ПРИМЕНА НА ТЕОРИЈА НА ГРАФОВИ ПРИ БОЕЊЕ НА ГЕОГРАФСКИ КАРТИ

Лидија Кондинска и д-р Никола В. Димитров* [*/]

РЕЗИМЕ

Во трудот се третира принципот на интеграција во активната настава помеѓу наставните предмети математика и географија. Принципот на интеграција помеѓу математиката и географијата го обработуваме само преку еден сегмент, а тоа е практична примена на теоријата на графови при боење на географските карти.

Во трудот се дадени и неколку конкретни примери како на едноставен начин со трансформирање на географската карта во математички граф се решава проблемот на боење на географските карти.

Клучни зборови: Математика, географија, теорија на графови, боење на географски карти.

APPLICATION OF THEORY GRAPHS IN COLORING OF THE GEOGRAPHICAL MAPS[2]

ABSTRACT

The paper presents the integration principle in the active lecturing between the lecturing subjects mathematics and geography. The integration principle between the mathematics and geography is being worked out only through one segment and that is a practical application of the graph theory in coloring of the geographic maps.

Some specific examples have been presented in the paper, how in simply way could be solved the problem of coloring of the geographical map by transformation of the geographical map into mathematical graph.

Key words: mathematics, geography, graph theory, coloring of geographical maps.

[*/] *Лидија Кондинска-советник по математика, Биро за развој на образованието-ПЕ Битола;*
Никола В. Димитров-советник по географија, Биро за развој на образованието-ПЕ Битола

[2] Lidija Kondinska- Advisor in Mathematics, Bureau for Education Development- Bitola;
Nikola V. Dimitrov- Advisor in Geography - Bureau for Education Development- Bitola

ВОВЕД

Училиштата во Република Македонија се опфатени со повеќе проекти и сите тие акцентот го ставаат во реализирање на современа настава.

Во современата настава се поаѓа од тоа дека целта на учењето е да се развијат кај учениците способностите за усвојување на нови знаења врз основа на творечкото и критичкото мислење, организација на истражувачка работа, како и размена на мислења и творечки дискусии. Притоа се мисли на истражувања за градење и примена на модели на активна, проблемска, развојна настава, која е насочена кон ученикот. Во неа наставните ситуации и наставните средства се со нагласена хипотетичка природа и даваат можност за развој на соработката и самостојноста.

Современата настава е насочена кон остварување на точно дефинираните цели, односно, станува збор за настава со јасно дефинирани и детално опишани очекувани резултати. А сето ова од наставникот бара методска разновидност и еластичност, почитување на потребите и можностите на учениците за учење, воспитување од типот "*сакам да бидам*" или "*биди свој*", наместо "*биди како останатите*".

Принципите на современата настава имаат дидактичко-методички карактер.

Во трудот се третира принципот на интеграција на современата настава помеѓу наставните предмети математика и географија.

Интеграцијата во процесот на активното учење е заснована пред се врз целосно ангажирање на ученикот во: решавање на проблеми и задачи, доаѓање до нови идеи, воочување на врски и односи, поврзување на познато со непознато, работејќи со конкретни предмети, ситуации и настани, како и користење на содржини и активности од сите научни дисциплини.

Интеграцијата во рамките на современата настава се постигнува кога:

- учениците работат на содржини од различни наставни предмети, кои меѓу себе се поддржуваат и продлабочуваат, а на учениците им даваат применливи знаења;
- од ученикот се бара применување на идеи и вештини од една на друга содржина, на пример, наставникот по математика или биологија може да го замоли ученикот да го опише процесот на решавање на проблемот и од аспект на биологија или математика, соодветно;
- знаењето се стекнува преку различни содржини од наставниот план и програма;
- учениците соработуваат во групи или работат индивидуално на истражувања, при што се интегрираат содржини од различни дисциплини.

Интеграцијата може да биде: внатрешна-меѓу содржините од наставниот предмет и надворешна-меѓу содржините од наставните предмети. Значи, во трудот станува збор за надворешна интеграција.

Што овозможува интеграцијата за наставникот и ученикот во воспитно-образовната работа?

- ***За ученикот интеграцијата овозможува:***
  - ☺ стекнување на подлабоки знаења;
  - ☺ зголемена активност и интерес;
  - ☺ можност за избирање на нови теми за проучување;
  - ☺ развивање на способност за решавање на проблеми;
- ***За наставникот интеграцијата овозможува:***
  - ☺ можност за тимска работа;
  - ☺ размена на искуствата од работата;
  - ☺ запознавање со други содржини, извори и материјали;
  - ☺ подобрување на атмосферата во училницата.

Принципот на интеграција помеѓу математиката и географијата е обработен само преку еден сегмент, а тоа е практичната примена на теоријата на графови при боење на географските карти.

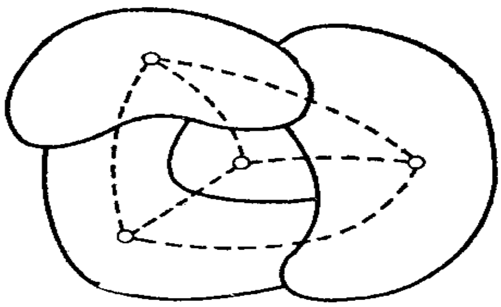
Во 1879 година Cayley пред членовите на Лондонското географско друштво го поставил познатиот проблем на четири бои, за кој општиот задоволувачки доказ, дека за карта во рамнина не се потребни повеќе од четири бои, до скоро не беше даден[3]. Што е уште почудно, проблемот на боите прво е решен за некои комплицирани површини како што се торусот и Мобиусовиот лист.

Се напоменува дека овој проблем не се однесува само на вистинските географски карти, туку и на сите карти кои можат да се замислат.

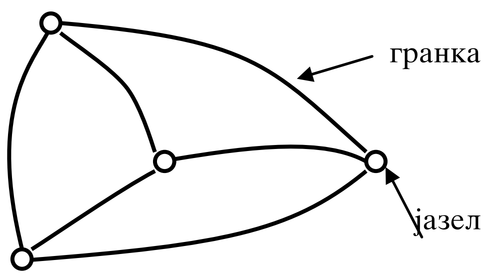
1. ОДРЕДУВАЊЕ НА МАКСИМАЛНИОТ БРОЈ ЗЕМЈИ КОИ МОЖАТ ДА БИДАТ СОСЕДНИ

И пред официјалното поставување на проблемот пред Лондонското географско друштво се знаело дека за обојување на карта биле потребни повеќе од три бои но никогаш не се наишло на карта за која би требале најмалку пет бои.

За математичко анализирање на овој проблем, истиот е "преведен" на јазикот на теоријата на графови. На Сл.1 е прикажан начин на кој, на секоја географска карта може да и се придружи еден математички граф. Јазлите (точките) се произволно избрани- по еден јазел во секоја земја (или регион), а меѓу себе јазлите се поврзани со гранки. Гранката, всушност означува кој со кој јазел (земја) се соседни.



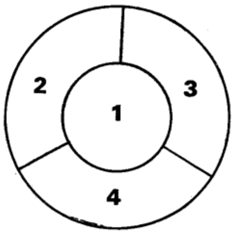
Сл.1 Географска карта со 4 земји, меѓусебно соседни по парови



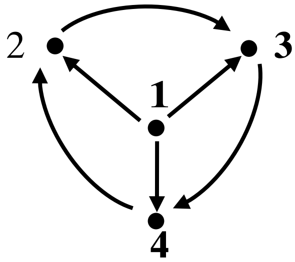
Сл. 2 Соодветен математички граф

[3] Американските математичари Апел (K.Apell) и Хекн (W. Haken) во *Билтен на Американското математичко друштво* (бр. 3, том 82, септември 1976) објавија дефинитивно решение на проблемот со четири бои: не постои карта за чие правилно боење би биле потребни повеќе од четири бои. Тие тоа го провериле на компјутер, откако изработиле програма за тестирање на сите видови карти (околу 2000 класи различни - неизоморфни - класи карти) кои, тогаш најбрзиот компјутер ги испитувал месец и половина.

Може да се покаже дека се потребни повеќе од три бои (Сл. 3), како на пример, кога четири соседни земји меѓусебно граничат секоја со секоја, но никогаш не се наишло на карта за која би требале најмалку пет бои.

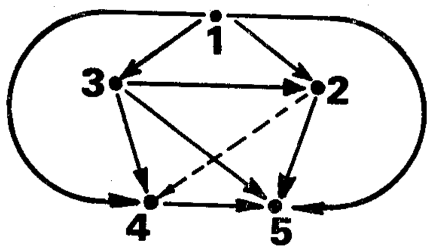


Сл. 3. Наједноставна шема за која се потребни најмалку четири бои: 4 соседни земји, од кои, секоја граничи со другите три.



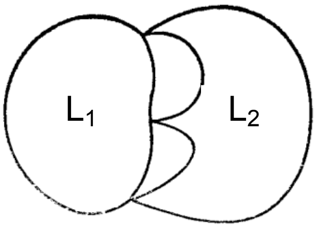
Сл. 4. Ако 4-те соседни земји имаат меѓусебно заеднички граници, тогаш гранките на соодветниот граф никаде не се сечат.

Доколку би постоела карта за која се потребни најмалку пет бои, тоа би значело дека пет соседни земји, секоја со останатите четири земји, има заеднички граници. Ако е тоа можно, тогаш, на пример, нивните главни градови би можеле да се поврзат меѓу себе, секој со секој, со посебни патишта кои нигде не се вкрстуваат - што не е можно *(Сл.5*). Од математичкиот граф на Сл.5 произлегува заклучокот дека на географска карта не е можно постоење на пет соседни земји, при што секоја со останатите четири земји да има заеднички граници. Ваков случај не може да се јави ниту во рамнина, ниту на сфера.



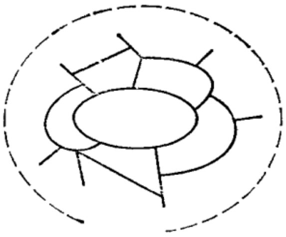
Сл. 5. Со математички граф сликовито се прикажува дека петте јазли не би можеле да се поврзат меѓу себе, секој со секој, со посебни гранки кои нигде не се сечат.

Потребно е уште да се дефинира поимот "*соседни*". При обојувањето, *две земји ќе ги третираме како* со*седни* само тогаш, кога нивните гранични линии имат заедничка должина. Според тоа, покажаните земји L_1 и L_2 на Сл. 6, не се соседни бидејќи се допираат меѓу себе во неколку изолирани точки, па како несоседни можат да се обојат со иста боја.



Сл.6 Земјите L_1 и L_2 не се соседни бидејќи не се допираат меѓу себе по должина туку само во неколку изолирани точки.

При моделирање на географски карти со графови, размерите не се важни. Математички (тополошки[4]), не постои разлика меѓу географска карта нацртана на сфера, и карта нацртана на рамнина.

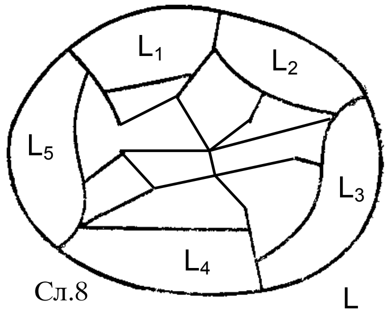


Сл.7. Географска карта нацртана на сфера

Ако се направат соодветни растегања, секоја географска карта, која е нацртана во рамнина, може да биде нацртана и на сфера, и обратно, секоја географска карта, нацртана на сфера (сл.7), може да се постави на рамнина.

4 Топологијата е гранка на геометријата, односно квалитативна геометрија. За географијата посебно е важен делот на топологијата, а тое е теоријата на графови. Основни поими на графот, се јазелот, врските, границите итн. кои лесно можат да се применат на географските објеки во просторните системи.

Во случај картата да биде нацртана на сфера и ако површините (регионите) ја покриваат целосно сферата, при трансформација во рамнина може да се дојде до тешкотии. Тогаш се вади една површина *L*, се "растегнува" останатата географска карта на рамнината и се разгледува непокриениот дел од рамнината како површина *L* (сл. 8).

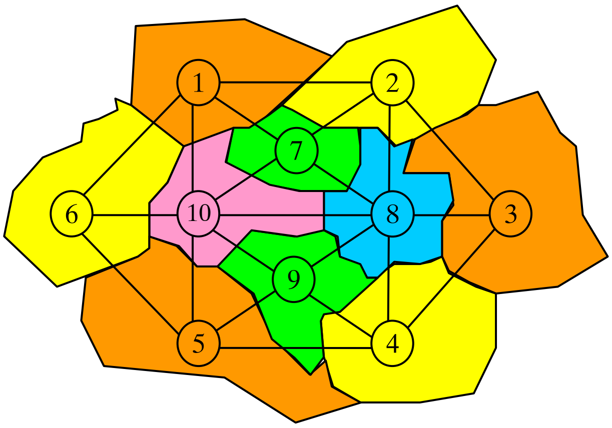


Сл.8

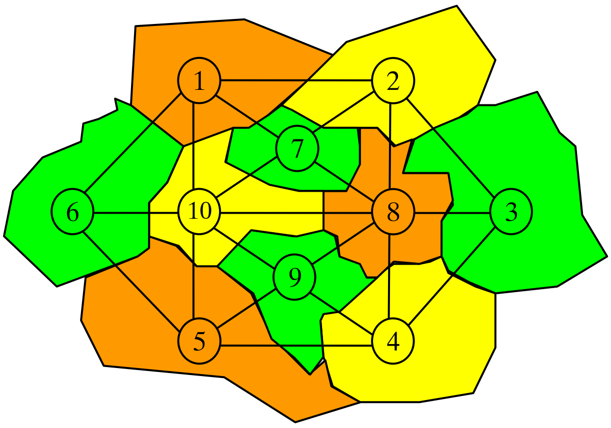
3. АЛГОРИТМИ ЗА БОЕЊЕ НА ГЕОГРАФСКИ КАРТИ

Боењето на картите (графовите) е стар проблем и добро е познато дека во општ случај нема поефикасно решение од пробувањето на сите можности. Денес, за посложени случаи разработени се компјутерски алгоритми со кои со сигурност се добива минималниот број на бои за обојување на еден граф, односно, карта. Нивниот опис излегува од рамките на овој реферат и тука нема да бидат спомнати.

Од приближните алгоритми, единствено ќе биде даден само најприродниот. Неговата идеја е во следното: се почнува со боење од некој јазел и се продолжува со боење на сите останати за кои е тоа можно, со истата боја. Потоа се преминува на следниот необоен јазел и се бојат сите останати јазли за кои е можно, со втората боја. Продолжувајќи ја оваа постапка ќе се добие боење на графот за кое не може да се гарантира дека е со најмал можен број на бои. Со оваа постапка е обоена картата (графот) на сл.9 во редослед на неговата нумерација. Разликата помеѓу приближниот (рачен) алгоритам(сл.9) и точниот (компјутерски) алгоритам (сл.10) е воочлива.

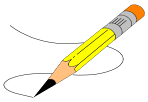


Сл.9 Едно од можните решенија добиено со приближен алгоритам според кое се потребни 5 бои



Сл.10 Според точниот алгоритам доволни се 3 бои

3. КОНКРЕТНИ ПРИМЕРИ ЗА БОЕЊЕ НА ГЕОГРАФСКИ КАРТИ



Традиционалната поделба на наставните содржини во одделни самостојни предмети е иницирана од стремежот учениците да се здобијат со продлабочени цели од определена област, кои самостојно ќе ги поврзуваат во една целина.

Дадените примери, всушност, се активности со кои се постигнуваат наставни цели по предметите географија и математика. Ако се гледаат издвоено и двата предмети тогаш може да се запишат наставните цели за секој предмет и тоа:

ГЕОГРАФИЈА

☺ ги помни имињата на државите од континентите;
☺ ги помни главните градови на државите;
☺ ги покажува на карта државите и нивните главни градови;
☺ ги внесува на нема карта со користење на Атлас државите на континетите со различни бои, како и нивните главни градови;
☺ ја одредува положбата на државите на еден континент на нема карта и ја обојува;
☺ ја лоцира положбата на обоена карта на државите од еден континент, го внесува името на секоја држава и нејзиниот главн град.

МАТЕМАТИКА

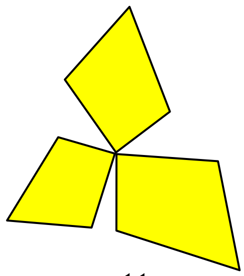
☺ го дефинира поимот граф;
☺ објаснува што е јазел и гранка на граф;
☺ решава задачи со примена на граф.

Бидејќи во овај труд станува збор за принципот на интеграција помеѓу математиката и географијата, обработен преку практичната примена на теоријата на графови при боење на географските карти, затоа и целите кои што сакаме да ги постигнеме со овие активности-практични примери можеме да речеме дека се **ИНТЕГРИРАНИ ЦЕЛИ.** Тие се:

☺ поимите држава, граница ги поврзува со јазли, гранки од математички граф;
☺ го објаснува поимот соседни земји со помош на граф;
☺ докажува непостоење на пет соседни земји на географска карта со помош на математички граф;
☺ го одредува најмалиот број на различни бои за обојување на државите на еден континент со помош на математички граф;
☺ картата ја прикажува со граф и обратно, математичкиот граф го прикажува со карта.

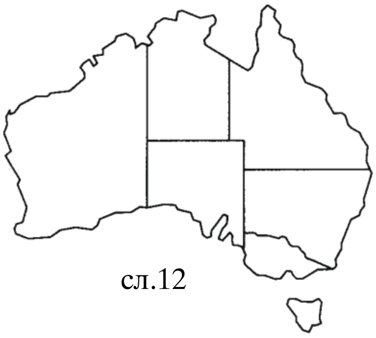
1. Со колку најмалку бои може да се обојат трите региони на сл. 11?

Кога се обојува карта, секои 2 региони кои се соседи се обојуваат различно, но кога се сретнуваат во една или неколку изолирани точки, тие можат да се обојат со иста боја.

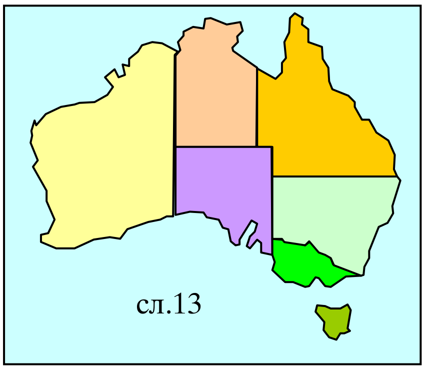


сл.11

2. Направи фото копија од картата на Австралија (сл.12). Обои го морето и секоја држава користејќи различни бои за секој дел од картата.

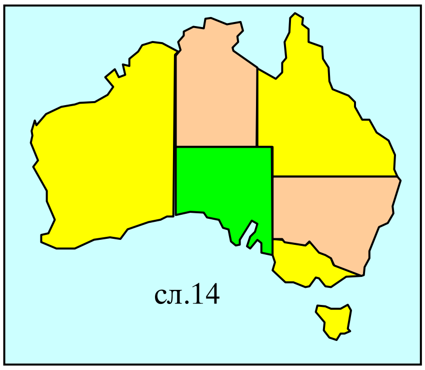


сл.12



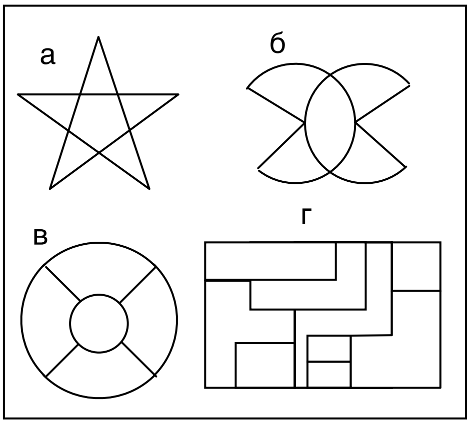
сл.13

3. Направи втора копија од картата на Австралија. Овој пат обои ја картата со користење на најмалку бои. Не го заборавај морето. Колку бои ти искористи?

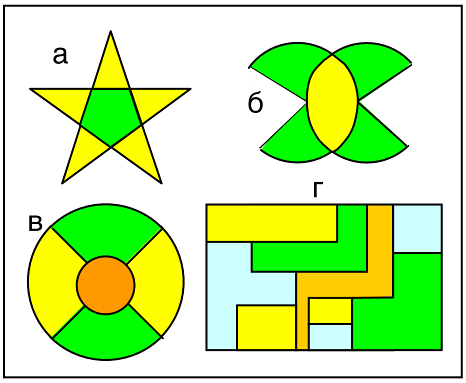


сл.14

4. Обои ги мрежите на сл.15 така што 2 региони кои имаат иста граница да немаат иста боја. Запамти да ги вклучиш сите региони од картата.



сл.15



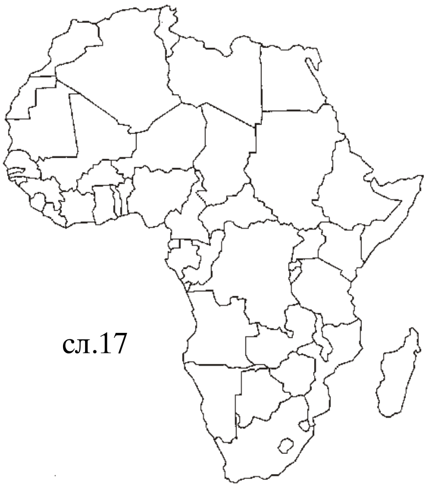
сл.16

5. Направи неколку карти по твој избор. Исто така испомешај ги по твој избор. Сега обои ги картите така што два соседни региони да немаат иста боја.

6. Кој е најголемиот број на бои што го имаш искористено во твојата карта во прашањата 3, 4 и 5 ?

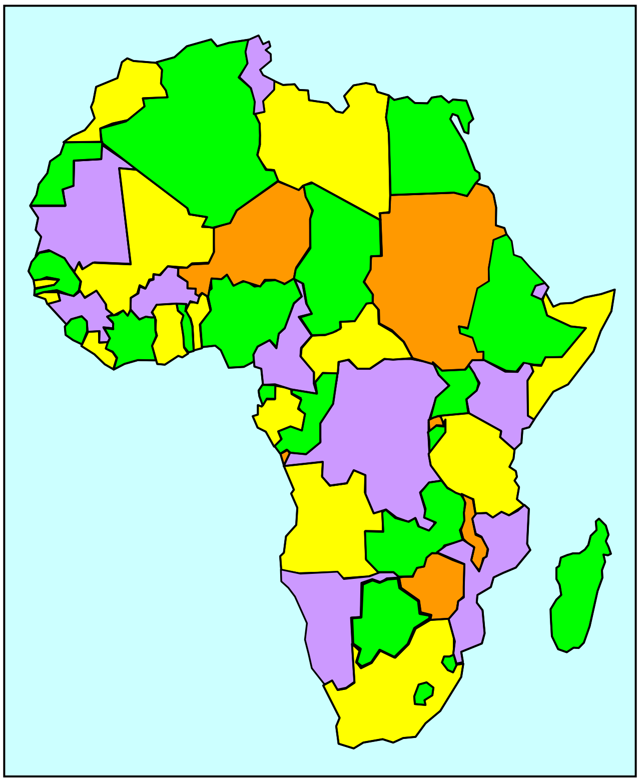
7. Би можел да поверуваш дека никогаш нема да користиш повеќе од 4 бои. Обиди се да нацрташ карта со 5 бои.

8. Направи копија на картата од Африка или Јужна Америка. Обои го морето, потоа обој ги државите, притоа користи најмал број на бои. Потоа, стави го името на секоја држава во картата како и главниот град на секоја држава.



сл.17

сл.18

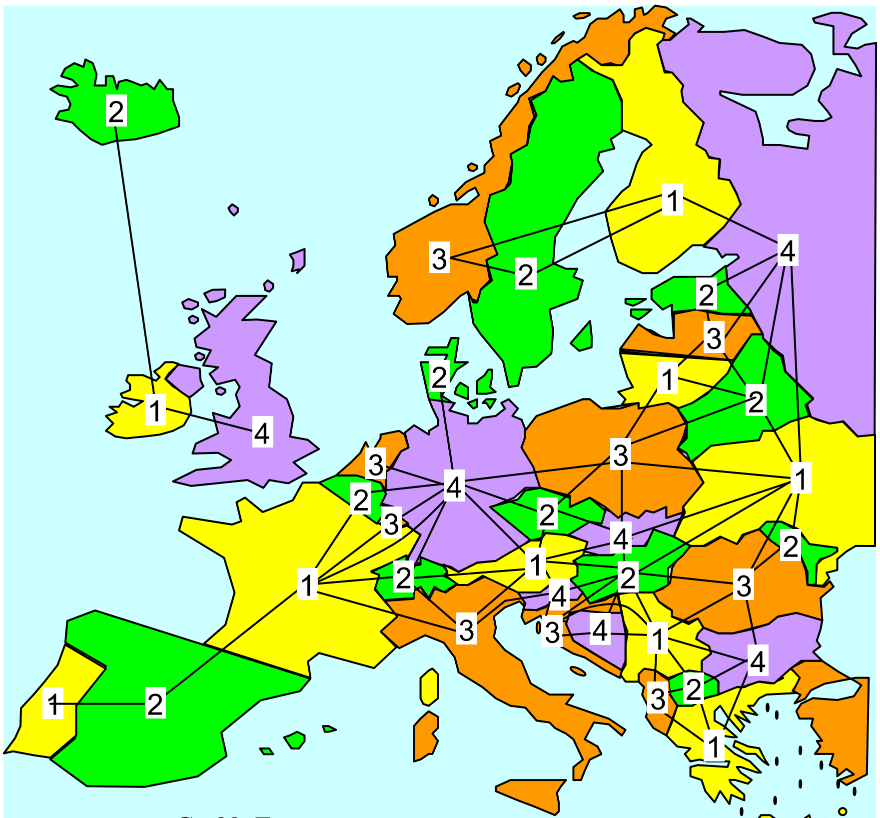


Сл.19 Боење на политичка карта
на Африка со 4 бои

Сл.20 Боење на политичка карта
на Јужна Америка со 4 бои

9. Обој ја картата на Европа и означи го графот.

сл.21



Сл.22 Боење на политичка карта
на Европа со 4 бои

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Swan, R. Adamson, G. Asp, M. Cocking, G. Fitz Simons, M. Orr "*MATHS 8"*. Nelson

2. А. П. Савин (1998),"*МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МИНИАТЮРИ*" Москва

3. M. Stojakovic (!977), "*STAZAMA MATEMATIKE-problemi, otkrica i zanimlivosti"*,Novi Sad.

4. Henri Farjaud (1950), *Les paradoxes de la topologie*, Science et vile

5. Northrop (1948), *Riddles in Mathematics*, New-York

6. Андрасфаи Бела (1980), "*Майемайическа мозаúка*"-София, - превод од унгарски

7. Д.Цветковиќ, Р.Шокаровски (1975), "*Основи на шеоријаша на графови*" -Скопје

8. Д.Чакмаков (2002), "*Теорија на графови*" -Скопје

9. V.Stojanovic, (1988) "*Matematiskop:* -Beograd

10. Р. Малчески: "*Мешодика на насшавања йо машемашика*", Скопје,

11. В. Полјак (1970), "*Дидакшика*" Загреб

12. Д-р С. Адамческа (1996), "*Акшивна насшава*" Скопје

13. D-r Milan Vresk (1997), Uvod u geografiju (razvoj, struktura i metodologija), Skolska knjiga, Zagreb

14. Материјали за графови, симнати од интернет на англиски јазик