. На слика 5.1 беа дадени димензиите на моделот и физичко-механичките карактеристики на елементите кои го сочинуваат моделот во општи броеви. За нашиот пример, брзината на пропагирање на SH бранот во зградата е  $\beta_b = 100 \text{ m/s}$ , во тлото  $\beta_s = 250 \text{ m/s}$ , а бидејќи истражуваме и како крутоста на темелот влијае на одговорот, брзината на пропагирање на SH бранот во темелот ја менуваме  $\beta_f = 250$  до  $1000 \text{ m/s}$ .

Ширината на темелот е иста со ширината на зградата  $W_b = 2a = 19.1m$ , а неговата длабина е половина од неговата ширина,  $h_f = a = 9.55 m$ . Густината на материјалот од кој е изградена зградата е  $\rho_b = 270 kg/m^3$  за сите примери во оваа студија. Густината на темелот и почвата ја земаме иста  $\rho_f = \rho_s = 2000 kg/m^3$ .

Пресметувањето го прекинуваме во време  $T_s$ , кога комплетниот филтриран пулс (слика 5.2) го помине десниот агол на контактот темел-структура, В (слика 5.1).

$$T_s = \frac{H_m}{c_y} + \frac{\frac{L_m}{2} + a}{c_x} + t_d = \frac{H_m}{c_y} + \frac{6a}{c_x} + t_d \quad (6.1)$$

каде што  $c_y = \frac{\beta_s}{\cos \gamma}$  и  $c_x = \frac{\beta_s}{\sin \gamma}$  се вертикална и хоризонталната фазна брзина на

SH бранот кој се пропагира во почвата,  $L_m$  и  $H_m$  (сл.5.1) се ширината и висината на почвениот отсечок,  $a$  е полуширина на конструкцијата и  $t_d$  е времетраење на полусинусоидниот пулс. По ова време немаме влез на енергија во конструкцијата.

Бидејќи сакаме да ја истражуваме само енергијата која влегува во конструкцијата, ја варираме висината на зградата,  $H_b$ . Висината на зградата ја пресметуваме од условот да времето откако фронтот на бранот (пулсот) кој стигнал до точката А (в. слика 5.1), стигнал до врвот на конструкцијата, се одбил и продолжил да патува назад, не стигнува до контактот темел-зграда до моментот кога комплетниот пулс ја поминал точката В кога ја прекинуваме нумеричката симулација. Најкраткото време за да стигне брановиот фронт од левиот долен агол на моделот до левиот агол на контактот темел-конструкција, потоа да се одбие од врвот на конструкцијата и повторно да стигне до контактот темел-конструкција е:

$$T_r = \frac{H_m}{c_y} + \frac{\frac{L_m}{2} - a}{c_x} + \frac{2H_b}{\beta_b} = \frac{H_m}{c_y} + \frac{4a}{c_x} + \frac{2H_b}{\beta_b} \quad (6.2)$$

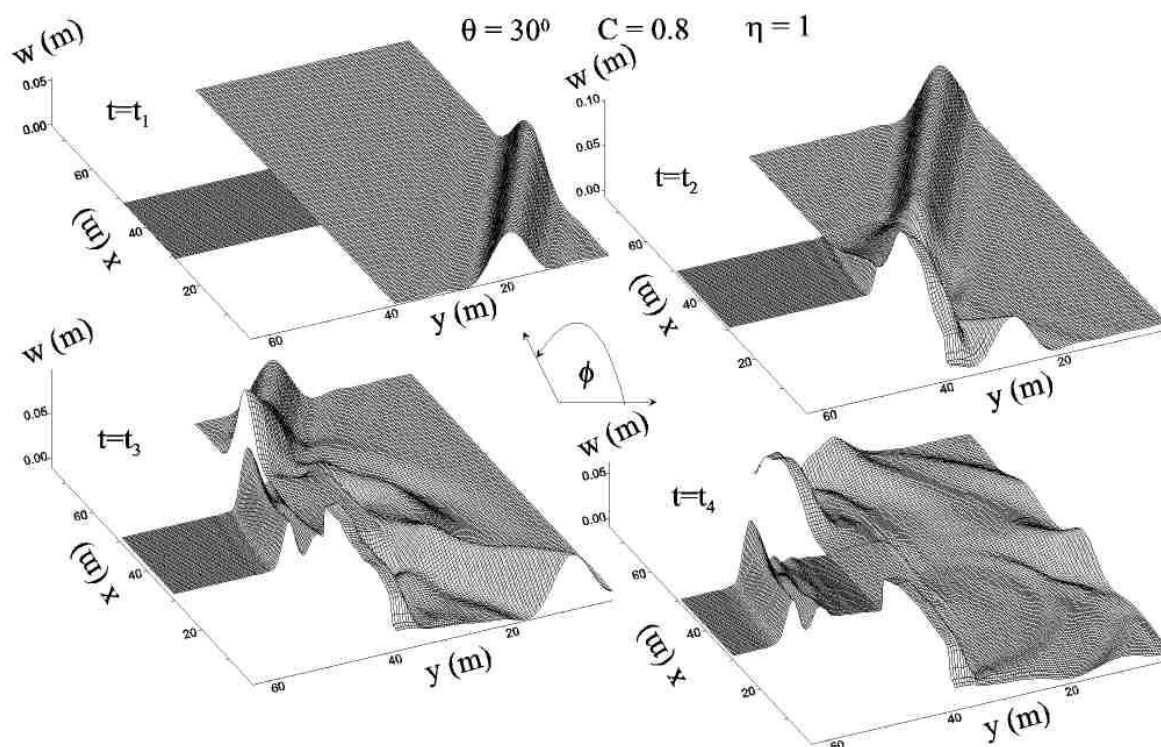


Бараниот услов за пресметување на висината на зградата тогаш е  $T_r \geq T_s$  или

$$\frac{H_m}{c_y} + \frac{4a}{c_x} + \frac{2H_b}{\beta_b} \geq \frac{H_m}{c_y} + \frac{6a}{c_x} + t_d. \quad (6.3)$$

Од (6.3) и имајќи на ум  $c_x = \frac{\beta_s}{\sin \gamma}$  ја пресметуваме бараната висина на

конструкцијата (објектот)  $H_b \geq \frac{a \cdot \sin \gamma \cdot \beta_b}{\beta_s} + \frac{t_d \cdot \beta_b}{2}$ .

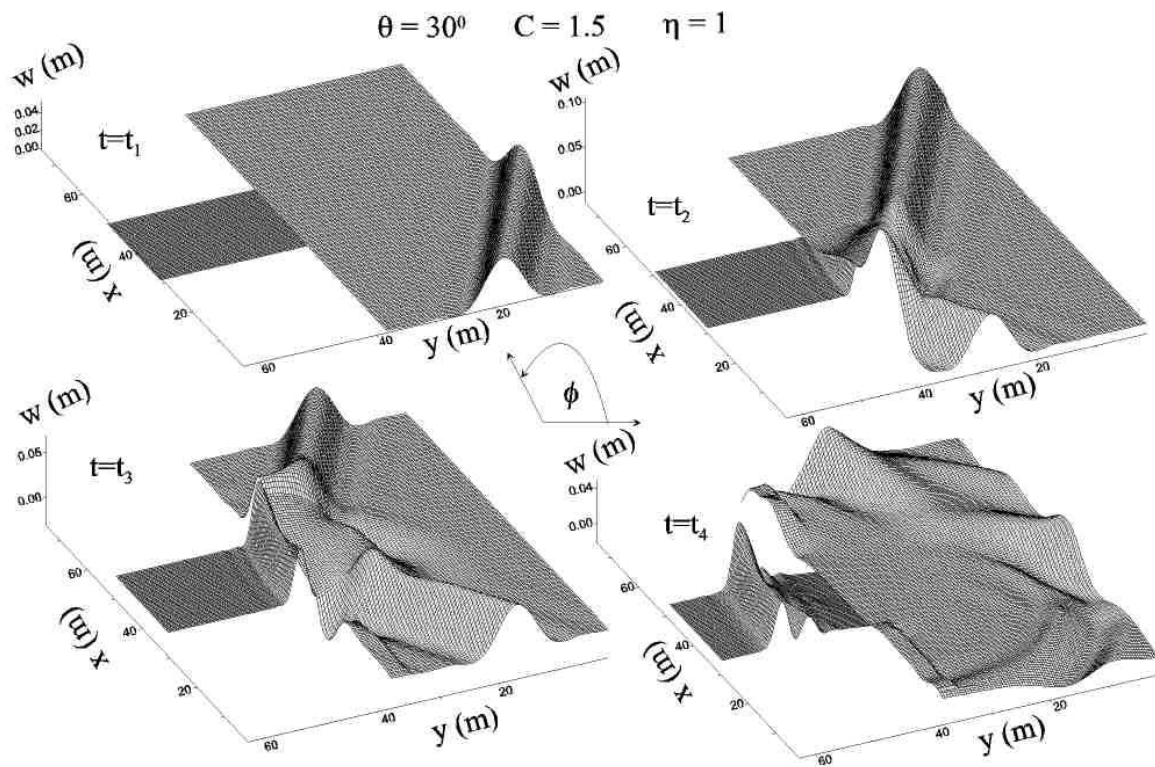


Слика 6.3. Поле на поместување на SSI моделот за влезен агол  $\theta = 30^\circ$ ,  $h = 1$  и  $C=0.8$  во четири временски случаи на пропацирање на пулсот. Моделот е ротиран за агол  $\theta = 115^\circ$  спротивно од стрелките на часовникот.

- t1: пулсот целосно влегува во моделот
- t2: предниот дел од пулсот само што влегол во конструкцијата
- t3: амплитудата на пулсот е во средината на контактот темел-објект
- t4: пулсот комплетно го поминува десниот агол (точка B)

Figure 6.3. Displacement field of SSI model for angle of incidence  $\theta = 30^\circ$ ,  $h = 1$  and  $C=0.8$  in fourtime instances of propagation of the pulse. The model is rotated  $\theta = 115^\circ$  counterclockwise.

- t<sub>1</sub>: the pulse completely entered the model,
- t<sub>2</sub>: the front of the pulse just entered the structure,
- t<sub>3</sub>: the amplitude of the pulse is in the middle of foundation-structure contact,
- t<sub>4</sub>: the pulse completely passed the right corner (point B)



Слика 6.4. Исто како слика 6.3, но за  $C=1.5$

Figure 6.4. Same as Fig. 6.3, but for  $C=1.5$

Сликите 6.3 и 6.4 претставуваат „филм“ од пропагирањето на пулс со  $\eta = \frac{a}{\beta_s \cdot t_d} = 1$ , во систем тло-темел-конструкција со иста геометрија и исти карактеристики на сите елементи во системот, освен што во моделот на слика 6.3 имаме почва со голема нелинеарност,  $C=0.8$ , додека моделот на слика 6.4 има почва со средна нелинеарност,  $C=1.5$ . Со други зборови, деформацијата на попуштање во почвата  $\mathcal{E}_m$  кај моделот на слика 6.4 е скоро два пати поголема од таа кај моделот на слика 6.3.

Во првата инстанца,  $t=t_1$ , пулсот комплетно влегол во нашиот модел од левата долна страна, т.е. координатниот почеток (сликите се свртени за 115 степени за подобар приказ на моделот). Во оваа временска инстанца скоро нема никаква разлика во полето на поместувања кај двата модела, бидејќи уште нема формирано зони на големи трајни деформации во тлото. Како бранот (пулсот) се пропагира кон горе и десно тој ја достигнува слободната површина.

Делот од бранот што удира во слободната површина се рефлектира назад под ист агол со спротивен знак како и влезниот агол,  $\theta$ . Во време  $t=t_2$  на левата страна од моделот,  $x=0$ , споредувајќи со време  $t=t_3$  може да се забележи дека одбиениот дел од бранот се движи надолу, а делот од бранот што сè уште не стигнал до слободната површина продолжува да се пропагира нагоре и на десно. Исто така, во време  $t=t_2$  бранот почнува да влегува во зградата од левата страна на контактот темел-почва (слика 5.1)  $(x_A, y_A) \approx (30m, 40m)$ . И во оваа временска инстанца не постои голема разлика во полето на поместувања меѓу моделите на слика 6.3 и слика 6.4 што е резултат на фактот дека уште не се развиле големи трајни деформации.

Во време  $t=t_3$  кога амплитудата на влезниот пулс е на средината на контактот меѓу темелот и конструкцијата, веќе се развиени трајни деформации во тлото и полето на поместувања во моделите на сликите 6.3 (модел 1) и 6.4 (модел 2) се разликува. Може да се забележи дека поради поголеми деформации во тлото, кај модел 1 темелот е појасно видлив. Голем дел од пулсот е влезен во зградата и почнува да се пропагира по висина на зградата (споредба со инстанца  $t=t_4$ ). Тлото на слободната површина од лева страна на темелот во модел 1 има претрпено позитивно трајно поместување, додека кај модел 2, поместувањето на тлото на слободната површина лево од темелот е сè уште еластично (споредба со  $t=t_4$ ) и негативно.

Конечно, со споредување на полето на поместувања за временска инстанца  $t=t_4$  за двата модела може да се заклучи дека поместувањата во тлото и во темелот кај двата модела прилично се разликуваат. Бранот во објектот се пропагира по висина и оди кон врвот. За двата модела поместувањата во линеарниот објект скоро и да не се разликуваат. За разлика од поместувањата

во објектот, поместувањата во тлото и темелот за модел 1 и модел 2 (слика 6.3 и слика 6.4) се разликуваат.

Кај модел 1 ( $C=0.8$  – голема нелинеарност во тлото) големи трајни поместувања остануваат на слободната површина лево и десно од темелот. По целиот периметар околу темелот се развиени трајни деформации во тлото што јасно го диференцираат темелот од тлото (слика 6.3, слика 6.5).

Кај модел 2 ( $C=1.5$  – средна нелинеарност во тлото) помали трајни поместувања остануваат на слободната површина лево и десно од темелот. На периметарот околу темелот не се развиени големи трајни деформации во тлото, со што поместувањата во тлото и темелот се скоро еластични (повратни) и не се разликуваат меѓу темелот и тлото (слика 6.4, слика 6.5).

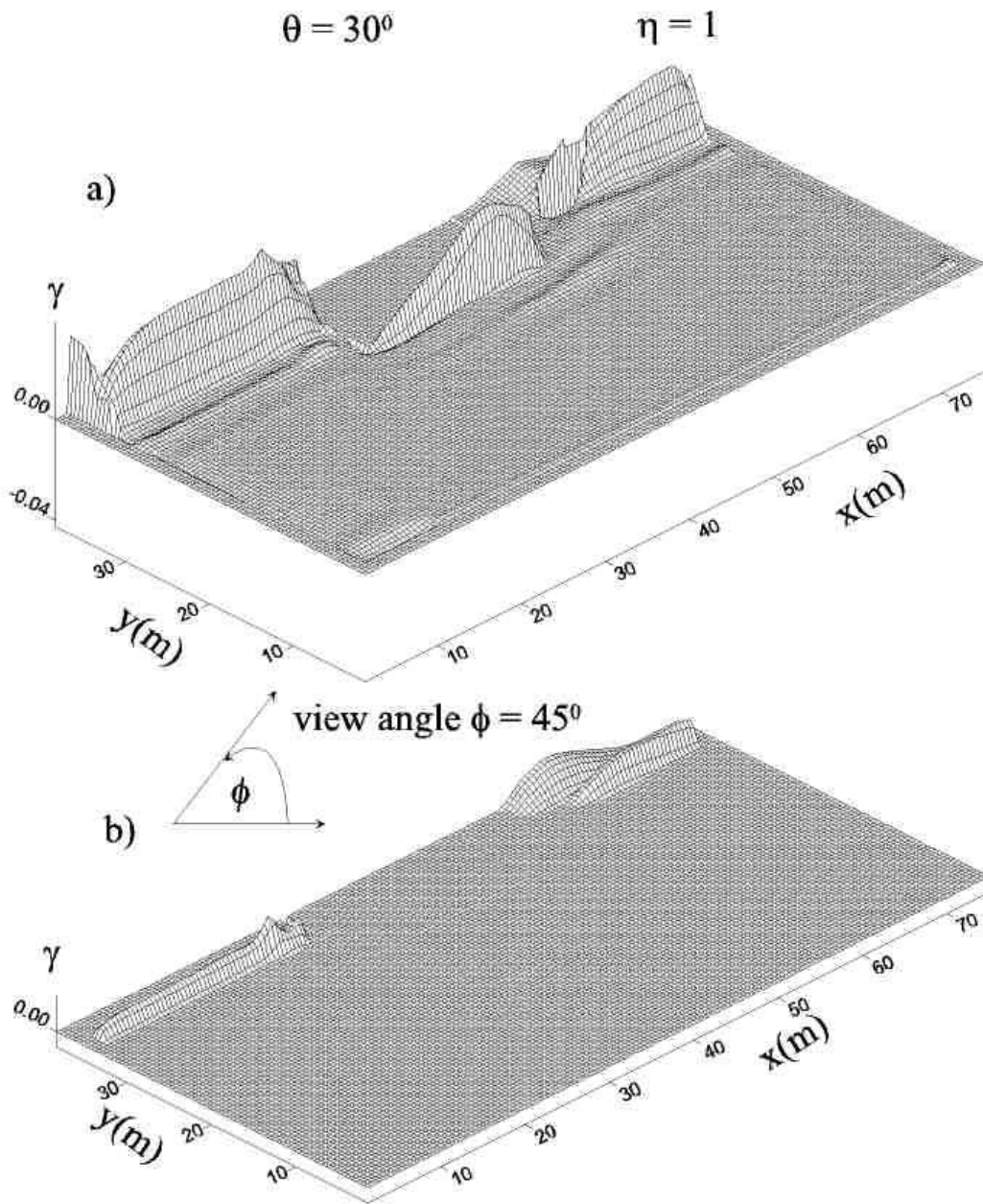
И кај двата модела, на левата половина од почвата под темелот, може да се забележи цилиндричен бран кој се пропагира кон долната и лева вештачка граница на моделот. Овој цилиндричен бран е резултат од расфрлање (scattering) од темелот. Тоа настанува кога влезниот бран удира во темелот и се рефлектира назад во различни правци.

Од аспект на дизајн на сеизмички отпорни конструкции, важно е да ја знаеме побудата во основата на конструкцијата. Бидејќи влезната енергија низ даден пресек зависи од брзината на честичките на пресекот равенка (6.3), во оваа дисертација истражуваме како различни фактори влијаат на брзината на честичките на контактот темел-објект, а со тоа и на сеизмичката енергија која влегува во објектот. Факторите кои ќе ги истражуваме се:

- влезниот агол  $\theta$ ,
- крутоста на темелот, односно брзината на пропагирање на SH бран низ темелот  $\beta_f$ ,
- нивото на нелинеарност на тлото  $C$ .

За таа цел дефинираме средна брзина на честичките на контактот темел објект:

$$v_{av} = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} v_i}{N_c}, \quad (6.4)$$



Слика 6.5. Трајна деформација во тлото откако пулсот ќе го напушти моделот

a) за голема нелинеарност во тлото  $C=0.8$

б) за мала нелинеарност во тлото  $C=1.5$

Figure 6.5. Permanent shear strains in the soil after the pulse has left the model

a) for big nonlinearity in the soil  $C=0.8$

b) for small nonlinearity in the soil  $C=1.5$

каде што  $N_c$  е број на точки на контактот темел-објект, а  $v_i$  е брзина во точка  $i$  на контактот во временски чекор  $k$ . На овој начин, за секој временски чекор од нашата нумеричка симулација, ја пресметуваме средната брзина за побуда од пулс со бездимензионална фреквенција  $\eta$ . За најголемата апсолутна вредност на средната брзина и соодветното  $\eta$  добиваме точка на кривата  $v_{av,max}(\eta, t)$ . Во оваа дисертација истражувањата ги вршиме во домен на бездимензионалната фреквенција на побудата  $0.06 \leq \eta \leq 3$  со чекор  $\Delta\eta = 0.02$ . На овој начин на нашите криви  $v_{av}(\eta)$  имаме  $N_p = \frac{3-0.06}{0.02} + 1 = 148$  точки.

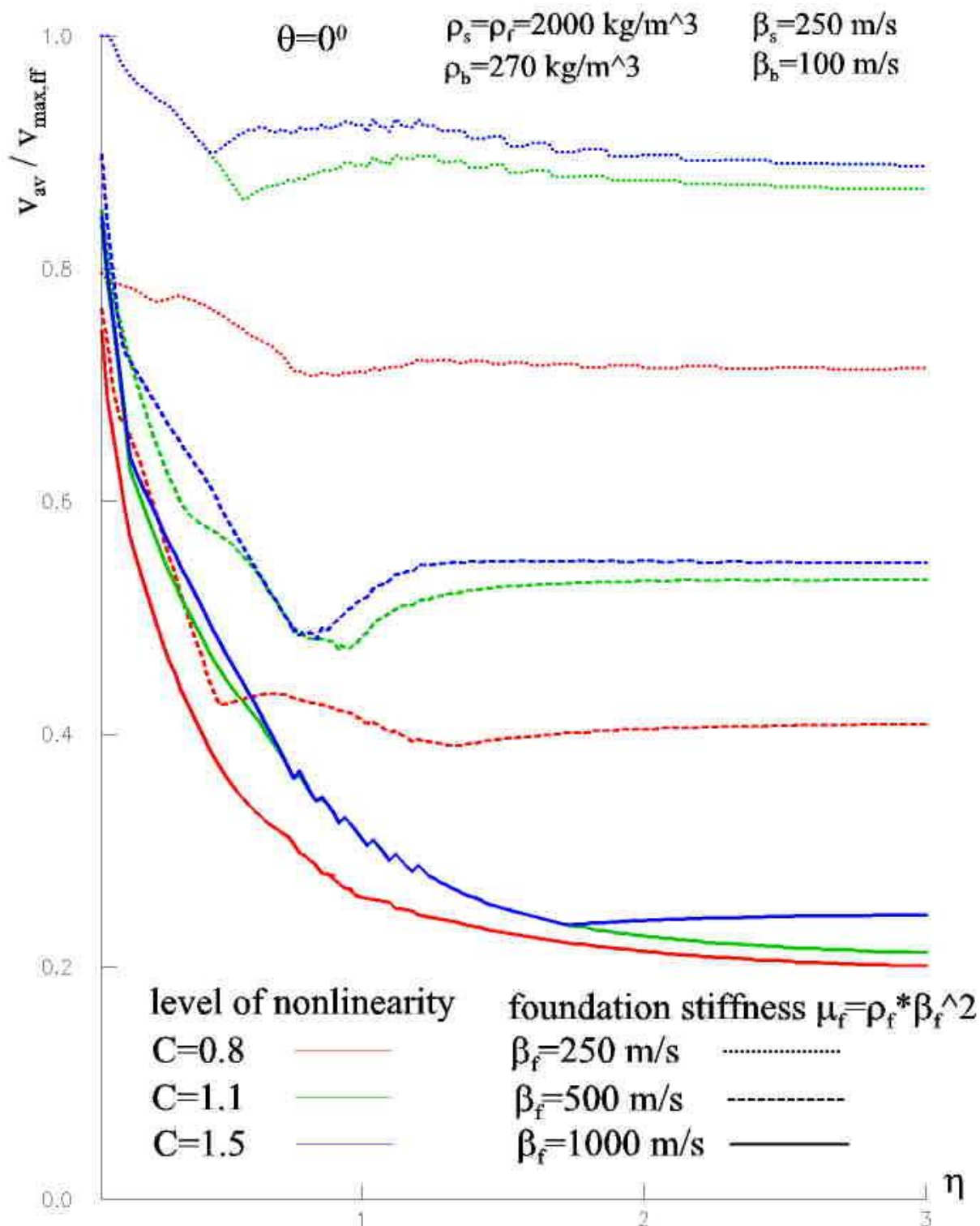
На сликите 6.6 до 6.9 се прикажани нормализираните криви  $v_{av,r}(\eta) = v_{av,max}(\eta, t) / v_{max,ff}$ , каде што  $v_{max,ff}(\eta)$  е најголемата брзина по апсолутна вредност која се јавува на слободната површина кога темелот и објектот не би постоеле и ја пресметуваме како  $v_{max,ff} = 2 \cdot \left( \frac{d_{i+1} - d_i}{\Delta t} \right)_{max}$ , каде што  $d_i$  е  $i$ -тата ордината на филтрираниот полусинусоиден пулс.

Овие криви се прикажани за:

- а) четири различни влезни агли,  $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  и  $85^\circ$ ,
- б) три различни крутости на темелот,  $\beta_f = 250$  м/с,  $500$  м/с и  $1000$  м/с,
- в) три различни степени на нелинеарност на тлото,  $C = 1.5, 1.1$  и  $0.8$ .

На слика 6.6 се прикажани гореспоменатите криви за вертикален влез на побудата,  $\theta=0$ . Од сликата може да се забележи дека моделите без темел, т.е. моделите каде што крутоста на темелот е еднаква на крутоста на тлото,  $\beta_f = \beta_s = 250$  м/с (точкести линии), имаат најголема релативна средна брзина.

За ваква крутоста на темелот,  $v_{av,r}(\eta)$  за моделот со тло со најмало ниво на нелинеарност,  $C=1.5$  (сина линија), има најголеми ординати.



Слика 6.6. Максимална релативна брзина  $v_{av}$  на површината конструкција-темел нормализирана од максималната релативна брзина на слободната површина  $v_{max,ff}$  наспроти  $\eta$  за три степени на крутост на темелот и три нивоа на нелинеарност на тлото.  $\theta = 0^\circ$

Figure 6.6. Peak average velocity  $v_{av}$  at structure-foundation interface normalized by peak free-field velocity  $v_{max, ff}$  vs.  $\eta$  for three foundation stiffness and three levels of nonlinearity of soil.  $\theta = 0^\circ$

За најдолги пулсови,  $\eta=0.06$ ,  $v_{av,r}(\eta)$  има ордината еден и како  $\eta$  расте до  $\eta=0.48$ ,  $v_{av,r}(\eta)$  опаѓа. Кај  $\eta=0.48$  релативната средна брзина има минимум,  $v_{av,r}(\eta) = 0.89$ . Како што  $\eta$  продолжува да расте,  $v_{av,r}(\eta)$  почнува благо да расте и достигнува вредности меѓу  $0.92$  и  $0.93$  во интервалот  $0.6 \leq \eta \leq 1.2$ . Со натамошно растење на  $\eta$ ,  $v_{av,r}(\eta)$  благо опаѓа и кај најголемата разгледувана вредност на бездимензионалната фреквенција  $\eta=3$  добива вредност  $v_{av,r}(\eta)=0.89$ .

Моделот без темел, со тло со ниво на нелинеарност,  $C=1.1$  (зелена точкеста линија), за најдолги пулсеви,  $\eta=0.06$  до  $\eta=0.48$ , има исти ординати како и моделот со тло со ниво на нелинеарност  $C=1.5$  кој имаше локален минимум кај оваа  $\eta$ . Моделот со  $C=1.1$  има минимум  $v_{av,r}(\eta)=0.859$  за  $\eta=0.58$ , а понатаму со зголемување на  $\eta$ , оди паралелно со кривата со ниво на нелинеарност  $C=1.5$ . Максимумот  $v_{av,r}(\eta)=0.898$  се јавува кај  $\eta=1.2$ , а за  $\eta=3$ ,  $v_{av,r}(\eta)=0.868$ .

Моделот со најголема нелинеарност на тлото,  $C=0.8$  (црвена точкеста линија), го следи трендот на претходните две криви, со тоа што  $v_{av,r}(\eta)$  не почнува од 1 за најмалата разгледувана бездимензионална фреквенција,  $\eta=0.06$ , туку од  $v_{av,r}(\eta)=0.8$ . Ова е затоа што кај претходните две криви, за најмали бездимензионални фреквенции, тлото е линеарно и не доаѓа до појава на трајни деформации во него, што не е случај со моделот со голема нелинеарност,  $C=0.8$ , кога се јавуваат перманентни деформации и при најмалите  $\eta$ .

Кривите  $v_{av,r}(\eta)$  за математички модели со темели поцврсти од тлото,  $\beta_f = 500 \text{ м/с}$ ;  $1000 \text{ м/с}$  (црткани и полни линии соодветно) се однесуваат слично како и кривите за модел без темел  $\beta_f = \beta_s = 250 \text{ м/с}$ , со таа разлика што нивните ординати се помали. Ова е последица од тоа што темелот ја расејува енергијата

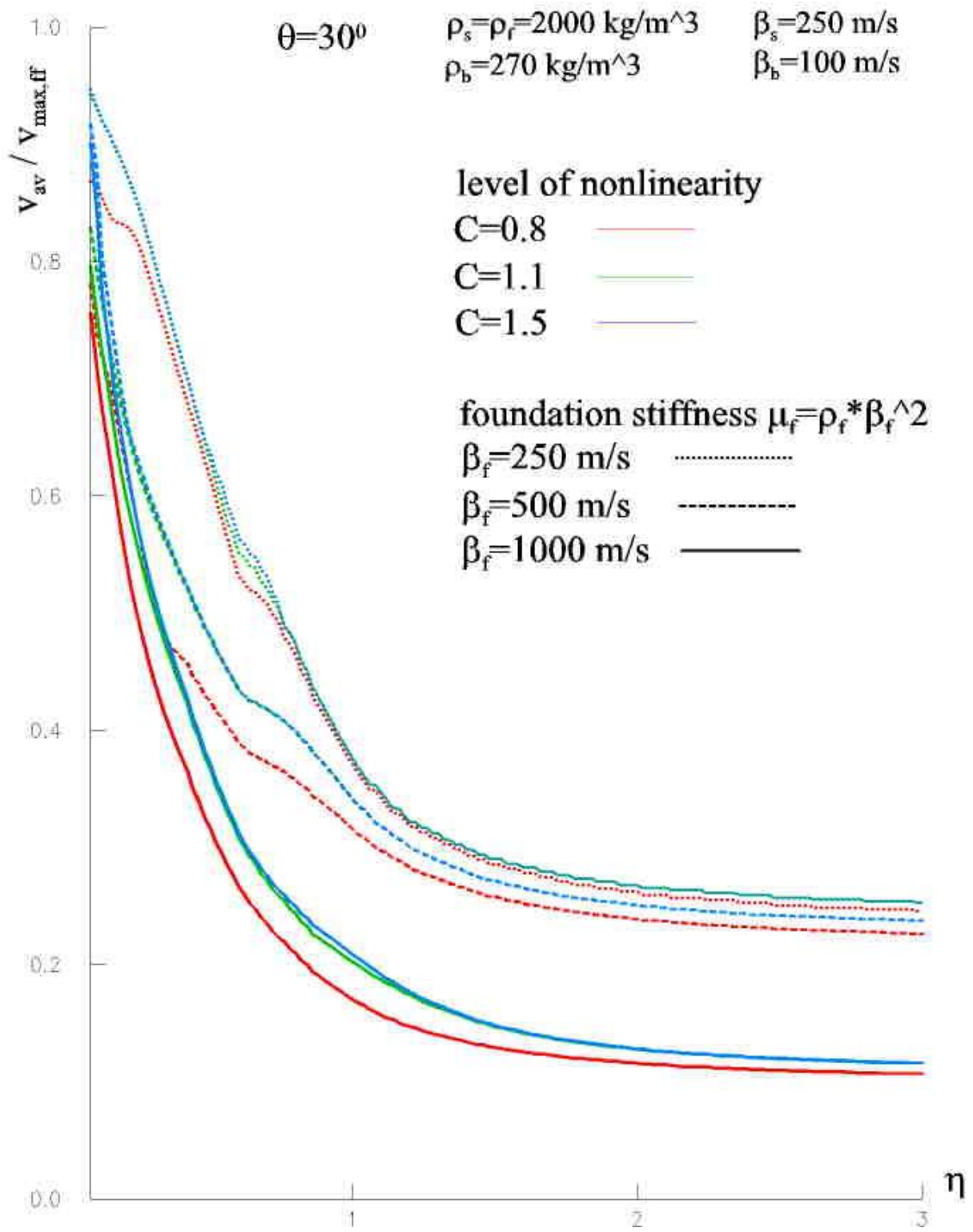


кога пулсот удира во него. Бидејќи моделот без темел,  $\beta_f = \beta_s = 250 \text{ m/s}$  не ја расејува енергијата, целата енергија од пулсот доаѓа до контактот темел-објект и затоа ординатите кај овие модели се поголеми од моделите со темел покрут од тлото. Повторно моделите со мала нелинеарност на тлото имаат поголеми ординати од моделите со поголема нелинеарност. Моделот со најкрут темел  $\beta_f = 1000 \text{ m/s}$  и со најголемо ниво на нелинеарност во тлото  $C=0.8$  (црвена полна линија) има најмали ординати на  $v_{av,r}(\eta)$  за сите  $\eta$ , што доведува до заклучок дека моделите со крут темел и голема нелинеарност во почвата, т.е. мало  $\varepsilon_m$ , односно мало  $C$  во равенката (6.1) превенираат (не дозволуваат) голем дел од енергијата да дојде до објектот (до контактот темел-објект). Ова сознание ни овозможува да сфатиме зошто голем број од објектите на слаба почва (со големо ниво на нелинеарност), а блиску до епицентарот на земјотресот Northridge во 1994 година останале во потполност неоштетени.

Од друга страна, јасно е дека крутите темели доведуваат до силно расејување (scattering) на брановите што удираат во нив, така што голем дел се расејува, а мал дел од сеизмичката енергија влегува во темелот, а од таму до контактот темел-објект.

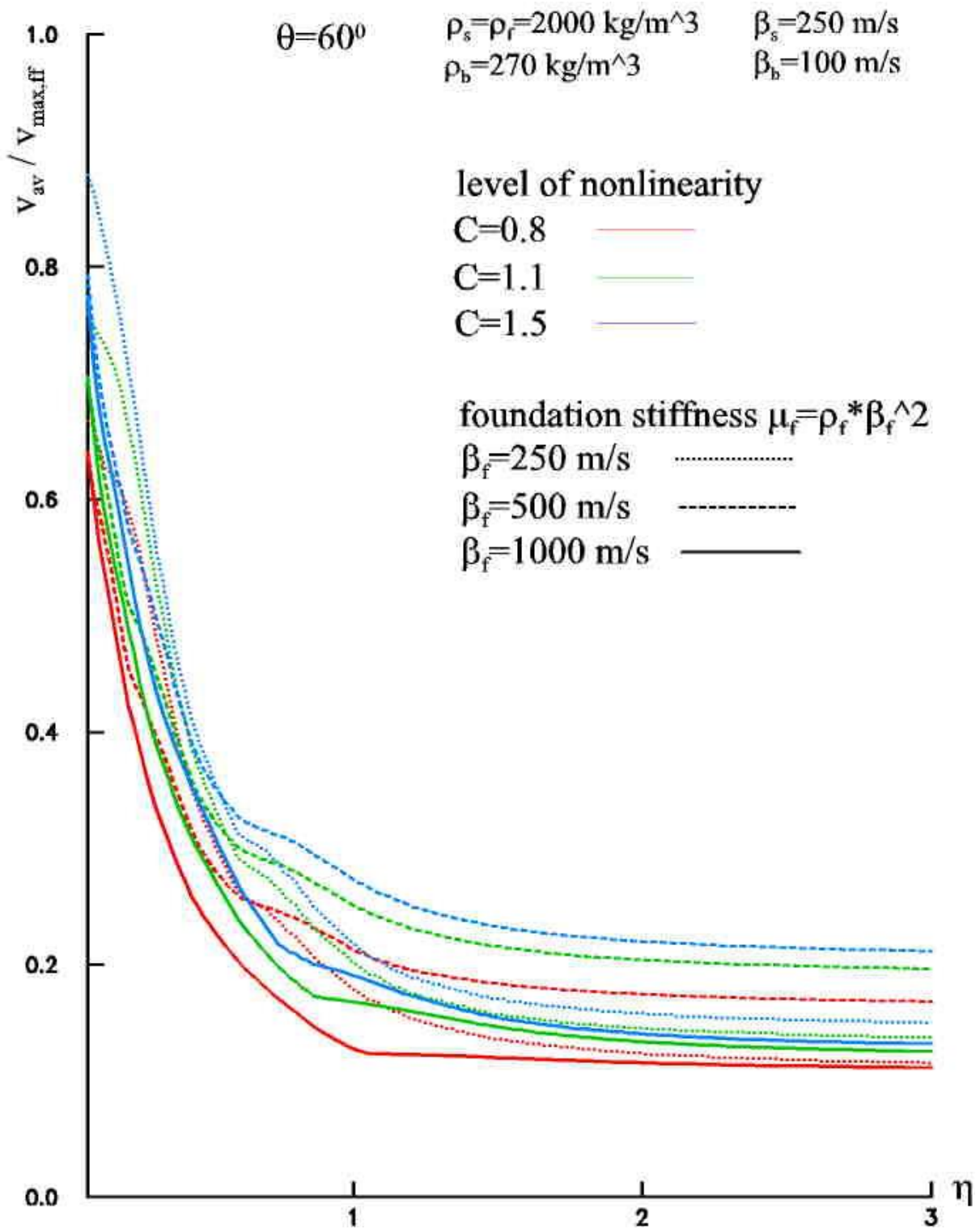
Како што се зголемува влезниот агол  $\theta$ , така за високи фреквенции (десно на сликите 6.7 до 6.9, кривите  $v_{av,r}(\eta)$  се приближуваат.

На слика 6.7 се прикажани соодветните криви  $v_{av,r}(\eta)$  за влезен агол  $\theta = 30^\circ$ . Може да се забележи дека за мали бездимензионални фреквенции (на пример  $\eta \leq 1$  ординатите на  $v_{av,r}(\eta)$  прилично се разликуваат меѓу моделите со различна крутост на темелот. Како што  $\eta$  се зголемува, кривите  $v_{av,r}(\eta)$  за моделите со темел  $\beta_f = 250 \text{ m/s}$  и  $\beta_f = 500 \text{ m/s}$  (точкести и црткани линии) се доближуваат меѓусебно додека кривите за модели со темел  $\beta_f = 1000 \text{ m/s}$  остануваат пооддалечени.



Слика 6.7. Исто како слика 6.6, но за  $\theta = 30^\circ$

Figure 6.7. Same as Fig.6.6 but for  $\theta = 30^\circ$



Слика 6.8. Исто како слика 6.6, но за  $\theta = 60^\circ$

Figure 6.8. Same as Fig.6.6 but for  $\theta = 60^\circ$

Што се однесува на влијанието на нивото на нелинеарност,  $C$  врз кривите  $v_{av,r}(\eta)$ , може да се забележи дека за помала нелинеарност,  $C = 1.1$  и  $C = 1.5$  (зелени и сини линии), кривите  $v_{av,r}(\eta)$  скоро се совпаѓаат, посебно кај високи бездимензионални фреквенции. За разлика од нив, за овој влезен агол,  $\theta = 30^\circ$  кривите за голема нелинеарност  $C = 0.8$ , имаат различни, секогаш помали ординати од кривите за  $C = 1.1$  и  $C = 1.5$ .

На слика 6.8 се прикажани кривите  $v_{av,r}(\eta)$  за влезен агол  $\theta = 60^\circ$ . Од сликата се забележува дека за мали  $\eta$  моделот без темел  $\beta_f = \beta_s = 250$  м/с со најмало ниво на нелинеарност на тлото  $C = 1.5$  има најголема вредност за средната брзина. За  $\eta = 0$ , односно за најдолги пулсови,  $v_{av,r}(\eta)$  има ордината близу  $0,86$  и како бездимензионалната фреквенција расте,  $v_{av,r}(\eta)$  строго опаѓа. Кај  $\eta = 0.5$  релативната брзина на моделот со темел  $\beta_f = 500$  м/с (црткана линија) и со најмало ниво на нелинеарност на тлото  $C = 1.5$ , станува поголема од истата за  $\beta_f = \beta_s = 250$  м/с и  $C = 1.5$ . За  $\eta > 0.5$  релативните брзини за овој модел се најголеми и за  $\eta = 3$  ја достигнуваат најмалата вредност во разгледуваниот интервал, околу  $0,25$ .

Моделот без темел, со ниво на нелинеарност на тлото  $C = 1.1$  за  $\eta = 0$  има максимална ордината за релативната брзина  $0,8$ . Кривата на овој модел оди паралелно со кривата со ниво на нелинеарност  $C = 1.5$  и минимумот се јавува за  $\eta = 3$ ,  $v_{av,r}(\eta) = 0,24$  (црткана линија,  $\beta_f = 500$  м/с). Моделот со најголема нелинеарност на тлото (црвена точкеста линија) се однесува слично како и претходната крива, со тоа што минималната вредност за средната брзина ја достигнува исто за  $\eta = 3$ ,  $v_{av,r}(\eta) = 0,2$ . Кривите  $v_{av,r}(\eta)$  за модели со темели поцврсти од тлото,  $\beta_f = 500$  м/с и  $\beta_f = 1000$  м/с (полни линии соодветно) се однесуваат како и кривите за моделот без темел, со разлика што нивните ординати се помали (за  $C = 1.5$  ордината е  $0,8$ , за  $C = 1.1$  ординатата е  $0,7$ , а за  $C = 0.8$  релативната брзина има најниска вредност околу  $0,65$ ). Причината е што темелот ја расејува енергијата кога пулсот удира во него, додека кај моделот без

темел целата енергија од пулсот се пропушта и затоа ординатите на овој модел имаат повисоки вредности за брзината. Се забележува дека зголемувањето на влезниот агол води до приближување на кривите  $v_{av,r}(\eta)$ .

Кривите со темел  $\beta_f = \beta_s = 250$  м/с и  $\beta_f = 1000$  м/с (точкести и полни линии) меѓусебно се приближуваат за  $1.5 \leq \eta \leq 3$ , додека за  $\beta_f = 500$  м/с кривите остануваат пооддалечени во истиот интервал.

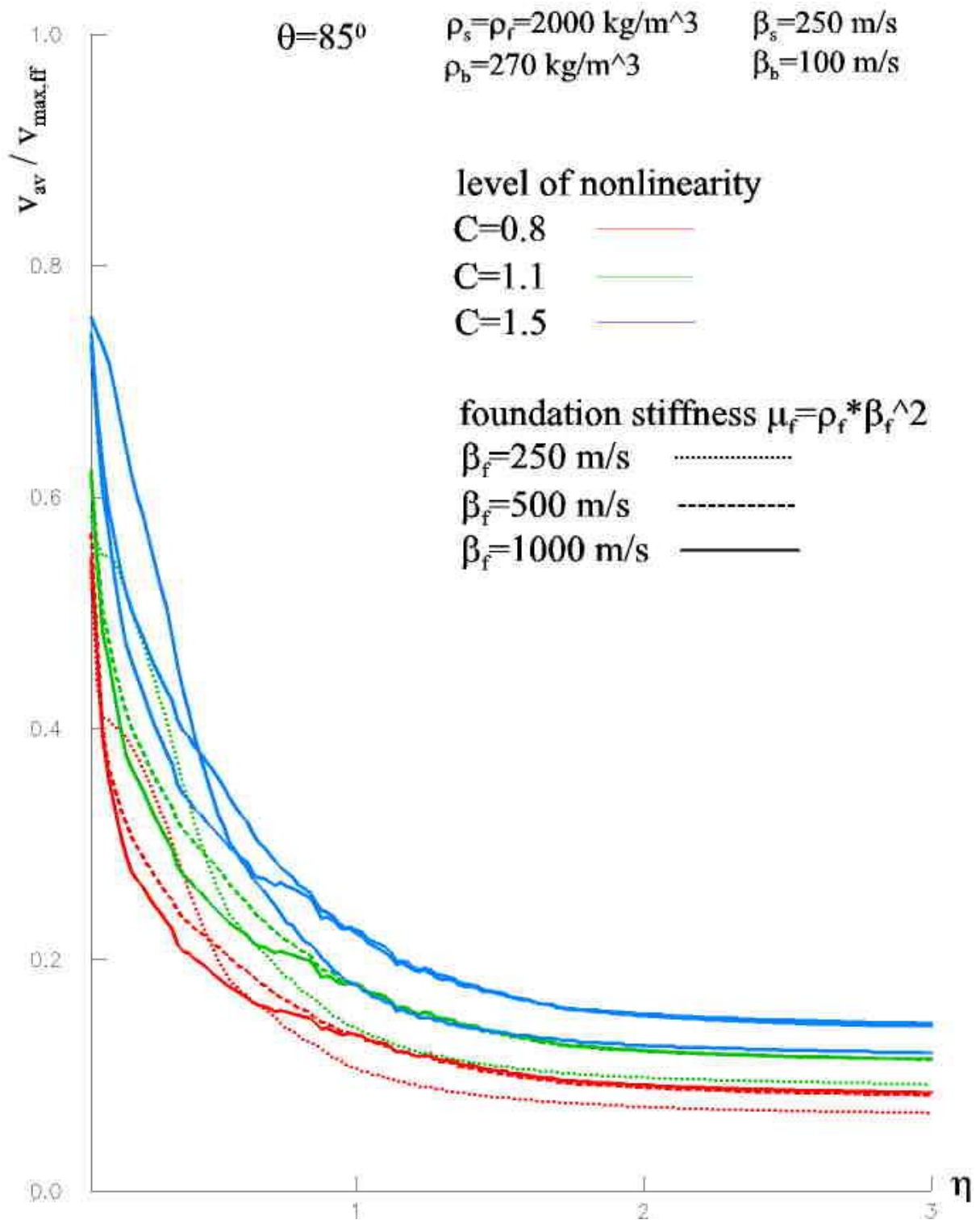
На слика 6.9 се прикажани кривите на претходните математички модели, но при влезен агол на пулсот  $\theta = 85^\circ$ . Очигледно е дека максималната вредност за релативната брзина  $v_{av,r}(\eta)$  е пониска од онаа при влезен агол  $\theta = 60^\circ$ ,  $v_{av,r}(\eta) = 0,75$ . Оваа вредност ја достигнува кривата од моделот без темел ( $\beta_f = \beta_s = 250$  м/с) за најниска нелинеарност на тлото  $C = 1.5$  (сина точкеста линија). Близу е и највисоката ордината на кривата на моделот со поцврст темел од тлото ( $\beta_f = 500$  м/с) и исто ниво на нелинеарност (сина црткана линија). Средната брзина и кај двете криви опаѓа со зголемувањето на бездимензионалната фреквенција, и во интервалот  $1 \leq \eta \leq 3$  истите скоро се совпаѓаат, достигнувајќи ја минималната вредност  $v_{av,r}(\eta) = 1,97$  за  $\eta = 3$ . Кривите со ниво на нелинеарност  $C = 1.1$  се однесуваат слично, за сите три модели на крутост на темелот, со мала разлика во максимумот и минимумот на релативната брзина. Најголема ордината достигнува кривата на моделот без темел (зелена точкеста линија), околу  $0,73$ , и најмала вредност околу  $0,1$ .

Кривите со голема нелинеарност на тлото ( $C = 0.8$ ) имаат најниска вредност за брзината, околу  $0,58$ . Со зголемувањето на  $\eta$  опаѓаат и за  $\eta = 3$  го достигнуваат минимумот, околу  $0,1$ .

И од слика 6.9 се забележува дека како што се зголемува влезниот агол на пулсот  $\theta$ , со зголемување на фреквенцијата, кривите  $v_{av,r}(\eta)$  опаѓаат и се приближуваат една до друга (некои од нив дури и се совпаѓаат). Ова покажува дека кај повисоки  $\eta$  влијанието на крутоста на темелот и степенот на нелинеарност на тлото се скоро ирелевантни за вредностите на релативната

брзина на контактот темел-објект,  $v_{av,r}(\eta)$ . Исто така, очигледно е дека овие брзини за поголеми  $\eta$  стануваат скоро константи, односно веќе не зависат од фреквенцијата.

Доаѓаме до заклучок дека моделите со крут темел и голема нелинеарност на тлото имаат најмали ординати за  $v_{av,r}(\eta)$ , односно како што темелот станува поцврст, така поголем дел од влезната енергија се расејува од темелот, а помал дел влегува во зградата.



Слика 6.9. Исто како слика 6.6, но за  $\theta = 85^\circ$

Figure 6.9. Same as Fig.6.6 but for  $\theta = 85^\circ$

## Заклучоци

Во оваа докторска дисертација анализираме распределба на енергија во интерактивен систем тло-темел-објект за произволен агол на влез на сеизмички бран во моделот. Анализата е спроведена со користење на нумеричка симулација на ширење на бран. Во нашите истражувања користиме дводимензионален математички модел на систем тло-темел-објект. Претпоставка е дека објектот е линеарен, додека тлото и темелот може да претрпат нелинеарни деформации. Влезната побуда е во форма на полусинусоиден пулс. Менувајќи ги параметрите кои влијаат на распределбата на енергија во системот, истражувавме како влезната сеизмичка енергија се распределува во системот. Истата во системот се трансформира во: енергија за појава и развивање на пластични деформации, енергија која се одбива по удар на бранот во темелот, енергија која се одбива по удар на бранот во контактот темел-објект и енергија која влегува во објектот.

Равенката на бранот е решена со помош на нумеричкиот метод на конечни разлики. Решението се состои од замена на парцијалните изводи во простор и време со нивните апроксимации во конечни разлики. Ја користевме дефиницијата на равенката на бранот преку брзина на честичите, релативните деформации и напрегањата. Со интегрирање на брзината го добивме поместувањето во точките од системот тло-темел-објект. За да го верификуваме методот, прво решивме линеарен (1D) модел и ги проучивме феномените кои произлегуваат од граничните услови на Dirichlet, Neumann и условите при подвижни граници. За линеарен модел, користејќи континуитет на поместувања и напрегања, аналитички го определивме одговорот, што ни даде можност да го валидираме нашиот нумерички модел.

Од посебна важност ни беше да разбереме кое количество на енергија влегува во објектот и кој дел од оваа енергија е поради транслација, а кој поради извивање на објектот. Очекувањето беше резултатите од ова истражување да ни помогнат да разбереме зошто стандардните згради лоцирани на тла кои трпат големи нелинеарни деформации се помалку оштетени отколку оние на тла со мали деформации на тлото.



Крајната цел на истражувањето во оваа дисертација беше да определиме како различни параметри, како: агол на пропагација на бранот, крутост на темелот, крутост на почвата, степен на нелинеарност на почвата и времетраење на пулсот влијаат на количината на сеизмичка енергија која ќе влезе во објектот.

Утврдивме под кои услови и каде се појавуваат максимални одговори на елементите со конечни димензии при сеизмички побуди.

За проучување на феномените кои се јавуваат при интеракција тло-темел-објект користевме едноставни математички модели кои подоцна ги проширивме. Во ова истражување се фокусиравме на енергетскиот аспект на интеракцијата тло-темел-објект. Тоа е модерен пристап кој дава квантитативен увид на отпорноста на објектот за време на сеизмички настан. Нашиот главен фокус беше дистрибуцијата на напрегања и енергијата во системот. Користевме бездимензионална фреквенција (сооднос меѓу ширината на конструкцијата и брановата должина на влезниот пулс). Како карактеристики на материјалот на нашиот 2Д модел беа потребни брановите брзини и густините на тлото, основата и конструкцијата.

Главната цел на нашата студија беше да се разбере феноменот поврзан со интеракцијата и да се дадат правци за подобрување на дизајнот на конструкциите отпорни на земјотреси. Феномени поврзани со интеракцијата тло-конструкција кои се појавуваат за време на силно побудување на тлото се: диференцијалните движења на контактот темел-објект за време на поминување на бранот, радијациското придушување од страна на конструкцијата, расејувањето од темелот, редистрибуција на напрегање и енергија во системот, лизгање и триење, пукнатини во системот, секундарни ефекти како последица на сопствена тежина на конструкцијата и гравитацијата.

Бидејќи во реалниот свет проблемот е дефиниран во бесконечен домен во тлото, инкорпориравме вештачки граници на границите од пресметковниот модел кои кореспондираат со граничниот услов во бесконечност. Брзините и поместувањата кај точките на слободните површини ги пресметувавме при секој временски чекор, додека напрегањата, брзините и поместувањата при точките

на контактите тло-темел и темел-зграда се пресметани од континуираноста на напрегањата и континуираноста на поместувањата на овие точки.

Го проучивме одговорот на дводимензионален систем тло-темел-зграда каде што тлото и темелот може да претрпат нелинеарни, а објектот само линеарни деформации. Креираниот нумеричкиот модел преку кој се симулираше одговорот на системот тло-темел-објект на влезен рамнински бран е параметарски модел каде што со едноставна промена на параметрите се влијае на геометријата на објектот и темелот и се модификуваат материјалните карактеристики на тлото, темелот и објектот. Еден ваков нумерички модел ни даде можност за широк спектар на испитувања на однесувањето на темелот и објектот.

Моделот го имплементиравме во програмскиот јазик FORTRAN и ја тестиравме неговата валидност.

Моделот со најкрут темел и со најголемо ниво на нелинеарност во тлото превенира (не дозволува) голем дел од енергијата да дојде до објектот (до контактот темел-објект).

Од друга страна, јасно е дека крутите темели доведуваат до силно расејување (scattering) на брановите што удираат во нив, така што голем дел се расејува, а мал дел од сеизмичката енергија влегува во темелот, а од таму до контактот темел-објект. Заклучивме дека како темелот станува поцврст, така поголем дел од влезната енергија се расејува од темелот, а помал дел влегува во зградата.

Од предложеното истражување можеме да разбереме како да ја минимизираме енергијата и влезните параметри (поместување, брзини и др.) од силното движење на земјата пренесено до објектот.

Од ова истражување добивме јасна слика како секој од разгледуваните фактори влијае на енергијата која влегува во објектот, а со тоа и на повредливоста на објектите. На овој начин можеме да дадеме препораки за ублажување на сеизмичките дејства, како природни – земјотреси, така и вештачки – подземни експлозии врз објектите. Од извршените истражувања на овој модел научивме како различни фактори влијаат на атенуацијата,

расејувањето и промената на брановата форма, а преку тоа и на енергијата која влегува во објектот. Добивме објаснување за тоа како тлото делува како пасивен изолатор т.е. доаѓа до губиток на сеизмичка енергија за креирање и развој на трајни деформации во тлото. Заклучивме дека краткотрајните – високофреквентни пулсеви повеќе се расејуваат на интерфејсите меѓу две различни средини (почва-темел и темел-објект), така што за овие побуди помал процент од вкупната сеизмичка енергија доаѓа во објектот. Конечно, главниот заклучок е дека темелот со слични физичко-механички карактеристики како почвата, ќе пропушта повеќе енергија во зградата, за разлика од темелите со поголема крутост од онаа на почвата. Ова се должи на разликата на импеданците која доведува до поголемо расејување.

## КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА

- [1] Љупчо Лазаров, Вовед во еластичност, Скопје, 2001.
- [2] Т. Dragasevič, Seimicka istrazivanja.
- [3] Vlado Gicev, Mihailo D. Trifunac, Nebojsa O. - Translation, torsion, and wave excitation of a building during soil-structure interaction excited by an earthquake SH pulse, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 77, 2015, 391-401.
- [4] Vlado Gicev, Mihailo D. Trifunac, Nebojsa O. - Two-dimensional translation, rocking, and waves in a building during soil-structure interaction excited by a plane earthquake P-wave pulse, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol.90, 2016, 454-466.
- [5] Vlado Gicev, Mihailo D. Trifunac, Nebojsa O. - Two-dimensional translation, rocking, and waves in a building during soil-structure interaction excited by a plane earthquake SH-wave pulse, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 88, 2016, 76-91.
- [6] Analiza parametara za procenu seizmickog odgovora visespratnih armiranobetonskih okvira, Aleksandra Radujkovic, Doktorska disertacija, Novi Sad, 2015.
- [7] Privremeni tehnički propisi za opterećenja zgrada (1948).
- [8] Abramowitz M. and Stegun I.A. (1965), *Handbook of mathematical functions*, Dover, New York.
- [9] Achenbach J. D. (1973), *Wave propagation in elastic solids*, North-Holland, Amsterdam.
- [10] Alford R.M, Kelly K.R. and Boore D.M. (1974), Accuracy of finite-difference modeling of acoustic wave equation, *Geophysics* v.39, 834-842.
- [11] Alterman Z.S and Karal F.C. Jr (1968), Propagation of elastic waves in layered media by finite-difference methods, *BSSA* vol. 58, 367-398.
- [12] Boore D. M. (1970), Finite-difference solutions to the equations of elastic wave propagation, with applications to Love waves over dipping interfaces; PhD thesis M.I.T.
- [13] Byrne P. M. (1980), Seismic response of buildings on soft foundation soils, 7th World conference on earthquake engineering, Vol. 6, 29-96.

- [14] Chew W. C. and Wagner R. L. (1992), A modified form of Liao's absorbing boundary condition, IEEE AP-S/URSI Int. Symp. Dig., Chicago IL, 536-539.
- [15] Clayton R. and Engquist B. (1977), Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations, BSSA vol. 67, 1529-1540.
- [16] Clearbout J. F. and Johnson A. (1971), Extrapolation of time dependent wave forms along their path of propagation, Geophysics J. of Royal Astron. Soc, 285-293.
- [17] Ditkowski A. and Gottlieb D., (2002), On the Engquist Majda absorbing boundary conditions for hyperbolic system, Division of applied mathematics, 1-23.
- [18] Engquist B., Majda A. (1977), Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves, Math. Comp. 31, 629-651; Univ. of Southern California, Los Angeles, CA.
- [19] Gicev V. and Trifunac M. (2007), Energy and power of nonlinear waves in seven story reinforced concrete building, Soil Journal of Indian Society of Earthquake Technology, vol.44 (1.1), 305-323.
- [20] Gicev V. and Trifunac M. (2011), A note on predetermined earthquake damage scenarios for structural health monitoring, Structural control and health monitoring, 19, 746-757.
- [21] Givoli D. and Keller j.B. (1990), Non-reflecting boundary conditions for elastic waves, Wave Motion 37 (6.3), 293-311.
- [22] Givoli D. (2001), High-order nonreflecting boundary conditions without highorder derivatives, Journal of Computational Physics 170, 849-870.
- [23] Grote M.J. and Keller J.B. (1996), Nonreflecting boundary conditions for time-dependent scattering, Journal of Computational Physics 127, 52-65.
- [24] Grote M.J. and Kirsch C (2004), Dirichlet-to-Neumann boundary conditions for multiple scattering problems, Journal of Comput. Phys 201 (6.2), 630-650.
- [25] Grote M.J. and Kirsch C (2007), Nonreflecting boundary condition for time -dependent multiple scattering, Journal of Comput. Phys 221 (1.1), 41-62.

- [26] Higdon R.L. (1986), Absorbing boundary conditions for difference approximations to the multi-dimensional wave equation, *Math. Of Comp.* vol.47, no.176, 437-459.
- [27] Higdon R.L. (1991), Numerical absorbing boundary conditions for the wave equation, *Math. Of Comp.* vol.49, no.179, 65-90.
- [28] Kallivokas L.F and Lee S. (2004), Local absorbing boundaries of elliptical shape for scalar waves, *Comp. Methods in Appl. Mech. and Eng.* 193, 4979-5015.
- [29] Kausel E. (1974), Forced vibration for circular foundations on layered media. M. L. T. Research report, Soils publications No. 336.
- [30] Kausel E. and Tassoulas J.L (1981), Transmittign boundaries: A close-form comparison, *BSSA Am.*, 71(1.1), 143 – 159.
- [31] Kelly R. K., Ward R. W. Treitel S. and Alford R. M. (1976), Synthetic seismograms: a finite - difference aproach, *Geophysics* vol. 41 No. 1, 2-27.
- [32] Kouroussis G., Verlinden O. and Conti C. (2011), Finite-dynamic model for infinite media: Corrected solution of viscous boundary efficiency, *J. Eng. Mech.* No. 137, 509-511.
- [33] Liao Z.P., Wong H.L. (1984), A transmitting boundary for the numerical solution of elastic wave propagation, *Soil Dynamics and Earhtquake Eng.* 3, 174-183.
- [34] Lysmer J. and G. Waas (1972), Shear waves in plane infinite structures, *J.Eng. Mech. Div., ASCE* 98, 85-105.
- [35] Lysmer J. and Kuhlemeyer R. L. (1969), Finite-dynamic model for infinite media, *J. Eng. Mech. Div.* 95(4), 859-877.
- [36] Min D.J., Shin C. and Kwon B.D. (200), Improved frequency-domain elastic wave modeling using weighted-averaging difference operators, *Geophysics* vol. 65 no.3, 884-895.
- [37] Negro P., Verzaletti G., Molina G., Pedretti S., Lo Presti D., and Pedroni S. (1998), Large scale geotechnical experiments of soil-foundation interaction, European comission, Special publication No. I.98.73.
- [38] Premov M. and Spacapan I. (2004), Solving exterior problems of wave propagation based on ana iterative variation of local DtN operators, *Appl. Math. Model* 28 (6.3), 291-304.

- [39] Priestly M. J. N., Evison R. J. and Carr A. J., Seismic response of structures free to rock on their foundations, Bulletin of the New Zealand Society of Earthquake Engineering, Vol.11 No. 3, 141-150.
- [40] Smith W.D. (1974), A non-reflecting plane boundary for wave propagation problems, Journal of Computational Physics 15, 492-503.
- [41] Simmerfield A. (1912), Die Greensche Funktion der Schwingungsgleichung, Jber Deutschen Math. Verein 21, 309-353;
- [42] Stacey R. (1991), An explicit unstable mode in the Clayton and Engquist transparent boundary prescription, BSSA vol.81 no.2, 694-698.
- [43] Stacey R. (1988), Improved transparent boundary formulations for the elasticwave equation, BSSA vol.78 no.6, 2089-2097.
- [44] Todorovska M, Trifunac M. (2006), Impulse response analysis of the Van Nuys 7-story hotel during 11 earthquakes (1971-1994): one-dimensional wave propagation and inferences on global and local reduction of stiffness due to earthquake damage, Report CE06-01, Dept. of Civil Eng., University of Southern California, Los Angeles, California.
- [45] Tsynkov S.V. (1998), Numerical solution of problems on unbounded domains. A review, Applied Numerical Mathematics 27, 465 – 532.
- [46] Waas G. (1972), Linear two - dimensional analysis of soil dynamic problems in semi - infinite layered media, Phd dissertation.
- [47] Wagner R.L and Chew W.C. (1995), An analysis of Liao's Absorbing boundary condition; journal of Electromagnetic Waves and Applications vol.9 no. 7- 8, 993-1009.
- [48] Gicev, V. and Trifunac, M.D. Permanent Deformations and Strains in a Shear Building Excited by a Strong Motion Pulse. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol. 27, issue 8, August 2007, 774-792.
- [49] Gicev, V. and Trifunac, M.D. Rotations in a shear beam model of a seven-story building caused by nonlinear waves during earthquake excitation, Structural Control and Health Monitoring, vol. 16 (4),460-482, 2009, Published Online: Jul 8 2008 DOI:10.1002/stc264.
- [50] Gicev, V. and Trifunac, M.D. Transient and permanent rotations in a shear layer excited by strong earthquake pulses, Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 99 (2B), 2009, 1391-1403.

- [51] Gicev, V. and Trifunac, M.D. Transient and permanent shear strains in a building excited by strong earthquake pulses, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 29, issue 10, 2009, 1358-1366. Published Online: 3 June 2009 DOI: 10.1016/j.soildyn.2009.05.003.
- [52] Gicev, V. Interakcija tlo-objekat u nelinearnom tlu, *Izgradnja*, vol. 62, br.12, 2008, 555-566.
- [53] Aviles, J., Suarez, M., & Sanchez-Sesma, F.J. (2002). Effects of wave passage on the relevant dynamic properties of structures with flexible foundation. *Earthq. Eng. and Struct. Dynamics*, 31, 139 – 159.
- [54] Fujino, Y., & Hakuno, M. (1978). Characteristics of elasto-plastic ground motion during an earthquake. *Bull. Earthquake Res. Institute* 53, 359 – 378.
- [55] Fah D.J. (1992). A hybrid technique for the estimation of strong ground motion insedimentary basins. Dissertation, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland.
- [56] Smith, G.D. (1985). *Numerical Solution of Partial Differential Equations, Finite Difference Methods*. Oxford: Clarendon Press.
- [57] 02-Zemjotres, hazard i rizik; <http://ktk.gf.ukim.edu.mk/index.php/mk/2009-02-18-08-08-47/category/8-?download=10%3A>
- [58] Однесување на конструктивни системи од високоградба на земјотрес/белешки;  
[http://ktmj.m.gf.ukim.edu.mk/index.php?option=com\\_docman&task=docview&gid=145&tmpl=component&format=raw&Itemid=65&lang=mk13](http://ktmj.m.gf.ukim.edu.mk/index.php?option=com_docman&task=docview&gid=145&tmpl=component&format=raw&Itemid=65&lang=mk13)
- [59] VW Lee, MD Trifunac (2010) Rocking strong earthquake accelerations, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 6 (2), 75-89.
- [60] M. A. Dablain (1986). "The application of high-order differencing to the scalar wave equation". *Geophysics*, 51(1), 54-66.
- [61] Boore, D.M. (1972), Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials, in *Methods in Computational Physics*, v. 11, *Seismology: Surface waves and Earth oscillations*, (Bolt, B.A., ed.), Academic Press, 1—37.
- [62] Boore, D.M. (1972). A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, *Bull. Seism. Soc.Am.*62, 275--284.



- [63] MD Trifunac, AG Brady (1975), Correlations of peak acceleration, velocity and displacement with earthquake magnitude, distance and site conditions, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 4 (5), 455-471.
- [64] V. Gicev, M.D. Trifunac. Amplification of linear strain in a layer excited by a shear-wave earthquake pulse, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 30, issue 10, 2010, 1073-1081.
- [65] Теоријата на еластично одбивање (книга Инженерска геологија), Градежен факултет, 2012.
- [66] Biot, MA. Vibrations of Building During Earthquake, Chapter II in Ph.D. Thesis No. 259 entitled "Transient Oscillations in Elastic Systems", Aeronautics Department, Calif. Inst. of Tech., Pasadena, CA, 1932.
- [67] Biot, MA. Theory of elastic systems vibrating under transient impulse with an application to earthquake-proof building. In: Proc. National Academy of Sciences 1933; 19(2): 262-268.
- [68] Kanai, K. Some problems of seismic vibration of structures. In: Proc. Third World Conf. Earthquake Eng., New Zealand 1965; Vol. II, 260-275.
- [69] Safak, E. New approach to analyzing soil-building systems. *Soil Dynam. and Earthquake Eng.* 1998; 17, 509-517.
- [70] Risteska, Aleksandra and Gicev, Vlado and Zlatev, Zoran and Kokalanov, Vasko (2013) The response of a shear beam as 1d medium to seismic excitations dependent on the boundary conditions. In: XI Balkan Conference on Operation Research, 7-11 Sept 2013, Belgrade & Zlatibor, Serbia.
- [71] G. V. Berg and G. W. Hotjsnei, Integrated velocity and displacement of strong earthquake ground motion, *Bulletin of the Seismological Society of America*. Vol. 51, No. 2, pp. 175-189. April 1961.
- [72] Elgamal, A., Linjun, Y., Zaohui, Y., and Conte, J.P. (2008). Three-dimensional seismic response of Humboldt Bay Bridge-foundation-ground system *J Struct Eng-ASCE* (7), 1165–1176.

- [73] Zhang, Y., Conte, J.P., Yang, Z., Elgamal, A., Bielak, J., and Acero, G. (2008). Two-dimensional nonlinear earthquake response analysis of bridge-foundation-ground system, *Earthq Spectra* 24(2), 343–386.
- [74] Husid, Raul Gravity effects on the earthquake response of yielding structures, PhD Dissertation, California Institute of Technology, 1967.
- [75] V. Gicev. Soil Structure Interaction in Nonlinear Soil, chapter in the book “Coupled site and Soil-Structure Interaction Effects with Application to Seismic Risk Mitigation”, Springer, 2009.
- [76] Frederic Nataf. Absorbing boundary conditions and perfectly matched layers in wave propagation problems. Direct and Inverse problems in Wave Propagation and Applications, 14, de Gruyter, pp.219-231, 2013, Radon Ser. Comput. Appl. Math., 978-3-11-028228-3.
- [77] Josif Josifovski, Dissertation “Investigation of Soil-Structure interaction using Perfectly Matched Layer as an absorbing boundary condition”, Skopje 2010.
- [78] L.Lu, Z. Wang, X. Huang, B. Zheng and K. Arai, Dynamic and Static Combination Analysis Method of Slope Stability Analysis during Earthquake, Mathematical Problems in Engineering, Gen Qi Xu, 2014.