

ПОИМОТ ФУНКЦИЈА ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Лимонка Коцева Лазарова, Марија Митева
Факултет за информатика, УГД, Штип

Трет семинар „Математика и примени“, 14-15 декември 2018
Институт за математика, Природно-математички факултет,
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје

Важност на поимот функција

- Математиката е основна алатка за истражување во природните и во општествените науки преку:
 - Утврдување на зависности меѓу различни појави во природата и општеството.
 - Креирање на математички модели
 - Предвидување на исход на истражувана појава (количина на производство, приход, големина, маса итн.)

Што е функција?

Одговори на студентите:

- *Кореспонденција*

Функцијата е кореспонденција помеѓу било кои две множества A и B . За секој елемент од A постои единствен елемент од B .

- *Зависна релација*

Функцијата е релација на зависност помеѓу две променливи.

- *Правило*

Функцијата е правило. Се очекува дека функцијата мора да дефинира одредено правило, кое не се дефинира со кореспонденцијата, која може да биде случајна.

- *Операција*

Функцијата е операција. Се оперира со одреден објект, за да со користење на алгебарски операции се добие друг објект.

- *Формула*

Функцијата е формула, алгебарски израз или равенство.

Дали треба поинаку да пристапиме во воведувањето на поимот функција?

- Да обезбедиме создавање и развивање на интуитивна претстава за поимот функција.
 - преку игра
 - преку реални проблемски ситуации
 - со помош на визуелизација
 - со креирање на математички модели
- Да преминеме постепено од „интуитивна претстава“ на апстракција

Поимот функција во наставата

- во почетните одделенија во основно образование

Функциите се листи на влезови и излези (Игра: Погоди го моето правило)

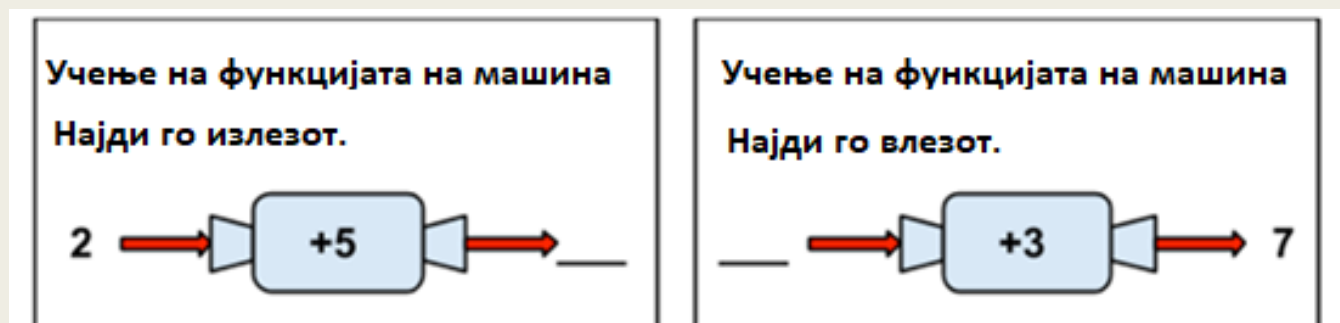
Input	Output
1	2

Input	Output
1	2
3	6

Input	Output
1	2
3	6
12	24

(Од "Guess My Rule," Huinker 2002, p. 320)

- Активности во кои учениците ги разгледуваат функциите како машини кои даваат излез на одреден влез.



Задача за трето одделение (Reeves 2005, p. 251).

Поимот функција во секојдневниот живот и во математика

- влез – излез (input-output)

Функција е машина во која со внес (input) на одредена суровина се добива одреден производ (output).



- Во математика

Суровината е променлива x (само една суровина доколку се работи за функција со една променлива).

Машината е функцијата f .

Производот кој се добива од машината е $y=f(x)$.

- Инженерство

Процесите се прикажани со помош на функции.

Пример: Еден апарат работи на патрони. Ако се стави црн патрон прави кафе, ако се стави зелен патрон прави чај, а ако се стави кафеав патрон прави какао.

Множество на влезови (влезни променливи) е {ц, з, к} каде:

ц – црн патрон

з – зелен патрон

к – кафеав патрон

Множество излези (излезни променливи) е {кафе, чај, какао}



Процесот на правење кафе, чај и какао е функција со една променлива.

$$f(\text{ц})=\text{кафе}$$

$$f(\text{з})=\text{чај}$$

$$f(\text{к})=\text{какао}$$

Правилно работење на машината = добро дефинирана функција

На една влезна променлива и соодветствува само една излезна!

Релации vs. Функции

- „Релација“ е само врска (однос) помеѓу множества.
- „Функција“ е релација со „добро однесување“, т.е. за дадена почетна точка, точно знаеме каде ќе оди.

Пример:

Луѓе и нивните висини, т.е. подредени парови од имиња на луѓе и нивната висина.

Оваа релација ја гледаме како подреден пар:

(висина, име на човек)

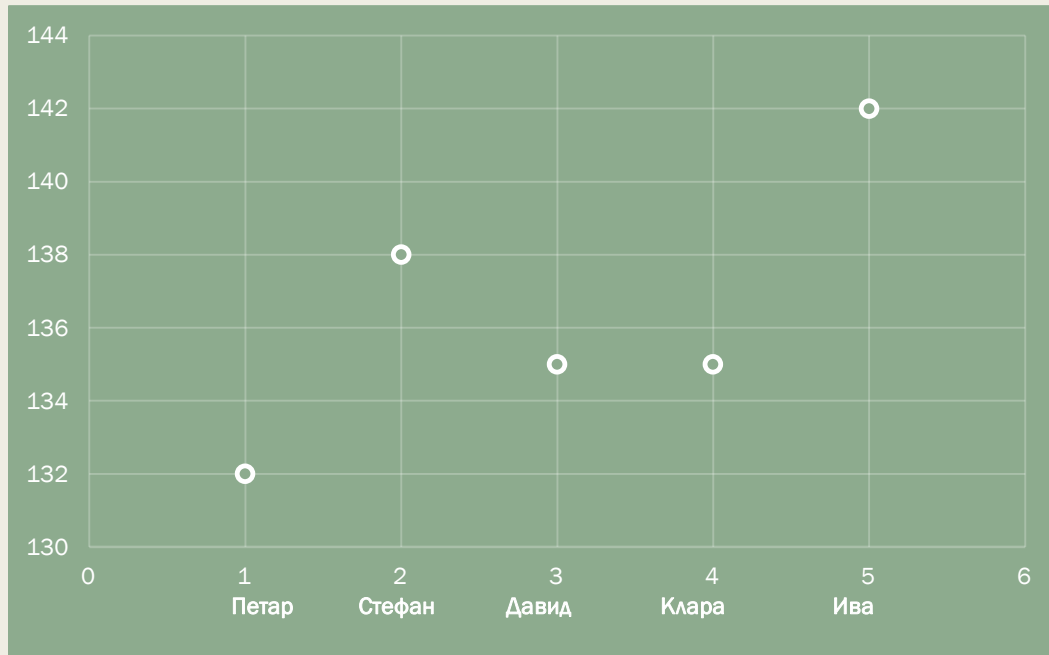
ИЛИ

(име на човек, висина)

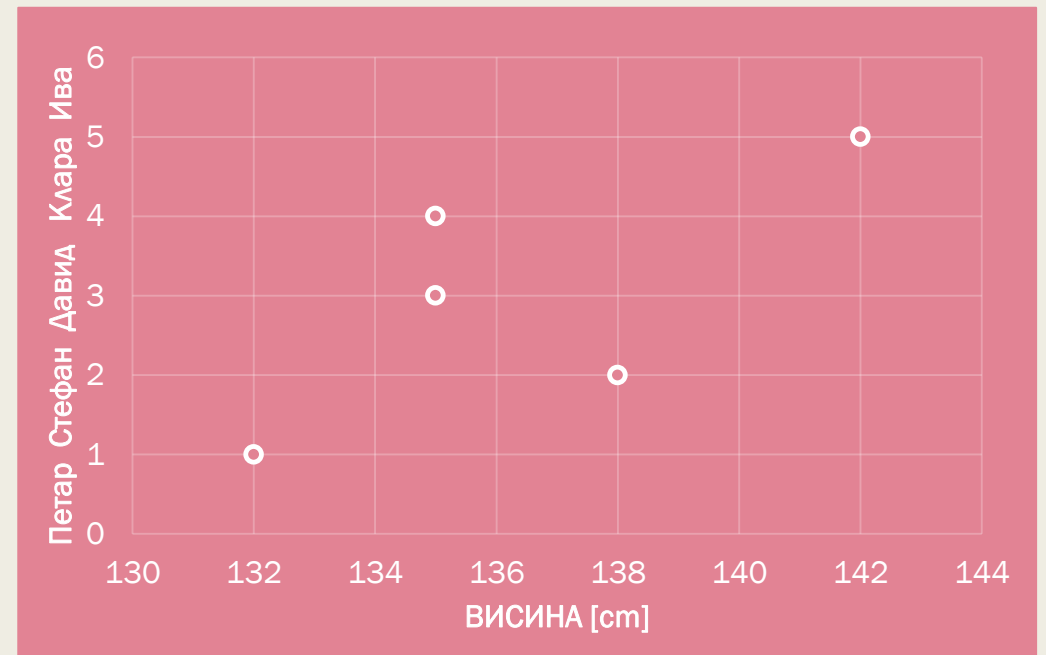
Пример (продолжение)

Име	Висина
Петар=1	132
Стефан=2	138
Давид=3	135
Клара=4	135
Ива=5	142

(Име, Висина)



(Висина, Име)



- На двете слики се претставени релации.
- Точките во координатната рамнина на подредените парови (**висина, име**) покажуваат дека имаме релација со „недобро однесување“.
- Може да има повеќе луѓе кои имаат иста висина.
- Како ќе знаеме тогаш, таа висина на кое име да ја придружине?
- За да релацијата биде **функција**, треба да има **само една вредност у која одговара на одредена вредност x** .

Домен = {Петар, Стефан, Давид, Клара, Ива}

Множество вредности={132, 135, 138, 142}⊆Множество реални броеви =Кодомен

Дали може да се дефинира функција обратно?

НЕ!!! ЗОШТО?

$g(135)=\text{Давид}$

$g(135)=\text{Клара}$

Множество влезови

{сирење, јогурт, колбаси, портокали, јаболки, малини, сок, пиво, чипс, чоколадо, бисквити и кикиритки}

Множество излези

{мајка, татко, син, ќерка}

Дали може да се дефинира функција обратно?

НЕ!!! ЗОШТО?

$g(\text{мајка}) = \text{сирење}$

$g(\text{мајка}) = \text{пиво}$

ФУНКЦИЈАТА g НЕ Е ДОБРО ДЕФИНИРАНА!!!

НЕ МОЖЕ СЕКОГАШ ДА СЕ ДЕФИНИРА ИНВЕРЗНА ФУНКЦИЈА!!! ЗОШТО???

ШТО ТРЕБА ДА БИДЕ ИСПОЛНЕТО?

Што доколку, како член на семејството имаме и баба?

Продуктите остануваат исти.

Распределбата на продуктите е иста.

Множество влезови (ДОМЕН)

{сирење, јогурт, колбаси, портокали, јаболки, малини, сок, пиво, чипс, чоколадо, бисквити и кикиритки}

Множество излези

{мајка, татко, син, ќерка}

КОДОМЕН

{мајка, татко, син, ќерка, баба}

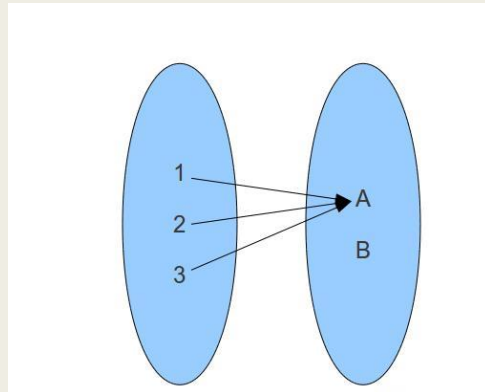
Множество излези \subseteq КОДОМЕН

Заклучок:

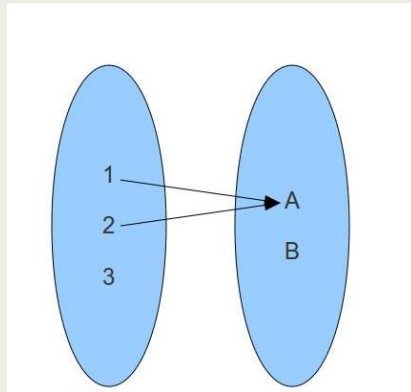
Секоја функција е релација.

Не секоја релација е функција.

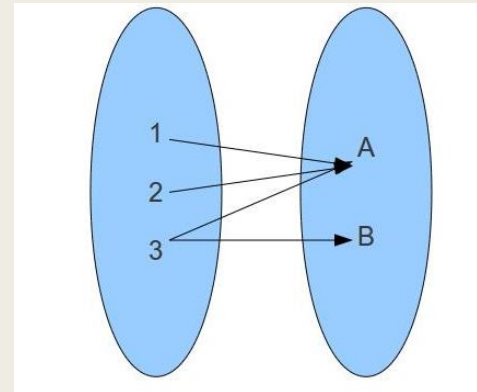
Дефиниција: Нека X и Y се две непразни множества. **Функција од X во Y** , е релација која на секој елемент од X му придружува точно еден елемент од Y .



функција



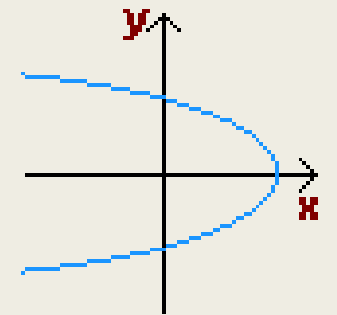
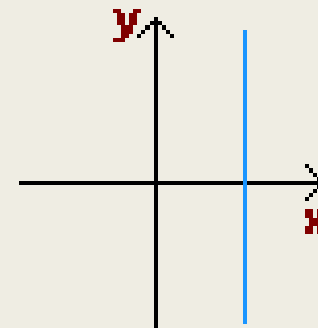
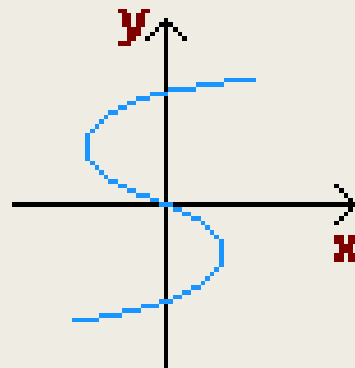
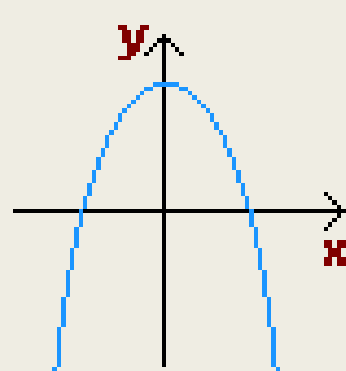
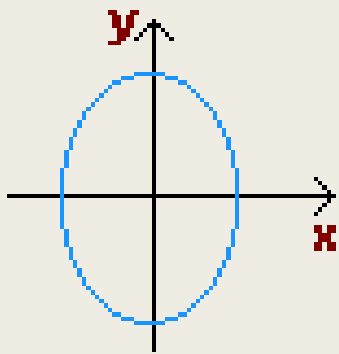
не е функција



не е функција

Тест со вертикална права

Множество точки од x y – рамнината е график на функција, ако и само ако секоја вертикална права го сече графикот **најмногу во една точка**.



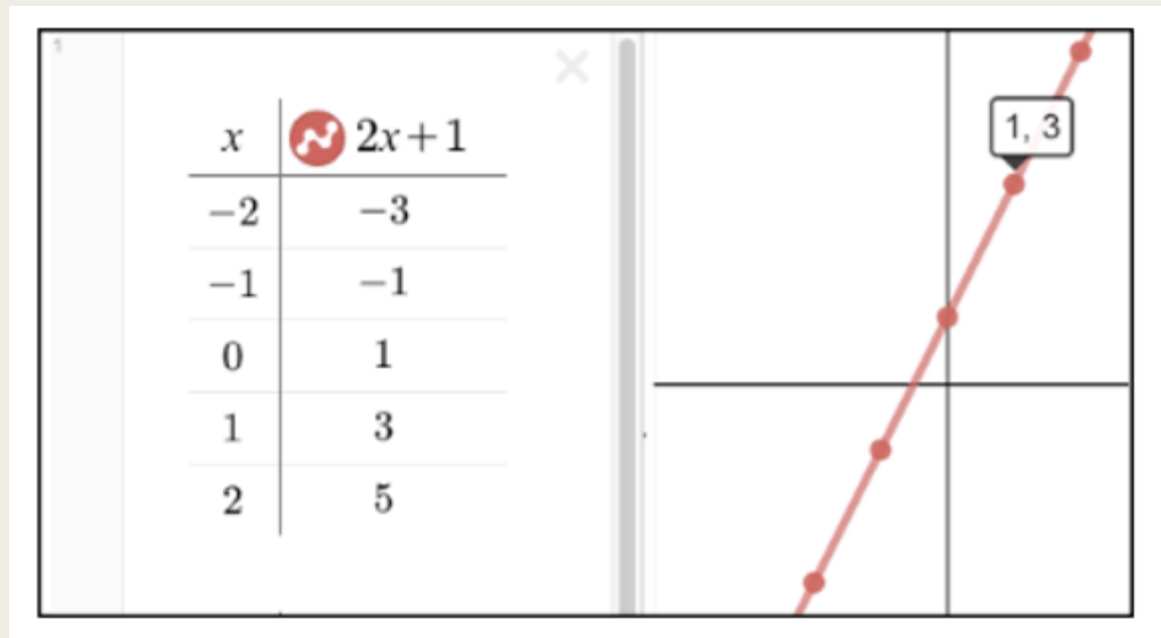
Претставување на функција

- Вербално – со зборови
- Нумерички, т.е. со табела
- Визуелно, т.е. со график
- Алгебарски, т.е. со експлицитна формула

■ во повисоките години во основно образование

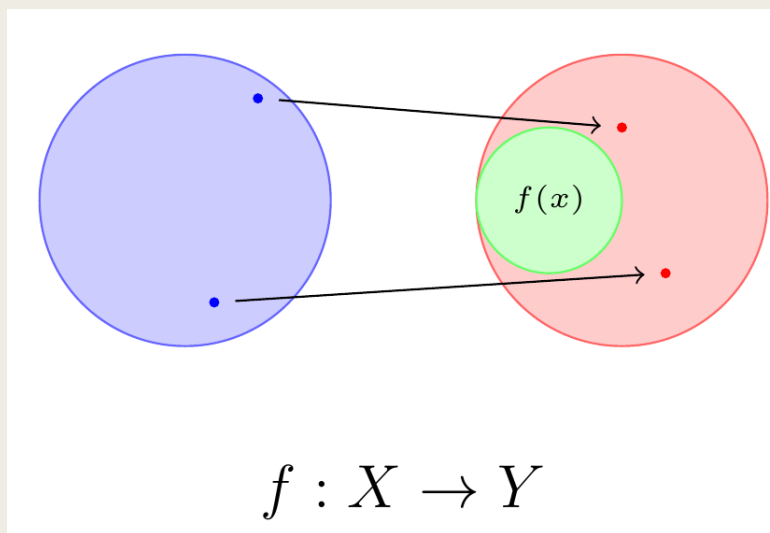
(а) делови со точки (подредени парови) од координатната рамнина

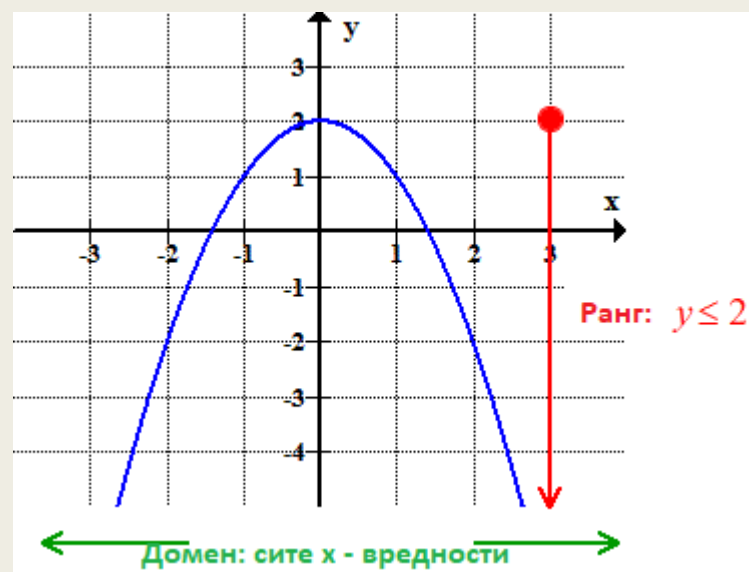
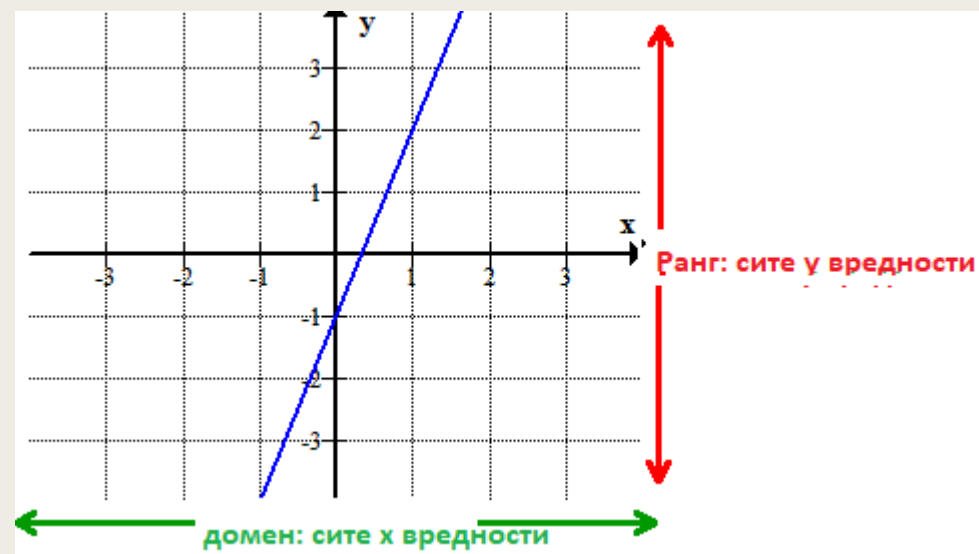
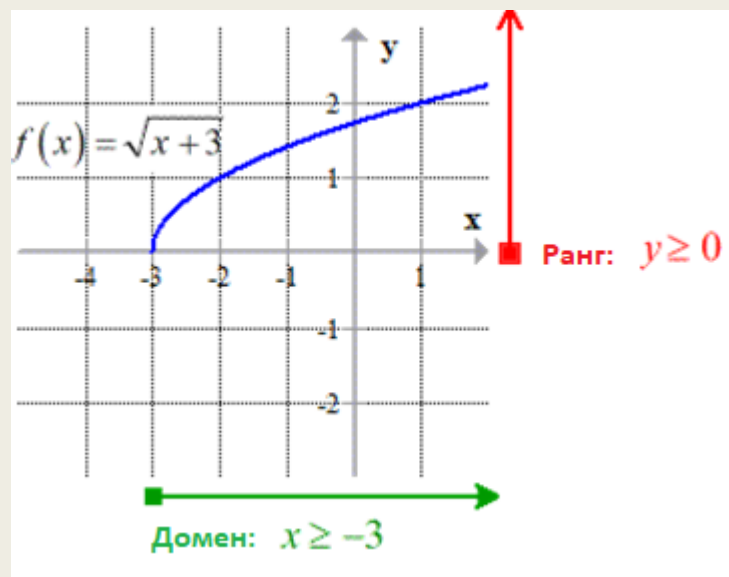
(б) формули со кои треба да се одреди вредност за дадена вредност на x .



Домен и Кодомен на функција

- Претпоставуваме, дека е дадена функција од X во Y .
- На секој елемент x од X му е придружен точно еден елемент $y=f(x)$ во Y .
- Овој елемент $y=f(x)$ во Y го викаме **слика на x** .
- **Домен на функцијата** е множеството X . Тоа е множество од сите можни вредности на x .
- **Ранг на функција (множество вредности)** е множеството од сите слики на оригиналите од доменот.





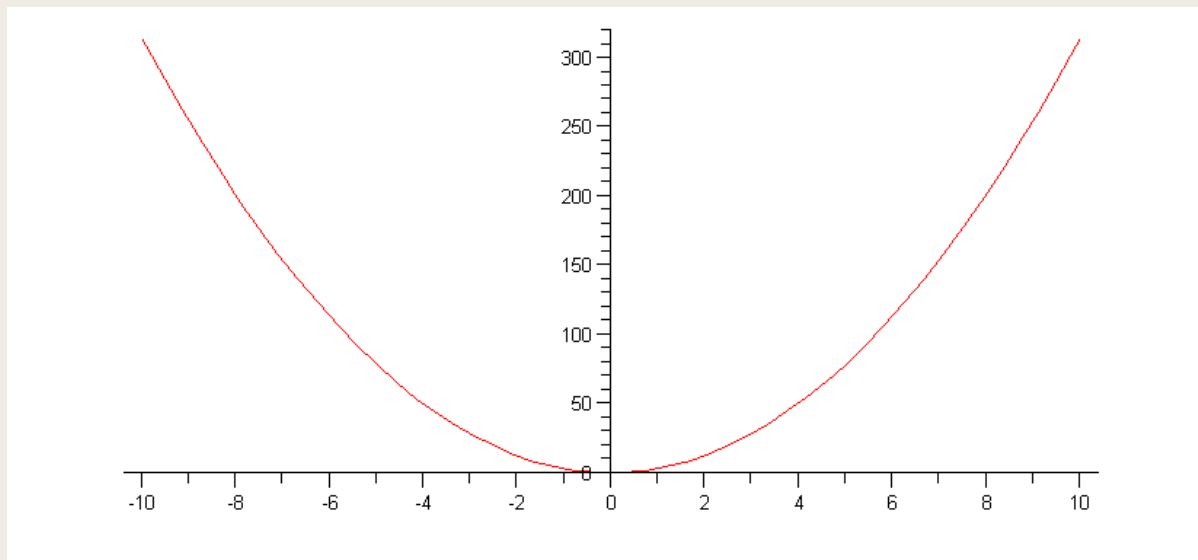
Пример:

- Површина на круг

$$A(r) = \pi r^2$$

- Каква е оваа функција?
- Да видиме што се случува со графикот на функцијата $A(r)$.

График на функцијата $A(r) = \pi r^2$



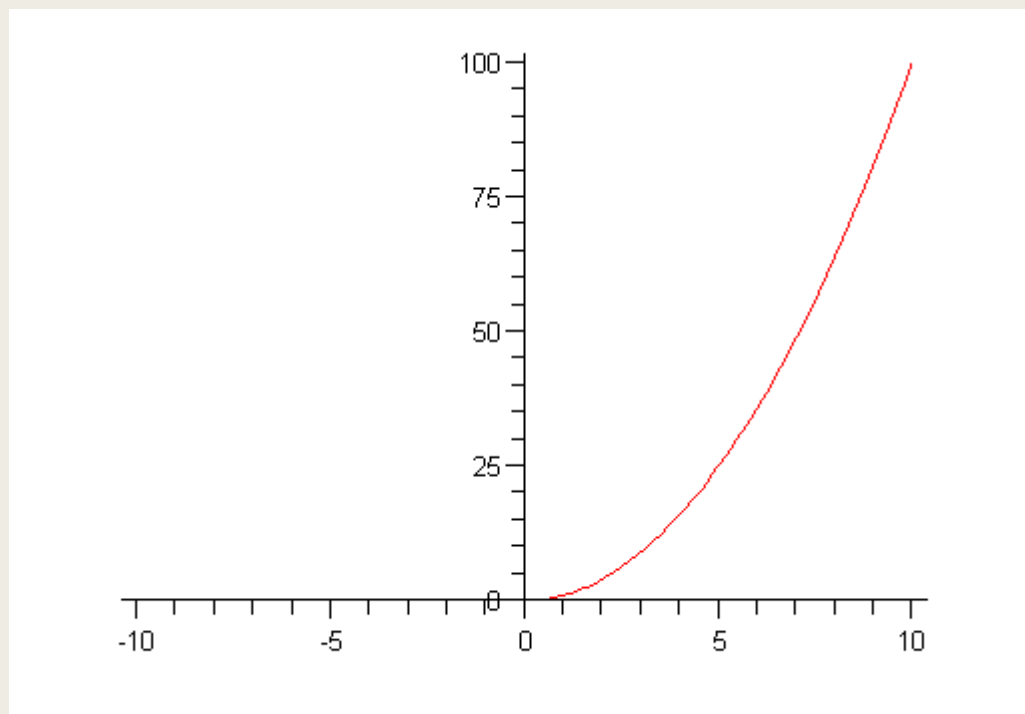
- Дали ова е правилно претставување на функцијата за плоштина на круг?????
- Упатство: Дали доменот на $A(r)$ е точен?

- Дали кругот може да има радиус $r \leq 0$?

НЕ

- Дали кругот може да има плоштина 0?

НЕ



- Домен = $(0, \infty)$ Ранг = $(0, \infty)$

За крај:

- Математичките модели кои опишуваат реални и секојдневни феномени мора да бидат што е можно попрецизни.
- Користиме модели за да го разбереме феноменот и за да направиме предвидувања за идно однесување.
- Дobar модел ја поедноставува реалноста за да дозволи математички пресметки, но е доволен за да обезбеди важни заклучоци.
- Запомнете, моделите имаат ограничувања.

Сепак на крај, мајката Природа го има конечниот збор.

БЛАГОДАРАМ ЗА ВНИМАНИЕТО!