



УНИВЕРЗИТЕТ „ГОЦЕ ДЕЛЧЕВ” – ШТИП

ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИКА

Катедра по компјутерско инженерство и комуникациски

технологии

Штип

АНА ЛЈУБОТЕНСКА

ПРОЦЕНКА НА КВАЛИТЕТОТ НА РЕСТАВРАЦИЈА ПРИ

СЛЕПА ДЕКОНВОЛУЦИЈА НА СЛИКИ

-МАГИСТЕРСКИ ТРУД-

Штип, септември 2015

Листа на рецензирани и објавени трудови:

Ana Ljubotenska, PhD Igor Stojanovic – “Graphical user interface for image restoration” - 11th International Conference on Informatics and Information Technologies – CIIT 2014, Pelister, Bitola

Ana Ljubotenska, PhD Igor Stojanovic – „Преглед на техники за препознавање на лик од видео секвенци“ – Годишен зборник на Факултетот за информатика (Vol 1, No 2, 2013), УГД Штип

Ana Ljubotenska, Ivan Stojanov, PhD Igor Stojanovic, PhD Zoran Zdravev – „Интернет апликација за обработка на слики со матрични трансформации“ – Годишен зборник на Факултетот за информатика (Vol 1, No 2, 2013), УГД Штип

Листа на трудови кои чекаат на рецензија:

Ana Ljubotenska, PhD Igor Stojanovic – „Image quality assessment in digital image processing“ – Journal of Electrical and Electronics Engineering (JEEE), 2015, Romania

Останати трудови:

Ana Ljubotenska, PhD Aleksandra Mileva – „Дигитален воден жиг во слика во фреквентен домен со дискретна косинусна трансформација“ – Годишен зборник на Факултетот за информатика (Vol 1, No 3, 2014), УГД Штип

Ana Ljubotenska, PhD Ljupco Davcev – “The impact of the information technology on the business sector development” – 5th International Conference on Entrepreneurship, Innovation and Regional Development – ICEIRD 2012, Sofia, Bulgaria

Ana Ljubotenska, PhD Ljupco Davcev – “The influence of the business intelligence of the business performance management” – Yearbook of the Faculty of computer science (Vol 1, No 1, 2012) from Goce Delcev University – Stip

Краток извадок

Терминот деконволуција се однесува на процесот на реконструирање на оригинална слика врз основа на една или повеќе деградирани слики, со користење на информации за оригиналната и деградираните слики. Деградирани слики се слики со нарушен квалитет. Нарушувањето на квалитетот се случува под дејство на различни фактори, на пример: контраст, шум, замаглување и друго. Во опсегот на овој магистерски труд се разгледани само замаглени слики со променлива должина на замаглување. При обработката на слики, замаглувањето се опишува со импулсниот одзив-PSF (анг. Point Spread Function). За него уште се користи и терминот *јадро на замаглување* (анг. Blur kernel). За жал, постојат апликации каде импулсниот одзив е непозната или делумно позната функција, при што се достапни малку информации за оригиналната слика. Кога импулсниот одзив не е познат, процесот на одмаглување се нарекува *слепа деконволуција на слики* (анг. Blind image deconvolution-BID). Слепата деконволуција, која уште е позната како слепо одмаглување на слики, е тешка задача поради недостатокот на претходни информации за процесот на замаглување. Во просторен домен импулсниот одзив го опишува степенот до кој во оптички систем на магла се шири точка на светлина. PSF е, всушност, инверзна Фуриева трансформација на функцијата на оптички трансфер-OTF. Во фреквентен домен, OTF ја опишува реакцијата на линеарен, просторно-непроменлив систем на импулс. Важноста на PSF произлегува од тоа што основната задача при слепата реставрација на слики е да се изврши деконволуција на замаглена слика, токму со негово користење.

Овој магистерски труд има за цел да презентира и имплементира два нови, слепи алгоритми за реставрација на замаглени слики и да изврши споредба на добиените резултати со резултатите од други познати алгоритми од оваа област со цел да ја утврди нивната ефикасност. Алгоритмите за слепа деконволуција се тестирани на стандардните тест слики за оваа намена. Тестираните слики се со единечна рамка, односно без одделување на предниот дел од позадината на сликата. Слепите алгоритми презентирани во овој магистерски труд се базираат на малку претпоставки направени за функцијата на замаглување и оригиналната слика, но, сепак, спаѓаат во групата на методи

за слепа деконволуција. Се претпоставува дека функцијата на замаглување има ограничена поддршка, а оригиналната слика е остра природна слика. Основната идеја е со направената анализа и тестирања да се покаже дека проценката на рабовите е добра опција за слепа деконволуција на слики. Дековолуцијата се прави на прогресивен начин, прво земајќи ги во предвид главните карактеристики, односно рабови на сликата, а потоа постапно и помалите детали. Целта е да се реставрира остра слика во случај кога како влезен параметар е дадена само замаглена слика со непознато јадро на замаглување. Со ова се покажува дека замаглената слика сама по себе содржи богати информации за јадрото на замаглување. Таквите информации можат да се добијат преку анализа и споредба на тоа како спектарот на сликата, како конволуциски оператор, се менува пред и по замаглувањето. Анализата доведува до проценка на јадрото на замаглување (анг. kernel estimation), што зависи само од дадената деградирана слика.

Ефикасноста на предложените алгоритми е проценета во однос на неколку други алгоритми за слепа деконволуција, презентирани во научни трудови во последните години. Сликите се реставрираат и со графички кориснички интерфејс, со примена на стандардните MATLAB филтри за неслепа деконволуција (анг. NonBlind deconvolution): Wiener и Lucy-Richardson (скратено L-R). Овие филтри како влезни податоци ги користат проценетото јадро на замаглување, добиено од имплементираните алгоритми за слепа деконволуција и деградираната слика за различни вредности на должина на замаглување. Со ова, овој магистерски труд содржи значајни резултати за споредба на актуелните алгоритми за слепа деконволуција на замаглени слики, но и споредбена анализа на резултатите од алгоритмите за слепа деконволуција со алгоритмите за неслепа деконволуција. За резултатите да бидат веродостојни користени се актуелни мерки за квалитет на слика, како од групата на целосно референтни, така и од групата на нереферентни мерки за квалитет на слика. Имплементацијата на алгоритмот и сите тестирања се направени во MATLAB R2010a програмскиот пакет.

Клучни зборови: Слепа деконволуција, реставрација на слики, импулсен одзив, проценка на јадро на замаглување, остар раб, мерки за квалитет на слика

Abstract

The term deconvolution refers to the process of reconstructing the original image based on one or more degraded images, using information from the original and the degraded images. Degraded images are images with bad quality. Degrading the quality happens under the influence of various factors, for example: contrast, noise, blurring and more. In the scope of this master thesis the focus is only on blurred images with variable length of blurring. In image processing, blurring is described by the impulse response-PSF (Point Spread Function). There is another term used for it, which is core blur kernel. Unfortunately, there are applications where the impulse response is unknown or partially known function, with little information available for the original image. When the impulse response is not known, demisting process is called blind image deconvolution-BID. Blind deconvolution, which is still known as blind demystifying of images is difficult process, because of the lack of previous information for the process of blurring. In the spatial domain, impulse response describes the extent to which in the optical system of fog there is spreading of light. PSF is basically the inverse Fourier transform of the function of the optical transfer-OTF. In the frequency domain, OTF describes the reaction of linear space-invariant system of impulse. The importance of PSF derives from the basic task in blind image restoration, which is to perform deconvolution of blurred image using it.

This master thesis aims to present and implement two new blind algorithms for restoration of blurred images. Also, to compare the results obtained with the results of other algorithms known in this area in order to determine their effectiveness. Algorithms for blind deconvolution are tested on standard test images for this purpose. The test images are with single frame, which means without separating the front from the background of the image. Blind algorithms presented in this master thesis is based on assumptions made for the function of blurring and the original image, but still belong to the group of blind deconvolution methods. It is assumed that the function of blurring has limited support, and the original image is sharp natural image. The basic idea is with the analysis and testing to show that the assessment of the edges is a good option for blind deconvolution of images. Deconvolution is made on a progressive manner, first taking into account the main characteristics, or edges of the image, and then gradually smaller details. The purpose of the program is to restore sharp image when as an input parameter is just a blurred image with unknown core blurring. This shows

that the blurry image itself contains rich information on core blurring. Such information can be obtained through analysis and comparison of how the spectrum of the image, as convolution operator, changes before and after the blurring. The analysis leads to an assessment of kernel estimation, which depends only on the given degraded image.

The effectiveness of the proposed algorithms is evaluated in terms of several other algorithms for blind deconvolution, presented in scientific papers in recent years. Images are restored with a graphical user interface, using standard MATLAB filters for nonblind deconvolution: Wiener and Lucy-Richardson (short LR). These filters as input data are using the estimated core blurring obtained from the implemented algorithms for blind deconvolution and degraded image for different values of the length of the blurring. Thus, this master thesis contains important results for comparison of current algorithms for blind deconvolution of blurred images, but also comparative analysis of the results of algorithms for blind deconvolution with algorithmite for non blind deconvolution. For the results to be reliable, update measures for image quality have been used, as complete group of reference and group of non-reference measures of image quality. The implementation of the algorithm and all tests are done in MATLAB R2010a programming package.

Key words: Blind deconvolution, image restoration, PSF, blur kernel estimation, sharp edges, image quality measurements

СОДРЖИНА

Листа на слики.....	8
Листа на табели	9
Листа на графици.....	9
Листа на користени поими	10
Листа на кратенки	11
1. ВОВЕД	12
1.1. Мотивација и формулирање на проблемот.....	12
1.2. Опсег на истражување.....	15
2. ЦЕЛИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО.....	16
2.1. Методологија на истражување.....	17
2.2. Истражувачки прашања.....	17
2.3. Значење на тезата	19
3. КОРИСТЕНИ МАТЕМАТИЧКИ АЛАТКИ	20
3.1. Конволуција и деконволуција	20
3.2. Импулсен одзив-PSF	21
3.3. Конјугирано транспонирање	24
3.4. Векторска норма	24
3.5. Матрична норма.....	25
3.6. Матрична рута.....	26
3.7. Frobenius норма на матрица.....	26
3.8. Равенки во фреквентен домен.....	27
3.9. Тикхонов метод	30
3.10. Најмали корени со квадратна константа	32
3.11. Шок филтер.....	33
3.12. Итеративен метод на најмали квадрати со променлива тежина	39
3.13. Билатерален филтер.....	40
4. КОНЦЕПТИ И ТЕХНИКИ ЗА ОДМАГЛУВАЊЕ НА ЗАМАГЛЕНИ СЛИКИ.....	41
4.1. Преглед на други истражувања од оваа област	41
4.2. Реставрација на слики	45
4.2.1. Формулирање на проблемот на одмаглување на замаглени слики	46
4.3. Модели на замаглување.....	49
4.3.1. Модели на параметарско замаглување	49
4.4. Филтри за реставрација.....	51
4.4.1. Инверзно филтрирање.....	52
4.4.2. Wiener филтрирање	53
4.4.3. Lucy-Richardson филтрирање	55

4.4.4.	Филтрирање со метод на повторлива слепа деконволуција.....	56
4.5.	Мерки за квалитет на слика.....	58
4.5.1.	Целосно референтни мерки за квалитет на слика	60
4.5.1.1.	Средно-квадратна грешка-MSE	60
4.5.1.2.	Однос сигнал-шум-SNR.....	62
4.5.1.3.	Највисока точка на ратата сигнал-шум-PSNR	63
4.5.1.4.	Нормализирана корелација на вкрстување-NCC	64
4.5.2.	Нереферентни мерки за квалитет на слика	66
4.5.2.1.	Слеп просторен оценител на квалитет на слика-BRISQUE	66
4.5.2.2.	Природен оценител на квалитет на слика-NIQE.....	68
5.	МЕТОДИ НА ИСТРАЖУВАЧКАТА РАБОТА.....	69
5.1.	Алгоритам за брзо одмаглување на слики замаглени со линеарно моторно движење-Филтер на Cho и Lee	69
5.1.1.	Споредба со другите BID филтри.....	69
5.1.2.	Опис на алгоритам	70
5.1.3.	Проценување на оригиналната слика	75
5.1.4.	Проценување на јадрото на замаглување	77
5.2.	Алгоритам за слепо одмаглување на слика со спектрални карактеристики на конволуциски оператори-Филтер на Liu и Chang.....	81
5.2.1.	Споредба со другите BID филтри.....	81
5.2.2.	Опис на алгоритам	84
5.2.2.1.	Спектарот на природни слики како конволуциски оператор	84
5.2.2.2.	Сопствени вредности и сопствени вектори на конволуција на слика....	85
5.2.2.3.	Сигурна деконволуција преку наизменично минимизирање	87
5.2.2.4.	Цена на чинење на филтерот	89
6.	ДОБИЕНИ РЕЗУЛТАТИ	91
6.1.	Визуелни резултати.....	92
6.2.	Резултати добиени од целосно референтни мерки за квалитет на слика	99
6.3.	Резултати добиени од слепи, нереферентни мерки за квалитет на слика	112
7.	ДИСКУСИЈА	119
8.	ЗАКЛУЧОК	127
9.	КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА (REFERENCES)	130

Листа на слики

Слика бр. 1 Дводимензионална Гаусова PSF за $\theta = 0.032$	22
Слика бр. 2 Дводимензионална експоненцијална PSF за $\theta = 0.152$	23
Слика бр. 3 Елиптичен Гаусов дводимензионален PSF за $\theta_1 = 1$ и $\theta_2 = 0.3$	23
Слика бр. 4 Пример за дилатација: а) Оригинална слика б) Слика со дилатација.....	34
Слика бр. 5 Пример за ерозија: а) Оригинална слика б) Слика со ерозија.....	34
Слика бр. 6 Шок филтер со моделот на Osher and Rudin.....	36
Слика бр. 7 Резултати од тестирање на шок филтри: а) Оригинална слика б) Замаглена слика в) Слика со O-R шок филтер г) Слика со A-M шок филтер.....	38
Слика бр. 8 Модел на деградирање/реставрирање на слика.....	45
Слика бр. 9 Процес на замаглување на слика со апарат.....	46
Слика бр. 10 Конволуција на слика во просторен домен.....	46
Слика бр. 11 Модел на одмаглување кога оригиналната слика и PSF не се познати...	48
Слика бр. 12 Сливовит приказ на алгоритам за повторлива слепа деконволуција.....	58
Слика бр. 13 Шема на груби до добри резолуции на сликата.....	74
Слика бр. 14 Визуелен приказ на BID шема на Cho и Lee.....	75
Слика бр. 15 Тестирање на Lena.png за должина на замаглување 15.....	93
Слика бр. 16 Реставрирани слики за Lena.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 15.....	93
Слика бр. 17 Реставрирани слики за Lena.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 15.....	93
Слика бр. 18 Тестирање на Cameraman.png за должина на замаглување 15.....	94
Слика бр. 19 Реставрирани слики за Cameraman.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 15.....	94
Слика бр. 20 Реставрирани слики за Cameraman.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 15.....	94
Слика бр. 21 Тестирање на House.png за должина на замаглување 15.....	95
Слика бр. 22 Реставрирани слики за House.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 15.....	95
Слика бр. 23 Реставрирани слики за House.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 15.....	95
Слика бр. 24 Тестирање на Lena.png за должина на замаглување 30.....	96
Слика бр. 25 Реставрирани слики за Lena.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 30.....	96
Слика бр. 26 Реставрирани слики за Lena.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 30.....	96
Слика бр. 27 Тестирање на Cameraman.png за должина на замаглување 30.....	97
Слика бр. 28 Реставрирани слики за Cameraman.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 30.....	97
Слика бр. 29 Реставрирани слики за Cameraman.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 30.....	97
Слика бр. 30 Тестирање на House.png за должина на замаглување 30.....	98
Слика бр. 31 Реставрирани слики за House.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 30.....	98
Слика бр. 32 Реставрирани слики за House.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 30.....	98

Листа на табели

Табела 1 Целосно референтни мерки за квалитет на слика	65
Табела 2 Проценети јадра на замаглување за тест слики со Cho-Lee филтерот	80
Табела 3 Проценети јадра на замаглување за тест слики со Liu-Chang филтерот	89
Табела 4 Слепи мерки за квалитет на слика за Lena.png за јадро на замаглување 1	113
Табела 5 Слепи мерки за квалитет на слика за Lena.png за јадро на замаглување 2	114
Табела 6 Слепи мерки за квалитет на слика за Cameraman.png за јадро на замаглување 1	115
Табела 7 Слепи мерки за квалитет на слика за Cameraman.png, јадро на замаглување 2	116
Табела 8 Слепи мерки за квалитет на слика за House.png, јадро на замаглување 1.	117
Табела 9 Слепи мерки за квалитет на слика за House.png, јадро на замаглување 2.	118

Листа на графици

График бр. 1 MSE за проценето јадро на замаглување 1 за Lena.png	100
График бр. 2 MSE за проценето јадро на замаглување 2 за Lena.png	100
График бр. 3 NCC за проценето јадро на замаглување 1 за Lena.png	101
График бр. 4 NCC за проценето јадро на замаглување 2 за Lena.png	101
График бр. 5 SNR за проценето јадро на замаглување 1 за Lena.png.....	102
График бр. 6 SNR за проценето јадро на замаглување 2 за Lena.png.....	102
График бр. 7 PSNR за проценето јадро на замаглување 1 за Lena.png	103
График бр. 8 PSNR за проценето јадро на замаглување 2 за Lena.png	103
График бр. 9 MSE за проценето јадро на замаглување 1 за Cameraman.png	104
График бр. 10 MSE за проценето јадро на замаглување 2 за Cameraman.png	104
График бр. 11 NCC за проценето јадро на замаглување 1 за Cameraman.png	105
График бр. 12 NCC за проценето јадро на замаглување 2 за Cameraman.png	105
График бр. 13 SNR за проценето јадро на замаглување 1 за Cameraman.png	106
График бр. 14 SNR за проценето јадро на замаглување 2 за Cameraman.png	106
График бр. 15 PSNR за проценето јадро на замаглување 1 за Cameraman.png.....	107
График бр. 16 PSNR за проценето јадро на замаглување 2 за Cameraman.png.....	107
График бр. 17 MSE за проценето јадро на замаглување 1 за House.png	108
График бр. 18 MSE за проценето јадро на замаглување 2 за House.png	108
График бр. 19 NCC за проценето јадро на замаглување 1 за House.png	109
График бр. 20 NCC за проценето јадро на замаглување 2 за House.png	109
График бр. 21 SNR за проценето јадро на замаглување 1 за House.png	110
График бр. 22 SNR за проценето јадро на замаглување 2 за House.png	110
График бр. 23 PSNR за проценето јадро на замаглување 1 за House.png	111
График бр. 24 PSNR за проценето јадро на замаглување 2 за House.png	111

Листа на користени поими

Во овој дел се наведени специфичните термини со конкретно значење, користени во магистерскиот труд. Термините поврзани со нив не се вклучени овде, но се објасни во целост, заедно со англискиот термин на местото каде што првпат се споменуваат.

Шема: Се однесува на метод или алгоритам дизајниран за да изврши одредена задача и обично е во форма на компјутерски код.

Сигнал: Обично се однесува на еднодимензионална-1Д низа на елементи што претставува континуиран сигнал во својата дискретни форма.

Слика: Една слика е дводимензионален-2Д сигнал. Термините сигнал и слика во овој труд се користат наизменично.

Импулсен одзив: Е функција што го опишува процесот на деградирање на слика.

Шум: Се однесува на својствена деградација на сликата што произлегува од непрецизност или корупција на медиумот за снимање.

Замаглување: Деградација на податоците на сликата, поради нејзината конволуција со импулсниот одзив на снимање или медиумот на снимање.

Параметарско/непараметарско замаглување: Замаглувањето што може да се дефинира како множество од параметри е параметарско. Непараметарското замаглување уште се нарекува и произволен облик на замаглување и се однесува на замаглување што има сложена форма и не може да се моделира со параметарски облик.

Робусност: Дефинирана е како способност на шемата да произведе резултати како што се очекуваат во текот на еден широк спектар на извор на податоци.

Ефикасност: Ефикасност на шема се пресметува како просечното време потребно за да се произведе резултат од моментот кога шемата почнува да ја извршува својата задача. Уште се нарекува и компјутерска ефикасност што се пресметува во секунди за алгоритам.

Квалитет: Квалитетот на сликата се однесува на квантитативно мерење на изгледот на сликата со помош на мерки за квалитет. Можат да се мерат различни фактори, на пример, контраст, острина, осветлување и др.

Листа на кратенки

BID	Blind Image Deconvolution/Deblurring
BRISQUE	Blind/Reference-less Image Spatial QUality Evaluator
FFT	Fast Fourier Transform
HVS	Human Visual System
IBD	Iterative Blind Deconvolution
IQM	Image Quality Measure
MSE	Mean Square Error
MSSIM	Mean Structural SIMilarity index
NIQE	Natural Image Quality Evaluator
PSF	Point Spread Function
PSNR	Peak Signal to Noise Ratio
SNR	Signal to Noise Ratio
SSIM	Structural SIMilarity Index
TV	Total Variation

1. ВОВЕД

1.1. Мотивација и формулирање на проблемот

Реставрирањето на замаглени слики е важна задача при обработувањето на слики и проблеми од компјутерската визија. Задачата на отстранување на замаглување од слики се смета за фундаментална. Интересот за оваа проблематика зазема сè поголеми размери, како од академската, така и од индустриската фела, поради големата теоретска и практична примена. Оваа проблематика за првпат станува актуелна во 60-те години на минатиот век. Сликите, кои се реставрираат, претходно се деградирани со некој вид на деградација, односно нарушување на квалитетот на сликата. Тоа се добива со квантизација, просторни или временски варијации со променливо, неуниформно движење или несовершена оптика. Деградацијата во својата природа е нелинеарна. Сепак, за подобар математички пристап на проблемот, набљудуваниот модел се сведува на линеарен. На тој начин се претпоставува дека набљудуваната слика се добива како излез од линеарен, временски непроменлив систем, познат како импулсен одзив.

Областа на деконволуција на слики наоѓа примена во различни области, како што се: медицинската визуелизација, просторни снимки, геофизички истражувања, сателитски снимки, далечинско набљудување, астрономија, форензичка наука, реставрација на комерцијални слики и други области. Во многу практични сценарија деконволуцијата може да биде скапа или физички невозможно да се добијат приори. Поимот приори во оваа магистерска тема се однесува на добивање на претходни информации за сликата или информации во врска со јадрото на замаглување, односно PSF. На пример, во апликации како што се тие кај астрономијата и сателитските слики, атмосферските турбуленции, кои делумно го одредуваат PSF, е тешко да се карактеризираат, поради нивната временски променлива природа. Во апликациите кај медицинската визуелизација треба да се измери PSF на инструментите, што често е подложно на грешки. Во сите овие ситуации, како и во и многу други, слепата деконволуција може да се користи за да се генерираат слики со подобрен

квалитет, што го прави ова поле на истражување стимулативно и предизвикувачко [1].

Кога постои просторна независност, моделирањето на процесот на замаглување на слика може да се врши со операцијата конволуција, а одмаглувањето со деконволуција. Кога PSF е даден, реставрирањето на сликите може да се врши со методи за деконволуција кои не се слепи. Такви се на пример: инверзниот Wiener филтер, итеративниот Lucy-Richardson (LR) филтер или со пресметка на максималната веројатност. Сепак, во најголемиот број на реални случаи, замаглените слики имаат и шум, а и PSF не е позната функција. Поради тоа подобро е да се користат слепите методи за одмаглување. Во последните години се предложени повеќе различни алогоритами за слепа деконволуција на слики и филтри за реставрација. Тие варираат во однос на доменот: просторен и временски, а и во однос на пресметката на PSF, што може да биде со примена на одделни техники, на параметарски техники или непараметарски техники. Иако со нив е направен голем напредок во областа на реставрација на слики, сепак и понатаму овој проблем е лошо условен и е далеку од тоа да биде добро решен во повеќето општи случаи [1].

Поновите BID методи се базираат на минимизација на распределбата (анг. kurtosis minimization) [2] и приори на сликата [3], кои не се целосно автоматски, како што се, на пример, мерките со супер резолуција [4]. Тие до одреден степен обезбедуваат решенија за BID проблемот, но многу од нив сè уште не даваат задоволителни резултати во поглед на стабилноста, робусноста и конвергенцијата. Робусноста кај нив се доведува во прашање кога треба да се реставрираат реални слики. Ова е поради тоа што, за разлика од синтетичкото, реалното одмаглување е погодено од шум и од кружни нарушувања (анг. Ringing artifacts) на квалитетот. Замаглените слики, снимени со камера со слаб квалитет, можат да се деградираат со произволно оформен PSF. Сепак, таквите случаи се сложени и не можат лесно да се моделираат со вообичаените модели за параметарско замаглување [5]. Справувањето со овие случаи бара повеќе напор бидејќи не се познати претходни информации за обликот на замаглување или големината на јадрото на замаглување.

За да се справат со лошо поставената природата на $\text{Blurred Image Dataset (BID)}$, повеќето методи ги користат претходните информации за сликата и филтерот на замаглување. Претходно користените методи обично имаат ограничувања, а повеќето понови користат регулирање [6, 7, 8, 9, 10, 11]. На тој начин, овие методи се со поширок спектар на применливост. Постојат методи кои се издвојуваат со некористење на ограничувања или регулирање на решението на замаглување, за разлика од оние со ограничена поддршка. Кај повеќето слепи и неслепи методи за деконволуција на слики се претпоставува дека граничните услови се периодични, наместо непознати гранични услови (анг. *unknown boundary conditions-UBC*), кои повеќе се реални [12]. Пример за ваков метод е методот со наизменична насока на мултипликатори (анг. *alternating direction method of multipliers-ADMM*), развиен минатата година.

Спроведеното истражување за оваа теза покажа дека најголемиот број на BID методи се фокусираат во главно на одмаглување на слики деградирани со PSF на моторно замаглување со произволни форми. Причината за ова не е само фактот што се користат за добивање на реални слики, туку и тоа што тие се сè уште голем предизвик. Овој вид на замаглување се добива од поместувања на камерата, позадината или движење на објектите, кои се во границите на фокусот. Параметарскиот модел на замаглување, помага да се поедностави пребарувањето на параметрите на замаглување, каде употребата на мерка за реставрација е оптимизирана за посакуваниот резултат. PSF кај овие замаглувања најчесто е со прозволна форма, а понекогаш е и просторно независна функција. Реставрирањето на ваквите слики бара поголемо внимание. За да се добие јадрото на замаглување се применуваат комплексни процедури. Реставрирањето на слики замаглени со линеарно моторно движење, споредено со Гаусово или замаглување кое е надвор од фокусот, е помалку проблематично од аспект на условите за реставрирање. Специјален случај е кога сликата е замаглена со униформно линеарно движење. Во ваков случај PSF може да се одреди од насоката на движењето и степенот на движење, што може да се пресмета од спектарот на моќноста на сликата или со пресметка на насочената рамномерност и автокорелациона функција во просторен домен. За останатите видови на замаглувања предизвикани од движење или слики кои се надвор од фокусот, за реставрирање можат да се користат и постоечките методи

како што се: анизотропско регулирање (анг. anisotropic regularization), методи базирани на вкупната варијација (анг. total –variation-based) како и алгоритмите за одмаглување на слика со најголема веројатност [3] (анг. maximum-likelihood image deblur algorithms).

Главниот мотив на истражувачите во оваа област низ годините е да се обезбеди метод за слепо реставрирање на слики, кој ќе може ефикасно да се справи со сите видови на замаглување. Следејќи ја оваа насока во магистерскиот труд, мотивацијата е да се објаснат и имплементираат неколку методи за слепо реставрирање на слики, кои имаат различен приод на проблемот на BID. Проценката на нивната ефикасност во однос на квалитетот на реставрираната слика, се прави со примена на мерките за квалитет на слика (анг. image quality assessment- IQA).

Имплементираните методи се нови и сè уште се работи на нивно развивање, поради што се надевам дека моите тестирања и резултати ќе придонесат во нивниот понатамошен развој. Тестираните методи опфаќаат параметарско претставување на замаглување, предизвикано од линеарно моторно движење. Параметрите се оптимизирани со шема за најверојатно потекло, што се користи како мерка на реставрација за да се најдат вистинските вредности на замаглување[13]. Во потрага по ефикасни процеси за одмаглување на слики, предложените методи се потпираат на повисок вид на статистички податоци, со цел да се зголеми квалитетот на реставрираната слика.

1.2. Опсег на истражување

Истражувањата направени во рамките на овој магистерски труд го опфаќаат слепото одмаглување на слики без шум, деградирани од просторно непроменливо линеарно моторно замаглување. Ова замаглување вклучува параметарски и непараметарски т.е. произволен облик на импулсниот одзив-PSF. Должината на замаглување се менува итеративно низ 30 итерации, примајќи вредности меѓу 15 и 90. Проценката на јадрото на замаглување од деградираната слика се врши врз основа на структурата на сликата. Истражувањата покажуваат дека деталите на сликата предизвикани од замаглување можат негативно да влијаат врз проценката на јадрото на замаглување, особено кога истото е големо. Ефикасен начин за нивно

отстранување е да се примени моделот за одмаглување на слика што се базира на вкупната варијација (анг. Total Variation-TV). Овој метод е искористен за пресметка на стуктурите на сликата. При истражувањето применет е и градиентниот метод за намалување на можните негативни ефекти на испакнатите рабови и подобрување на стабилноста на проценката на јадрото на замаглување.

Реставрираната слика се добива како резултат од итеративен процес, каде постојат повеќе привремено реставрирани слики. За да се зачуваат острите рабови во итеративната реставрација и процесот на добивање на привремени реставрирани слики, се користи просторниот приор адаптивна ширина. Во базата со стандардните тест слики се вклучени слики кои се замаглуваат вештачки т.е. синтетички, преку задавање на параметарот должина. Предмет на интерес при истражувањето не беше шумот и начините на негово отстранување од слика, иако тој може да биде вроден, вештачки додаден или да настане при замаглувањето на слика. Намалувањето на кружните нарушувања на квалитетот, исто така, е надвор од опсегот на интерес во овој труд.

2. ЦЕЛИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Појдовната точка на ова истражување беше обработката на тези, научни трудови, списанија и книги од областа на реставрирање на слики и слепа деконволуција. Притоа беа согледани трендовите во овој процес и беа дефинирани целите и планот за истражување. Основната цел беше да се дизајнираат и истражуваат нови, ефикасни шеми за слепа деконволуција чија ефикасност ќе се тестира на вештачки замаглени слики. Акцент е ставен на нивната ефикасност на реставрација на замаглени слики. Истражувањата се со фокус на: робусноста во проценката на параметарскиот и произволниот облик на PSF, компјутерската ефикасност и, пред сè, на квалитетот на реставрираната слика. За таа цел се применети соодветни мерки за квалитет на сликата.

Подетално, главните цели на ова истражување беа следниве:

- Да се разгледаат постоечките BID шеми презентирани во релевантна литература и да се развие нивно разбирање;

- Да се дизајнира и демонстрира работата на робусни мерки за квалитетот на BID;
- Да се развие BID шема за одмаглување на замаглени слики со просторно непроменливи параметарски и непараметарски PSF;
- Да се тестираат предложените BID шеми, така што прво се замаглуваат слики од тест базата, а потоа се врши нивна реставрација:
- Да се анализира квалитетот на одмаглување на предложените BID шеми, преку проценка на квалитетот на добиените реставрирани слики.

2.1. Методологија на истражување

Истражувачката работа започна со анализа на постоечките BID шеми, опфатени во студијата на расположлива литература. Тогаш беа согледани нивните недостатоци и беа предложени нови идеи за ефикасно справување со проблемот на реставрација кај постоечките шеми. Дел од овие шеми беа дизајнирани, имплементирани и оценети. Добиените резултати соодетствуваа со оние презентирани во соодветната литература. Ова подоцна послужи како база за споредба со новите предложени BID. За да се оцени стабилноста и ефикасноста на предложените BID беа изведени тестирања на замаглени слики, со различна должина на замаглување. Сите тестирања и компјутерски симулации се вршеа во MATLAB R2010a работна околина, на Intel Core 2 Duo систем кој работи на 2 GHz. По успешната валидација и верификација на резултатите, истите детално се објаснети во овој магистерски труд, почнувајќи од нивната математичка дефиниција, па до добиените резултати. За брзо одмаглување на замаглените слики и лесна употреба на BID шемата, беше развиен и соодветен интерфејс.

2.2. Истражувачки прашања

По исполнувањето на сите поставени цели, очекувањето беше да се дојде до заклучок кој се совпаѓа со другите истражувања од оваа област во светски рамки. Во таа насока, на почетокот на истражувањето постоеја неколку клучни прашања. Првото прашање имаше за цел да се испита дали проценетото јадро со BID е доволно добро за да се реставрира деградираната слика. Второто

прашање се однесува на квалитетот на процесот на BID во целина. Ова прашање само по себе наметна уште неколку потпрашања. Тие се однесуваат на начините и аспектите на кои ќе се разгледува квалитетот на BID.

Врз основа на овие клучни прашања беа дефинирани нултата и алтернативните хипотези.

Нулта хипотеза:

H₀₁: Јадрото на замаглување не може ефикасно да се процени со BID.

H₀₂: Слепата реставрација на слики не е ефикасна и дава полоши резултати за разлика од неслепата реставрација на слики.

H₀₃: Сликите реставрирани со BID алгоритамите визуелно се со послаб квалитет и многу се разликуваат со оригиналната слика, за разлика од сликите реставрирани со алгоритамите за неслепа деконволуција.

H₀₄: Целосно референтните мерки за квалитет на слика, тестирани за сликите реставрирани со BID алгоритамите, имаат поголеми отстапувања од идеалните вредности, споредено со резултатите за сликите реставрирани со алгоритамите за неслепа деконволуција.

H₀₅: Нереферентните мерки за квалитет на слика, тестирани за сликите реставрирани со BID алгоритамите, имаат полоши резултати, споредено со резултатите за сликите реставрирани со алгоритамите за неслепа деконволуција.

Алтернативни хипотези се:

H_{A1}: Јадрото на замаглување може ефикасно да се процени со BID.

H_{A2}: Слепата реставрација на слики е ефикасна и дава подобри резултати за разлика од неслепата реставрација (или барем исти).

H_{A3}: Сликите реставрирани со BID алгоритамите ќе бидат визуелно подобри и послични со оригиналната слика, за разлика од сликите реставрирани со алгоритамите за неслепа деконволуција.

Н_{A4}: Целосно референтните мерки за квалитет на слика, тестирани за сликите реставрирани со BID алогоритамите, ќе имаат вредности поблиску до идеалните, споредено со резултатите за сликите реставрирани со алгоритамите за неслепа деконволуција.

Н_{A5}: Нереферентните мерки за квалитет на слика, тестирани за сликите реставрирани со BID алгоритамите, ќе имаат подобри резултати, за разлика од резултатите за сликите реставрирани со алгоритамите за неслепа деконволуција.

Дискусијата за нултата и алтернативните хипотези е дадена на крајот на трудов. Дискусијата е поткрепена со соодветни табели, слики и графици. Крајните заклучоци се во последниот дел од магистерскиов труд.

2.3. Значење на тезата

Истражувачката работа е насочена кон обезбедување на решенија од областа слепа реставрација на слики. Развиената BID шема обезбедува способност да се справи со параметарски PSF со користење на BID алгоритми. Ваквите шеми не бараат никакви предзнаења за сликата, ниту процесот на замаглување, па затоа спаѓа во групата на слепи техники. За да се подобри квалитетот на одмаглувањето се користат различни мерки за квалитет на сликата, како што беше кажано и претходно. BID шемите, кои се предмет на интерес при ова истражување, никаде во литературата не се споредувани меѓусебно, ниту пак проценката на квалитетот на нивнта реставрирација е вршена со мерките за квалитет опфатени во ова истражување. Поради тоа, како и поради актуелноста на слепата реставрација на слики, темата на ова истражување е атрактивна и се надевам дека резултатите ќе имаат придонес при понатамошното истражување на BID проблемите.

3. КОРИСТЕНИ МАТЕМАТИЧКИ АЛАТКИ

3.1. Конволуција и деконволуција

Да претпоставиме дека f и g се функции со реални вредности над множеството \mathbb{R} . Операторот **конволуција** $*$ меѓу f и g се дефинира со:

$$*(f, g)(x) = (f * g)(x) = \int_{\mathbb{R}} f(y)g(x - y) dy \quad (3.1)$$

Конволуцијата е симетричен оператор, што значи дека $f * g = g * f$. Таа може да се пресмета и за повеќедимензионален простор каде $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ [14]. Во тој случај конволуцијата е со облик:

$$*(f, g)(x_1, x_2, \dots, x_n) = (f * g)(\vec{x}) = \int_{\mathbb{R}^n} f(\vec{y})g(\vec{x} - \vec{y}) dy_1, dy_2, \dots, dy_n \quad (3.2)$$

Инверзниот процес на конволуцијата се вика **деконволуција**. Кај него функцијата f се бара, а дадени се g и h , при што важи дека:

$$h(x) = \int_{\mathbb{R}} f(u)g(x - u), \forall x \in \mathbb{R} \quad (3.3)$$

За дадени g и h реконструкцијата на функцијата f се остварува со помош на Фуриева трансформација. Нејзина основа цел е да се креира периодична функција како сума од други периодични функции или попрецизно како сума од синусни и косинусни функции со различни фреквенции. Фуриевата трансформација резултира со развивање на Фуриева серија, според:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)] \quad (3.4)$$

каде f е функција со период 2π , а a_0 , a_n и b_n се т.н. Фуриеви коефициенти, за кои важи дека [14]:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad (3.5)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx \quad (3.6)$$

3.2. Импулсен одзив-PSF

Импулсен одзив е функција што го опишува процесот на замаглување на слика при обработката на слики. Ова се прави на следниов начин: Се претпоставува дека $X(x, y)$ е дводимензионална слика и дека $\phi(x, y)$ е PSF, при што замаглената слика, означена со $Y(x, y)$, се добива со трансформацијата:

$$Y(x, y) := \phi * X = \iint_{\mathbb{R}^2} \phi(s, t) X(x - s, y - t) ds dt \quad (3.7)$$

За подобро да се разбере PSF, ќе го разгледаме следниот пример. Ќе замислиме дека цртаме цртеж со дрвени бои на хартија и притоа неколку капки вода паѓаат врз цртежот. Во таков случај, боите на цртежот се разливаат и соседните бои меѓусебно се соединуваат. Сепак, ова нема да се случи на случаен начин. На пример: На точката (x_0, y_0) на листот ќе има повеќе боја која доаѓа од точката (x_0, y_0) и нејзината околина, за разлика од другите пооддалечни делови на хартијата. Тоа може да се апстрахира како:

$$Y(x_0, y_0) = \iint_{\text{хартијата}} x(x_0 - s, y_0 - t) \phi(s, t) ds dt \quad (3.8)$$

Во ваков случај можеме да избереме функција на импулсен одзив ϕ која ќе одговара на претпоставката дека во точката (x_0, y_0) постојат повеќе бои кои доаѓаат од соседните точки на (x_0, y_0) [14]. Друга можност е дадена со:

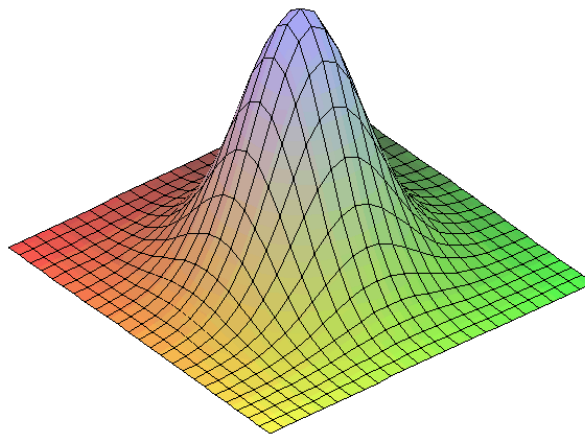
$$\phi(x, y) = \frac{1}{2\pi\theta} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\theta}} \quad (3.9)$$

каде со θ се означува параметарскиот вектор кој треба да се процени, а x и y се просторни координати. Најчестите облици на PSF се: Гаусов PSF, кружно – експоненцијален PSF, статички и елиптичен Гаусов PSF.

Гаусов PSF математички се дефинира со:

$$\phi_{\text{гаусов}}^{\theta}(x, y) = \frac{1}{2\pi\theta} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\theta}}(x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad (3.10)$$

Соодветниот Гаусов PSF, со параметар $\theta = 0.03^2$, симулиран во MATLAB, го има обликот прикажан на сликата што следува.



Слика бр. 1 Дводимензионална Гаусова PSF за $\theta = 0.03^2$

Кружно-експоненцијалниот PSF има математички облик:

$$\phi_{\text{експ}}^{\theta}(x, y) = \frac{1}{2\pi\theta^2} e^{-\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\theta}}(x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad (3.11)$$

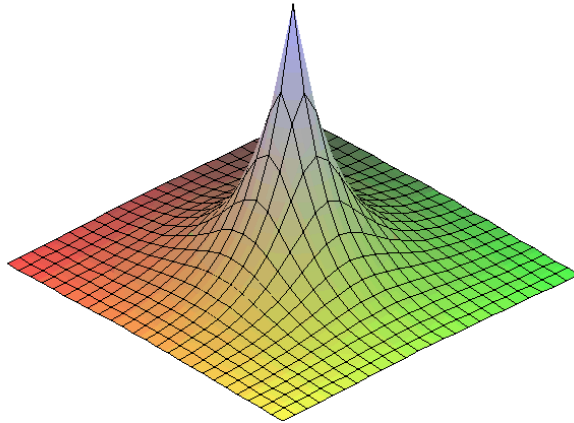
Симулацијата на дводимензионален експоненцијален PSF, за вредност на параметарот $\theta = 0.15^2$, е дадена на сликата број 2 во продолжение.

Статичкиот импулсен одзив математички се дефинира со:

$$\phi_{\text{стат}}^{\theta}(x, y) = \theta_2^{-2} \psi_{\text{стат}}^{\theta_1} \left\{ \frac{(x, y)}{\theta_2} \right\}, (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad (3.12)$$

каде $\theta = (\theta_1, \theta_2), 0 < \theta_1 \leq 2, \theta_2 > 0$, а $\psi_{\text{стаг}}$ означува густина на симетрично и стабилно правило со карактеристична функција:

$$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(isx+ity)} \psi_{\text{стаг}}(x, y) dx dy = \exp\left\{-\frac{(s^2 + t^2)^{\frac{\theta_1}{2}}}{2}\right\}, (s, t) \in \mathbb{R}^2 \quad (3.13)$$

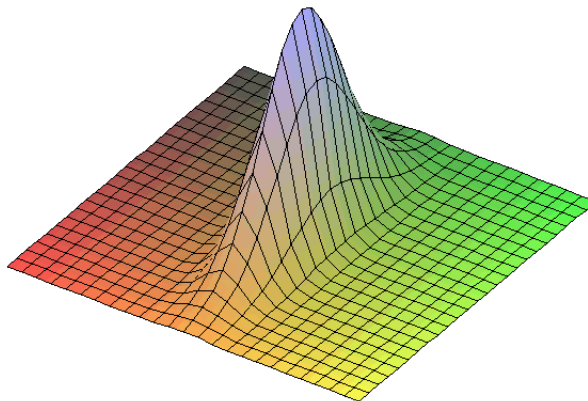


Слика бр. 2 Дводимензионална експоненцијална PSF за $\theta = 0.15^2$

Елиптичната Гаусова функција е дадена со равенката:

$$\phi_{\text{гаусоваE}}^{\theta}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\theta_1\theta_2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\theta_1} + \frac{y^2}{\theta_2}\right)} (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad (3.14)$$

Нејзината симулација во MATLAB за $\theta_1 = 1$ и $\theta_2 = 0.3$ е прикажана на сликата број 3 во продолжение.



Слика бр. 3 Елиптичен Гаусов дводимензионален PSF за $\theta_1 = 1$ и $\theta_2 = 0.3$

Сите видови на PSF се нормализирани, односно го имаат својството [14]:

$$\iint_{\mathbb{R}^2} \phi(x, y) dx dy = 1 \quad (3.15)$$

Од практична гледна точка, тоа значи дека кај сликите целокупната осветленост се одржува константна.

3.3. Коњугирано транспонирање

Коњугирано транспонирана форма од $m \times n$ матрица A , е $n \times m$ матрицата:

$$A^H \equiv \bar{A}^T \quad (3.16)$$

каде A^T означува транспонирање на матрицата A и \bar{A} означува коњугирање на матрицата. Во сите заеднични места (на пример, во разделените Хилбертови простории) [14], коњугирањето и транспонирањето се менуват, така што важи:

$$A^H \equiv \bar{A}^T \equiv \overline{A^T} \quad (3.17)$$

3.4. Векторска норма

Векторските и матричните норми се основно средство кое се користи за оценка на грешки поврзани со нумерички методи. Векторска норма е секоја функција $\|\cdot\|: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{R}$ која ги задоволува својствата дадени подолу. Ако е даден n -димензионален вектор:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

тогаш општата векторска норма $|x|$, која во дадени случаи се пишува и со двојни загради $\|x\|$, е ненегативна норма која се дефинира така што:

1. $|x| > 0$, за $\forall x \in \mathbb{C}^n, x \neq 0$, каде $|x| = 0$, ако $x = 0$

2. $|kx| = |k||x|$ за $\forall x \in \mathbb{C}^n$ и било која вредност за k ,
3. $|x + y| \leq |x| + |y|$, за $\forall x, y \in \mathbb{C}^n$ (неравенство на триаголник)

3.5. Матрична норма

Ако е дадена сложена квадратна норма A или реална матрица $\|A\|$, позната како матрична норма, тогаш таа е поврзана со сите својства што ги поседува [15]. Матричната норма не е негативен број. Подетално нејзините својства се:

1. $\|A\| > 0$ кога $A \neq 0$ и $\|A\| = 0$ ако $A = 0$,
2. $\|k A\| = |k| \|A\|$ за било која вредност за k ,
3. $\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$,
4. $\|AB\| \leq \|A\| \|B\|$

Ако $\lambda_1, \dots, \lambda_n$, е дадена вредност од A тогаш:

$$\frac{1}{\|A^{-1}\|} \leq |\lambda| \leq \|A\| \quad (3.19)$$

Матрицата со p -норма е определена за реален број p ($1 \leq p \leq \infty$), а A од:

$$\|A\|_p = \max_{x \in \mathbb{R}^n, \|x\|_p=1} \|Ax\|_p \quad (3.20)$$

каде A е матрица, а $\|x\|_p$ е векторска норма. Задачата на компјутерската матрица со p -норма е потешка во случај кога $p > 1$ бидејќи се работи за нелинарно оптимизирање на проблемите поврзани со ограничувањето [16]. Матричната норма се спроведува како Норма $[m, p]$, каде p може да има вредност 1, 2 или бесконечност. Максималната сума на колоните на норма $\|A\|_1$ е определена со:

$$\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad (3.21)$$

Спектралната норма $\|A\|_2$ е квадратен корен од максималната дадена вредност на $A^H A$, каде A^H е конјугирано-транспонирана форма:

$$\|A\|_2 = (\max \text{ сопствена вредност } A^H A)^{1/2} \quad (3.22)$$

Оваа норма често се нарекува и само норма. Максималната сума на редовите на оваа норма се определува како:

$$\|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (3.23)$$

каде за $\|A\|_1$, $\|A\|_2$ и $\|A\|_\infty$ важи дека $\|A\|_2^2 \leq \|A\|_1 \|A\|_\infty$.

3.6. Матрична рута

Рутата на $n \times n$ квадратната матрица A (анг. Trace of a matrix A) е дадена со:

$$\text{Tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii} \quad (3.24)$$

Пример за матрична рута е збирот на дијагоналните елементи. Рутата на матрицата се имплементира преку Волфрам јазикот (анг. Wolfram Language) [16] преку `Tr[list]`, односно преку изборот на матричната рута. Во теоријата, матричната рута се нарекува уште и карактер, односно знак или лик.

3.7. Frobenius норма на матрица

Нормата на Frobenius е матрична норма на матрицата $m \times n$ и се дефинира како квадратен корен од збирот на апсолутните квадрати на своите елементи:

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2} \quad (3.25)$$

Таа уште е наречена и Евклидова норма, но не е иста со векторската L^2 норма, која, исто така, понекогаш се сретнува како Евклидова норма [16]. Нормата на Frobenius може да се смета и како векторска норма која е еднаква на квадратниот корен од рутата на матрица од AA^H , односно:

$$\|A\|_F = \sqrt{\text{Tr}(AA^H)} \quad (3.26)$$

Нормата на Frobenius на матрица m може да се спроведе како норма $[m, "Frobenius"]$, а на векторот v како норма $[v, "Frobenius"]$ [17].

3.8. Равенки во фреквентен домен

Дискретниот сигнал за $x[N_1, N_2]$ дефиниран на мрежа U се пресметува со користење на равенката за Фуриева трансформација, претставена како:

$$\mathcal{F}\{x\} = X[f_1, f_2] = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x[n_1, n_2] W_{N_1}^{f_1 n_1} W_{N_2}^{f_2 n_2} \quad (3.27)$$

каде W_N е n -ти корен:

$$W_N = e^{-j2\pi/N}, j = \sqrt{-1} \quad (3.28)$$

каде и фреквенцијата $f = (f_1, f_2)$ е 2D дискретна со вредности:

$$F = \{f_1, f_2: 0 \leq f_1 \leq N_1 - 1, 0 \leq f_2 \leq N_2 - 1\} \quad (3.29)$$

Соодветните големи букви се користат за дискретната Фуриева трансформација (анг. discrete Fourier transform-DFT) на сите функции $Y_i[f_1, f_2] = \mathcal{F}\{y_i\}, H_i[f_1, f_2] = \mathcal{F}\{h_i\}$. Потоа, според важењето на Parseval-овата теорема¹, особено за слика која е променлива во однос на форма, важи:

¹ Во математиката, теоремата на Parseval се однесува на тоа што Фуриевата трансформација е унитарна, слободна, дека сумата (или интегралот) на квадратот на функцијата е еднаков на збирот (или интегралот) на квадратот на нејзината трансформација. Оваа теорема е резултат од теоремата за серија од Марс-Antoine Parseval, од 1799, која подоцна е применета во Фуриевата серија.

$$\sum_{n_1, n_2} x^2[n_1, n_2] = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{f \in F} |X(f_1, f_2)|^2 \quad (3.30)$$

Со важење на $r(x) = \sum_{n_1, n_2} x^2[n_1, n_2]$ и $r(h_i) = \sum_{n_1, n_2} h_i^2[n_1, n_2]$, може да запише бараниот критериумот во форма:

$$\begin{aligned} J(X, H) = & \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{f \in F} |Y_i - XH_i|^2 + \lambda_1 \sum_{i,j=1}^M d_{ij}^2 \sum_{f \in F} |Y_i - XH_i|^2 \\ & + \lambda_2 \sum_{f \in F} |X|^2 + \lambda_3 \sum_{i=1}^M \sum_{f \in F} |H_i|^2 \end{aligned} \quad (3.31)$$

каде

$$H = (H_1, \dots, H_M)^T \quad (3.32)$$

$$d_{ij}^2 = \frac{N_1 N_2}{\sigma_i^2 \sum_{f \in F} |H_i|^2 + \sigma_j^2 \sum_{f \in F} |H_j|^2}, d_{ij}^2 = d_{ji}^2 \quad (3.33)$$

Поради поедноставување на моделот во овие формули фреквенцијата на променливост не се прикажува. Во горните равенства $|X|^2 = X \cdot X^*$, каде X^* е комплексно-конјугирана форма. Во следните анализи пресметката на изводите на J со тежини d_{ij}^2 се фиксни, под претпоставка дека тие се ажурираат во соодветните рекурзивни процедури [1]. За комплексните променливи X и H_i градиентот на критериумот J е дефиниран од страна на изводите $\partial_{X^*} J, \partial_{H_i^*} J, \dots, \partial_{H_M^*} J$ и потребни се минимум услови за J да биде запишана како:

$$\begin{aligned} \partial_{X^*} J &= 0, \\ \partial_{H_i^*} J &= 0, i = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (3.34)$$

Со преземање на едноставни чекори се добива:

$$\partial_{X^*} J(X, H) = - \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_i^2} (Y_i - H_i X) H_i^* + \lambda X = 0 \quad (3.35)$$

и

$$\begin{aligned} \partial_{H_i^*} J(X, H) &= \frac{1}{\sigma_i^2} (Y_i - H_i X) (-X^*) + 2\lambda_1 \sum_{j=1, j \neq i}^M d_{ij}^2 (Y_j H_i - Y_i H_j) Y_j^* + \lambda_3 H_i \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.36)$$

Со решавање на $\partial_{X^*} J(X, H)$ во однос на X и $\partial_{H_i^*} J(X, H)$ во однос на H_i се добива множеството на равенки за X и H :

$$X = \frac{\sum_{i=1}^M Y_i H_i^* / \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^M |H_i|^2 / \sigma_i^2 + \lambda_2} \quad (3.37)$$

$$H_i = \frac{\frac{Y_i X^*}{\sigma_i^2} + 2\lambda_1 Y_i \sum_{j=1, j \neq i}^M d_{ij}^2 H_j Y_j^*}{\frac{|X|^2}{\sigma_i^2} + 2\lambda_1 Y_i \sum_{j=1, j \neq i}^M d_{ij}^2 |Y_j|^2 + \lambda_3} \quad (3.38)$$

каде $j = 1, \dots, M$. За анализа на карактеристиките на J во однос на X и H се користи Хесиановата матрица², што претставува **матрица на втори парцијални изводи**, добиени со диференцијација на $\partial_{X^*} J(X, H)$ и $\partial_{H_i^*} J(X, H)$, според равенствата дадени погоре. Оваа матрица може да се претстави во следната структурирана форма:

$$G = \begin{pmatrix} G_{XX^*} & G_{HX^*} \\ (G_{HX^*})^T & G_{H^*H^*T} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

каде

$$G_{XX^*} = \partial_X \partial_{X^*} J = \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_i^2} |H_i|^2 + \lambda_2 \quad (3.40)$$

² англ. Hessian matrix.

$$G_{H^*H^T} = \partial_{H^*} \partial_{H^T} J$$

$$= \begin{pmatrix} G_{H_1^*H_1} & -2\lambda_1 d_{12}^2 Y_2^* Y_1 & \dots & -2\lambda_1 d_{1M}^2 Y_M^* Y_1 \\ -2\lambda_1 d_{21}^2 Y_1^* Y_2 & G_{H_2^*H_2} & \dots & -2\lambda_1 d_{2M}^2 Y_M^* Y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -2\lambda_1 d_{M1}^2 Y_1^* Y_M & -2\lambda_1 d_{M2}^2 Y_2^* Y_M & \dots & G_{H_M^*H_M} \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

со услови на дијагонала [1]:

$$G_{H_i^*H_i} = \partial_{H_i} \partial_{H_i^*} J = \frac{1}{\sigma_i^2} |X_i|^2 + 2\lambda_1 \sum_{j=1, j \neq i}^M d_{ji}^2 |Y_j|^2 + \lambda_3 \quad (3.42)$$

и

$$G_{HX^*} = \partial_{X^*} \partial_{H^T} J = \left(\frac{XH_1^*}{\sigma_1^2}, \frac{XH_2^*}{\sigma_2^2}, \dots, \frac{XH_M^*}{\sigma_M^2} \right) \quad (3.43)$$

Хесиановата матрица е, всушност, Јакобиан матрица на $\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}$ изводите за функцијата $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ во однос на x_1, x_2, \dots, x_n . За жал, терминот „Хесианова“ матрица, се користи и за матрицата и за детерминанта на оваа матрица. Обликот како Јакобиан матрица е следен [18]:

$$Hf(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_3} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_3} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_3} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

3.9. Тикхонов метод

Тикхоновиот метод (анг. Tikhonov Regularization) во литературата уште се среќава и како Тикхонов-Милер метод (анг. Tikhonov-Miller Regularization). Методот е директен и се базира на L^2 нормата. Регуларното решение X_λ е

дефинирано преку равенката (3.45). Во неа λ означува регулизаторски параметар за Тикхоновиот метод.

$$X_\lambda = \operatorname{argmin} \left\{ \|Ax - b\|_2^2 + \lambda^2 \|L(x - x^*)\|_2^2 \right\} \quad (3.45)$$

Горната равенка е решение на следниов проблем на најмали квадрати [19]:

$$\min \left\| \begin{pmatrix} A \\ \lambda L \end{pmatrix} x - \begin{pmatrix} b \\ \lambda L x^* \end{pmatrix} \right\|_2 \quad (3.46)$$

Овде е лесно да се види дека X_λ е единствен ако нулти просторот помеѓу A и L се сече тривијално (како што во практика редовно и се случува). Најефикасниот алгоритам за нумерички пристап кон Тикхоновиот метод за генерално регулирачката матрица L се состои од три чекора. Најпрво, проблемот е трансформиран во стандардна форма преку разликата на:

$$L^T = K R = (K_p \ K_0) \begin{pmatrix} R_p \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad AK_0 = H T = (H_0 \ H_q) \begin{pmatrix} T_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

каде $\bar{A} = A$ ако $L = I_n$, потоа матрицата \bar{A} е трансформирана во $P \times P$ горна бидијагонална матрица \bar{B} преку левата и десната ортогонална трансформација:

$$\bar{A} = \bar{U} \bar{B} \bar{V}^T \quad (3.48)$$

Конечниот резултирачки редок проблем со групираниите \bar{B} , се решава за $\bar{V}^T \bar{X}_\lambda$ и решението е трансформирано назад во оригиналните особини со:

$$X = L^\dagger \bar{X} + K_0 T_0^{-1} H_0^T (b - AL^\dagger \bar{X}) \quad (3.49)$$

Во овој пакет се зема друг пристап за решавање на првичната равенка преку употреба на филтер факторите и GSVD експлицитно (или SVD, ако $L = I_n$), соодветно преку равенките [20]:

$$X_{reg} = \sum_{i=1}^n f_i \frac{u_i^T b}{\sigma_i} V_i \quad \text{ако } L = I_n \quad (3.50)$$

$$X_{reg} = \sum_{i=1}^p f_i \frac{u_i^T b}{\sigma_i} X_i + \sum_{i=p+1}^n (u_i^T b) X_i \text{ ако } L \neq I_n \quad (3.51)$$

Овој пристап што е имплементиран во рутината Тикхонов, е поприкладен за Матлаб грубите гранултиви. Поради педагошки причини, се вклучуваат и рутинските `bidiag`, за бидијагонализирање на матрица.

3.10. Најмали корени со квадратна константа

Постојат и два други регуларизирачки методи што се скоро еквивалентни на Тикхоновиот метод. Тие можат да се разгледаваат нумерички со, главно, иста техника како спомнатата погоре, вклучувајќи трансформација до стандардна форма водена од бидијагонализација на коефициентите на матрицата. Овие два метода се следните проблеми на најмали корени со ограничување на квадратната нееднаквост (анг. Least Squares with a Quadratic Constraint):

$$\min \|Ax - b\|_2 \text{ предмет на } \|L(x - x^*)\|_2 \leq \alpha \quad (3.52)$$

$$\min \|L(x - x^*)\|_2 \text{ предмет на } \|Ax - b\|_2 \leq \delta \quad (3.53)$$

каде α и δ се параметри кои не се нула, секој играјќи ја улогата како регуларизирачки параметар во првата и втората равенка соодветно. Решението на двата проблема е идентично со x_λ од Тикхоновиот метод за компатибилно избрани вредности на λ кои се зависни на нелинеарен начин од α и δ . Решението на првиот проблем е пресметан на следниот начин: ако $\|L(X_{LSQ} - X_0)\|_2 \leq \alpha$ тогаш $\lambda \leftarrow 0$ и $X_\lambda \leftarrow X_{LSQ}$, инаку се употребува итеративна шема за да се реши:

$$\min \|Ax_\lambda - b\|_2 \text{ предмет на } \|L(x_\lambda - x^*)\|_2 = \alpha \quad (3.54)$$

за λ и X_λ . Слично на ова, решението на вториот проблем е пресметан според следново (каде X_0 е дадено): ако $\|A(X_0 - b)\|_2 \leq \delta$ тогаш $\lambda \leftarrow \infty$ и $X_\lambda \leftarrow X_0$, инаку се употребува итеративна шема за да се реши

$$\min \|L(x_\lambda - x^*)\|_2 \text{ предмет на } \|Ax_\lambda - b\|_2 = \delta \quad (3.55)$$

за λ и X_λ . Во регуларизирачките алатки, lsqi и discrep ги решаваат првата и втората равенка соодветно. Името „discrep“ е поврзан со принципот на дискрепанца за избирање на регуларизационите параметри. Ефикасен алгоритам за решавање на првата равенка кога A е голем и редок, е базиран на Гаусовата квадратура и Ланцовата бидијагонизација.

3.11. Шок филтер

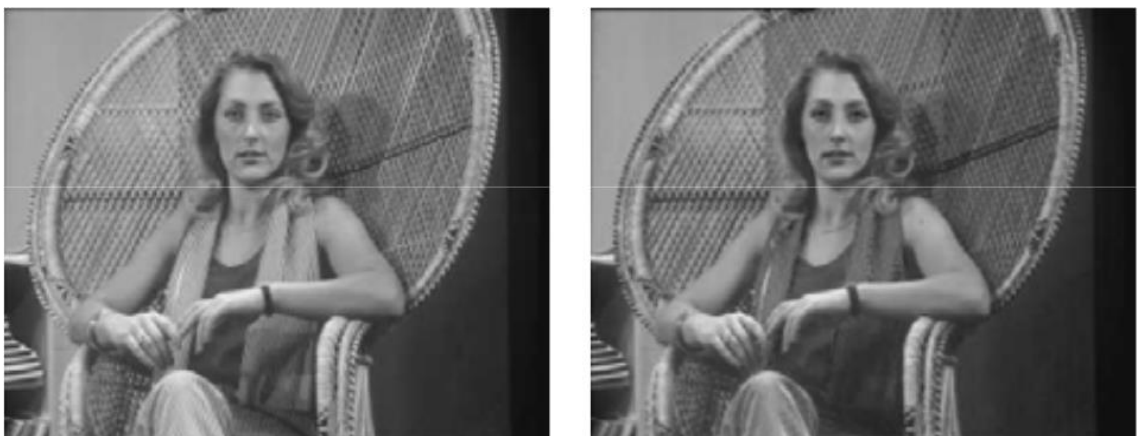
Шок филтрите (анг. shock filter) се базираат на идејата да се аплицира локално дилатација т.е. процес на проширување или ерозивен процес, во зависност од тоа дали пикселите се под влијание на регионот на максимален или минимален пиксел на сликата соодветно. Дилатацијата и ерозивниот процес се едни од најчестите математички морфолошки операции. Математичката морфологија ја вклучува конволуцијата како основен процес со користење на различни форми на јадра на замаглување, наречени структурни елементи на слика. Тие се обично симетрични: квадрати, правоаголници или кругови. Морфолошките математички операции можат да се применат и итеративно, со цел да се направи процесот помоќен. Дилатацијата е оператор на проширување. За бинарни податоци, секој пиксел од сликата со вредност 0, кој има сосед поставен на 1, каде соседството е дефинирано со структурниот елемент, се поставува на 1. За сиви слики, дилатација е всушност функцијата максимум. Оваа функција ги исполнува малите дупки и пукнатини и додава слоеви на објектите во бинарна слика. Пример за дилатација кај слики е прикажан на сликата број 4 што следи.

Ерозијата, пак, е оператор на намалување, што е обратен од дилатацијата. Тој го отстранува шумот и другите мали објекти, прекини во тенките врски меѓу објектите, го отстранува надворешниот слој од поголемите

објекти и ја зголемува големината на дупките во рамки на еден објект на сликата. За бинарни слики, ерозијата функционира т.ш. секој пиксел кој е 1 и има сосед 0, се поставува на 0 [21]. Функцијата минимум е еквивалентна на функцијата ерозија. На сликата број 5 е даден пример за примена на ерозија.



Слика бр. 4 Пример за дилатација: а) Оригинална слика б) Слика со дилатација



Слика бр. 5 Пример за ерозија: а) Оригинална слика б) Слика со ерозија

Изборот меѓу дилатација и ерозија се прави со помош на функцијата знак (анг. sign или signum, уште позната како zero crossing) s , поставена во $\{-1, 0, +1\}$, врз основа на Лапласовиот оператор. Тој претставува дивергенција на градиентот ∇f на скаларна функција и во правоаголен координатен систем е:

$$\nabla \cdot \nabla f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (3.56)$$

За слика I со пикселски интензитет $I(x, y)$, градиентот на сликата е:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

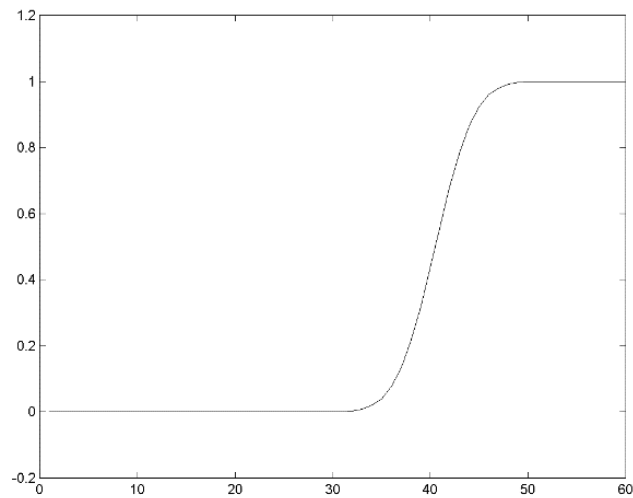
Соодветно за слика I , Лапласовиот оператор $L(x, y)$ е:

$$L(x, y) = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \quad (3.58)$$

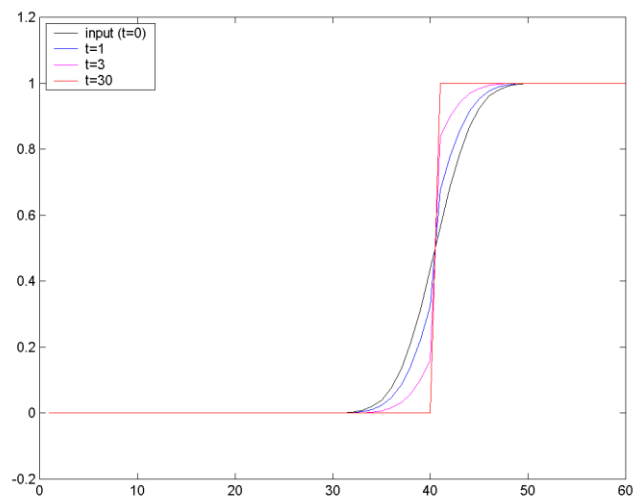
Всушност, знакот (анг. zero crossing) на парцијалните изводи од втор ред на компонентите на сликата, се користи за да се открие раб. Овој начин на филтрирање е во согласност со Крамер и Брукнер, кои го предложиле првиот шок филтер уште во 1975 година [22]. Нивниот шок филтер е формулиран целосно на дискретен начин. Одлуката дали една точка е под влијание на регионот на максимум или минимум се прави врз основа на Лапласовиот оператор. Ако тој е негативен, тогаш се смета дека пикселот е во регионот на влијание на максимумот, а доколку е позитивен, се смета дека припаѓа на регионот на влијание на минимумот. Процесирањето на оваа постапка произведува остар дисконтинуитет, наречен шок, што се наоѓа на границата меѓу двата региона на влијание. Така, нултиот-премин на Лапласовата компонента служи како детектор на раб на слика, каде што се произведува шок. Од овде се заклучува дека *терминот шок се однесува на одделување на работ од соседните сегменти.*

Сепак, терминот шок филтрирање за првпат е воведен од страна Osher и Rudin (скратено O-R филтер) во 1990 година. Тие предложиле континуирана класа на филтри кои работат врз основа на парцијални диференцијални равенки (анг. partial differential equation-PDE) [23]. Кај шок филтрите се користат нелинеарни, временски зависни парцијални диференцијални равенки, заедно со нивните дискретизации. Терминот дискретизација (анг. discretization) се однесува на процесот на пренесување на континуирани модели и равенки во дискретен запис. Овој процес обично се врши како прв чекор при обработката на слики, што ги прави моделите и равенките погодни за нумеричка евалуација и имплементација. Процесот на филтрирање е еволуцијата на почетната

реставрирана слика $u_0(x, y)$, кога $t \rightarrow \infty$, во решение за стабилна состојба $u_\infty(x, y)$, преку $u(x, y, t)$, $t > 0$.



а) Влезен замаглен единечен сигнал



б) O-R шок филтер излез, добиен со повеќе итерации

Слика бр. 6 Шок филтер со моделот на Osher and Rudin

Притоа, вкупната варијација на решение за кое било фиксно $t > 0$, е иста како онаа на почетните податоци. Обработената слика е мазна, без осцилации и скокови [23]. Примената на овој филтер може да се разгледува кај единечни сигнали или кај деградирани слики. На сликата погоре е прикажана примената на O-R шок филтерот кај единечен скок сигнал, низ 30 итерации.

За да се објасни идејата за шок филтрирањето кај слики, ќе разгледаме континуирана слика $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Класата на филтрирани слики $\{u(x, y, t) | t \geq 0\}$ за $f(x)$ се добива со развивање на f со процесот:

$$u_t = -\text{sign}(\Delta u)|\nabla u| \quad (3.59)$$

$$u(x, y, 0) = f(x, y) \quad (3.60)$$

каде индексите ги означуваат парцијалните изводи, а ∇u е просторниот градиент на u , т.ш. $\nabla u = (u_x, u_y)^T$. Горното равенство покажува дека процесот започнува во време $t = 0$, со оригинална слика $f(x, y)$ [24]. Еволутивниот процес се одвива на следниов начин: Се претпоставува дека некој пиксел е во регионот на влијание на максимумот, кога неговата Лапласова компонента (може да се запише и како $\Delta u := u_{xx} + u_{yy}$) е негативна. Тогаш, равенството се сведува на:

$$u_t = |\nabla u| \quad (3.61)$$

Во регионот на влијание на минимумот ($\Delta u < 0$) горната равенка го добива обликот:

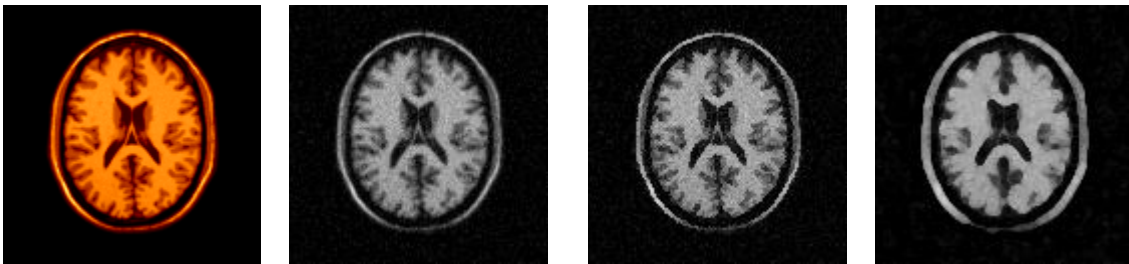
$$u_t = -|\nabla u| \quad (3.62)$$

Овие согледувања покажуваат дека со зголемување на времето, се зголемува и радиусот на структурирање на елементот. Ова се прави сè додека не стигне Δu на нултиот премин, каде што влијанието на регионите на максимумот и минимумот се совпаѓаат. Сепак, предложени се голем број на модификации во насока на подобрување на перформансите на шок филтрите. На пример, во [23] се споменува дека со користење на изводите од втор ред $u_{\eta\eta}$, со $\eta \parallel \nabla u$, се постигнува подобра детекција на раб, отколку со Δu . Во насока да се направат филтрите повеќе стабилни против малите детали на сликата,

Alvarez и Mazorra (скратено A-M филтер) го замениле детекторот на раб $u_{\eta\eta}$ со $\vartheta_{\eta\eta}$ т.ш. $\vartheta := K_\sigma * u$ каде K_σ е Гаусов PSF со стандардна девијација σ , а $*$ означува конволуција. Според Alvarez и Mazorra шок филтерот има облик [25]:

$$u = -\text{sign}(\vartheta_{\eta\eta})|\nabla u| \quad (3.63)$$

O-R и A-M шок филтрите се тестирани во MATLAB. На сликата што следи, се прикажани резултати со нивна примена. Овие шок филтри се применети на замаглена слика, која е дел од базата. Сликата е замглена со Гаусов PSF, поради тоа што A-M филтерот работи со ваков вид на замаглување. При замаглувањето SNR = ~ 15dB. Шок филтерот во имплементиранiot алгоритам се користи за да се добие подобрена верзија на структурната компонента, поточно за добивање на испакнатите рабови на сликата.



Слика бр. 7 Резултати од тестирање на шок филтри: а) Оригинална слика б) Замаглена слика в) Слика со O-R шок филтер г) Слика со A-M шок филтер

Шок филтерот е ефикасна алатка за извлекување на карактеристиките на слика. Развојната равенка, применета во алгоритмот е:

$$I_{t+1} = I_t - \text{sign}(\Delta I_t)|\nabla I_t|dt \quad (3.64)$$

каде I_t е слика во време t , ΔI_t и ∇I_t се Лапласовата компонента и градиентот на I_t , соодветно [25]. dt е временски чекор за единечна еволуција.

3.12. Итеративен метод на најмали квадрати со променлива тежина

Итеративниот метод на најмали квадрати со променлива тежина (анг. Iterative Reweighed Least Square-IRLS) е еден од најефикасните методи за оптимизација. Неговата основна форма е:

$$\arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n |y_i - f_i(\beta)|^p \quad (3.65)$$

каде со итеративен метод во кој секој чекор се вклучува решавање на проблемот на тежински најмали квадрати (анг. weighted least squares). IRLS се користи за да се најдат максималните проценки на веројатност на генерализиран линеарен модел, како на пример, со минимизирање на најмалата апсолутна грешка наместо грешката на најмали квадрати.

Основниот чекор на IRLS за даден тежински вектор ω , е да се најде елементот во $\Phi^{-1}(y)$ со најмала норма l_2 . Притоа Φ е $m \times N$ матрица, каде $m < N$, $y \in \mathbb{R}^m$, а векторите $x \in \mathbb{R}^N$, кои се ретки (т.е. поголемиот дел од нивните записи се еднакви на нула), може да се добијат од $y := \Phi x$, иако $\Phi^{-1}(y)$ е $(N - m)$ – димензионална рамнина. Ако $x^{(n)}$ е решението во итеративниот чекор n , тогаш новата тежина $\omega^{(n)}$ е:

$$\omega_i^{(n)} := \left[|x_i^{(n)}|^2 + \epsilon_n^2 \right]^{-\frac{1}{2}}, i = 1, \dots, N \quad (3.66)$$

Со ова, се намалува секвенцата на адаптивно дефинирано ϵ_n , така што ажурираната тежина потоа се користи за да се добие $x^{(n+1)}$ и процесот се повторува [26]. Постојат повеќе примери за IRLS алгоритми. Таков е на пример алгоритмот на Weiszfeld³, кој, иако не е проблем од линеарна регресија, сепак може да се смета како посебен случај на IRLS. Кај овој алгоритам целта е да се изврши приближување на геометриската средна каде функцијата е збир на растојанијата од оценките на примероците. Една од предностите на IRLS што

³ Именуван е според унгарскиот математичар Endre Weiszfeld (1916-2003), кој освен на оваа теорема, придонеси дал и за развивањето на Kruskal's tree теоремата и друго.

се среќава кај линеарно програмирање е тоа што IRLS може да се користи со Гаус-Њутн и Левенберг-Маркард нумеричките алгоритми, кои се користат за решавање на нелинеарни проблеми со најмали квадрати. IRLS при оптимизацијата се сведува на проблемот на квадратно програмирање [26].

3.13. Билатерален филтер

Билатерален филтер е нелинеарен филтер за слики кој го намалува шумот. Вредноста на интензитетот на секој пиксел на сликата се заменува со пондериран просек на интензитет на вредностите на околните пиксели. Ова може да биде базирано врз основа на Гаусовата дистрибуција. Од големо значење е дека тежината не зависи само од Евклидовото растојанието на пиксели, туку и од радиометриските разлики, на пример разлики во опсег, како што се интензитетот на бојата, длабочина на далечина, итн. Ова ги зачувува острите рабови со систематско лупирање преку секој пиксел и прилагодување на соседните пиксели соодветно [1].

Билатералните филтери се дефинираат како

$$I^{filtered}(x) = \frac{1}{W_p} \sum_{xi \in \Omega} I(xi) f_r(\|I(xi) - I(x)\|) g_s(\|x_i - x\|) \quad (3.67)$$

каде нормализирачкиот термин

$$W_p = \sum_{xi \in \Omega} f_r(\|I(xi) - I(x)\|) g_s(\|x_i - x\|) \quad (3.68)$$

гарантира дека филтерот ја зачувува енергијата на сликата.

Притоа, користените нотации во равенките кај билатералниот филтер се:

- $I^{filtered}$ претставува слика врз која се применува филтер,
- I претставува оригинална слика,
- X претставува координати на моменталниот пиксел кој минува низ филтер,
- Ω претставува прозорецот центриран во X ,

- Fr претставува опегот на јадрото за намалени разлики во интензитетот и
- gs претставува просторно јадро за намалени разлики во интензитетот.

4. КОНЦЕПТИ И ТЕХНИКИ ЗА ОДМАГЛУВАЊЕ НА ЗАМАГЛЕНИ СЛИКИ

4.1. Преглед на други истражувања од оваа област

Кај слепата деконволуција од суштинско значење се моделирањето на приорите на незамаглената, оригинална слика и примената на алгоритам за оптимизација. Поради различните начини на моделирање и примената на различни алгоритми за оптимизација, постојат различни методи за слепа деконволуција. Обично, сликите со природни сцени се карактеризираат со дистрибуции на „тешки опашки“. Во системи со тесна рамка расфрланоста на трансформираната, незамаглена слика, е исто така значаен приор. Саи во својот труд [27] ја демонстрира ефикасноста на одмаглувањето на слики, со користење на овој приор. Тој ги решил соодветните проблеми поврзани со оптимизација со сведување во линеарна форма на Врегман методот на повторување. Еден начин да се подобрат добиените резултати е со користење на две или повеќе замаглени слики од иста сцена. Јуан во својот труд [28], вклучува дополнителни незамаглени слики со шум, со цел да ги подобри добиените резултати. Методите кои се базираат на единечна замаглена слика имаат тенденција да обезбедат поефикасни приорити за процесот на одмаглување. Кај слепата деконволуција која се врши кај слики со сцени од природа, како добри приорити се споменуваат: транспарентноста [29], острите рабови [30], слабата апроксимација (анг. Sparse approximation) [31] и дистрибуцијата со „тешки опашки“ (анг. Heavy-tailed distributions) [32].

Пристапите за слепа деконволуција на слики можат да се класифицираат во две големи групи, според начинот на кој се идентификува замаглувањето:

- како приор или
- заедно со сликата.

Кај привиот пристап, PSF е идентификуван одвоено од оригиналната слика, а подоцна се користи во комбинација со еден од класичните алгоритми за реставрација на сликата, за да се врати оригиналната слика. Може да се користи параметарскиот модел на замаглување, при што целта е да се идентификуваат најверојатните параметри на замаглувањето при процесот на набљудување. Овој пристап, на пример се користи кај Bayesian методот. Исто така се можни и експериментални приоди, при што слики од една или повеќе точки на извори се собираат и се користат за да се добие проценка на PSF. Исто така, ако постои добро разбирање на системот за добивање на слики достапен за одредена апликација, може да се направат приори за предвидување на замаглувањето. Сепак, ако се користи овој модел како примарен, почетен метод во некој од другите алгоритми нема да се работи за слепа деконволуција. Ова е можно да се примени во повеќе области, како на пример во микроскопија, медицински ултразвук, далечинско набљудување или оптички телескопски системи.

Поголемиот дел од постојните методи за слепа деконволуција на слики спаѓаат во втората група според оваа класификација, каде што сликата и замаглувањето се идентификувани истовремено. Меѓутоа, во пракса многу методи од оваа категорија користат алтернативен пристап при проценувањето на PSF, а не наоѓање на заедничко решение во вистинска смисла на зборот [1].

Меѓу најприменуваните методи кои спаѓаат во групата на слепа деконволуција, несомнено се методите со градиентно спуштање. Големите број на трудови од оваа област укажуваат на тој факт. Сепак, постојат големи варијации од еден до друг метод со градиентно спуштање. Од литературата достапна на интернет, може да се направи некој вид на нивно класифицирање. Критериумот за тоа не е единствен, туку зависи од техниката за оптимизација, испитуваните приори, областа на примена на методите и слично. Според видот на техниката за оптимизација се разликуваат: метод на кружни координати (анг. Cyclic coordinate method), метод на најстрмен градиент (анг. Steepest gradient method), методи за конјугиран градиент (анг. Conjugate gradient methods), PARTAN метод, метод на Њутон (анг. Newton's method), Levenberg-Marquardt и други [33]. Меѓу нив, методот на кружни координати и методот на најстрмен градиент имаат спора конвергенција, но затоа се стабилни методи. Методите на

конјугиран градиент и PARTAN имаат брза конвергенција. Од нив PARTAN е стабилен, а методот на конјугиран градиент не е. Последните два метода имаат многу брза конвергенција. Levenberg-Marquardt е стабилен метод, додека Њутоновиот метод не е стабилен метод.

Włodzimierz Kasprzak [34] од Полска ја испитувал слепата конволуција на временски координирани извори со примена на градиентно спуштање. Тој всушност ја испитувал повеќеканалната слепа деконволуција (анг. Multichannel blind deconvolution–MBD). Основна цел на MBD е да се пресмета веројатноста за намалени и одложени проценки на изворните сигнали користејќи приближно познавање на карактеристиките како единствен извор. Речиси сите решенија за овој пристап предложени претходно од други истражувачи барале од изворите на сигнали да бидат статистички независни и да бидат временски некорелирани. Во пракса, ова е можно само ако системот биде задоволен со посебни синтетички сигнали. Во својот труд авторот опишал како да се модифицира градиент-базираниот итеративен алгоритам, со цел да се изврши MBD задачата за навремено корелирање на извори.

Utkarsh и Sachin во [35] го примениле алгоритмот на најстрмен градиент, имплементирајќи го во нивниот т.н. NAS-RIF метод (анг. Nonnegativity And Support Constraints Recursive Inverse Filtering Algorithm). Во нивниот алгоритам за да се оптимизираат резултатите се користи оптимизациски алгоритам. Всушност, тие ја имплементирале оптимизациската техника (анг. Swarm optimization technique) позната скратено како ACO, односно оптимизација со колонија на мравки (анг. Ant Colony Optimization). Нивниот пристап експериментално покажал дека е сигурен и дека има побрза конвергенција од постоечките методи за слепа деконволуција, кои се непараметарски и конечни. Тие тестирањата ги правеле за повеќе видови на замаглување, но на крај констатирале дека нивниот алгоритам дава најдобри резултати за замаглување кое е надвор од фокусот.

Поновите истражувања од оваа област се насочени кон брзо градиентно спуштање и ефикасно враќање на сликите. На оваа проблематика работеле Ни и Uri, едниот од Кинеската академија на науките, а другиот од Универзитетот во Ванкувер, Канада [36]. Тие кај брзото градиентно спуштање избрале големината

на чекорот на конвергенција да не биде иста за сите итерации, туку во секоја итерација се зема големината на чекорот од претходната итерација или се заменува со нова вредност еднаш во две итерации. Предноста на овој метод е што поради примената на слободна конвексно-квадратна техника за оптимизација, многу брзо конвергира. Во трудот, Нui и Ugi се обидуваат да го применат својот алгоритам во сите случаи каде техниката на градиентно спуштање нема потреба од строго оптимизационо решение. Нивниот општ заклучок во врска со методите на градиентно спуштање е дека во случаи каде е потребен поголем број на итерации, брзото градиентно спуштање има значителни предности пред останатите пристапи. Во други ситуации, каде што нема области на забавеност, методите на градиентно спуштање исто така можат да бидат многу ефикасни.

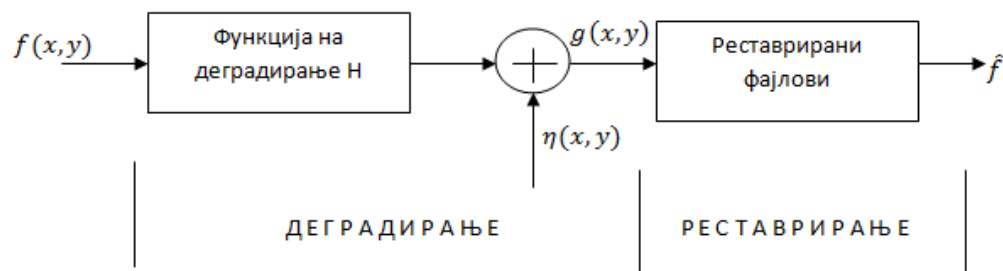
Овој метод претходно бил предмет на испитувања и од страна на Doel и Ascher [37], кои во заклучокот на нивниот труд за брзото градиентно спуштање кажале дека има хаотична природа. Причината е што кај овие методи повремено мора да се работи со значително поголеми чекори на конвергирање, кои придонесуваат за немонотонно нарушување на шемата. Според нив, многу напор бил посветен во текот на двете децении од пионерскиот труд на Barzilai и Borwein [38] на проектирање, анализа, проширување и примена на методот на градиентно спуштање како функција за минимизирање. Barzilai и Borwein се всушност основачите на градиентните методи. Методите на брзо градиентно спуштање се методи кои конвергираат значително побрзо отколку методот на градиентно спуштање, иако за разлика од конјугиранот градиентен метод, тие имаат ограничени насоки на пребарување низ градиентниот вектор во текот на секоја итерација.

Money и Kang во 2008 го користеле меѓу првите шок филтерот за да ги најдат острите рабови на слика и да се процени јадрото на линеарно моторно замаглување [39]. Овој метод за жал, не можел да се справи со повеќе комплицирано јадро на замаглување. Joshi ги предвидува острите рабови користјќи профили на рабови и го проценува јадрото на линеарно моторно замаглување од предвидените рабовите [30]. Сепак, нивната цел е да се отстранат мали дамки, кои можат да се опишат со еден врв. Оттогаш проценката

на остриите рабови на слика станува актуелен приод во VID. Него го користат многу истражувачи, меѓу кои и Cho и Lee [8], како и Liu и Chang [65], чии методи се детално објаснети во следниот дел од магистерскиов труд.

4.2. Реставрација на слики

Сликите се креирани за да прикажуваат или снимаат корисни информации. Поради голем број на недостатоци кои постојат при процесот на нивна обработка, снимената слика секогаш претставува деградирана верзија на оригиналната слика. Постојат различни начини на кои сликата може да биде деградирана, како на пример: *шумот, геометриските деградации (дисторзија на врвовите), осветлувањето или несовршености на боја (на пример сатурација) и замаглувањето*. Притоа постојат повеќе методи за добивање на шум, како на пример: Гаусов шум, „сол и пипер“, speckle, Пусонов и други [40]. Основната шема на реставрација на слика е дадена во продолжение:



Слика бр. 8 Модел на деградирање/реставрирање на слика

Од сликата бр. 8 се гледа дека на процесот на реставрација му претходи процесот на деградација. Тој настанува со примена на одредена функција на деградирање врз оригиналната слика, на што уште може да се придружи и шум. Со ова се добива деградирана слика, врз која можат да се применат одредени филтри⁴ за реставрација и како резултат да се добие реставрирана слика. Клучната цел на процесот на слепо реставрирање на слики е да се процени функцијата на деградирање. За функцијата на деградирање уште се користат и термините јадро на замаглување или импулсен одзив-PSF.

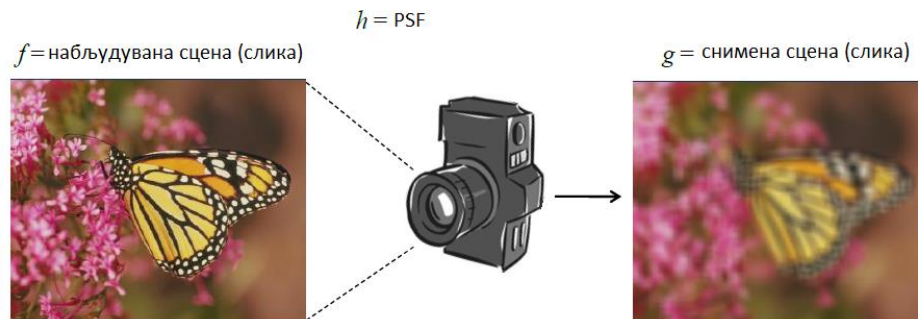
⁴ Или методи за реставрација.

4.2.1. Формулирање на проблемот на одмаглување на замаглени слики

Ако процесот на формирање на слика може да се моделира како линеарен систем, тогаш снимената слика може да се претстави како излез од конволуција на просторниот импулсен одзив-PSF на замаглување на линеарниот систем со оригиналната слика, односно сцена. Нека x и y се просторните координати на сликата, $f(x, y)$ е оригиналната слика без каква било форма на деградација, $h(x, y)$ е PSF, односно јадрото на замаглување, а излезот на системот нека биде даден од страна на $g(x, y)$. Математички за стационарен, просторно непроменлив импулсен одзив на системот се користи дискретната форма на конволуција, согласно [41,42]. Истата е дадена со релацијата:

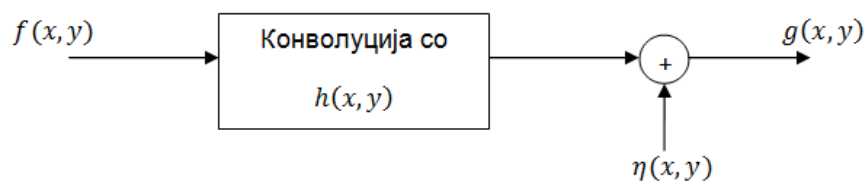
$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y) \quad (4.1)$$

каде $*$ претставува оператор за конволуција, а $\eta(x, y)$ е додадениот шум, кој овде не е предмет на интерес. Процесот визуелно е прикажан на слика бр. 9.



Слика бр. 9 Процес на замаглување на слика со апарат

Моделот на добивање на деградирана слика во просторен домен може уште да се објасни и преку слика бр. 10 во продолжение.



Слика бр. 10 Конволуција на слика во просторен домен

Кај ваквиот модел, за линеарен просторно-непроменлив PSF, $h(x, y)$ секогаш ги задоволува следниве ограничувања:

- $h(x, y)$ прима само не-негативни вредности, поради физиката на процесот на форматирање на слика;
- кога се работи за слика со реални вредности и $h(x, y)$ има исто така реална вредност;
- несовршеностите при процесот на формирање на слика се моделирани како пасивни операции на податоци, односно истите не се генерирани;
- кај континурано просторно замаглување важи:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) dx dy = 1 \quad (4.2)$$

- кај дискретно просторно замаглување важи:

$$\sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} h(x, y) = 1 \quad (4.3)$$

Во фреквенциски домен, просторните координати u и v се добиваат со користење на Фуриевата трансформација. Конволуцијата во ваков случај, го има обликот:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (4.4)$$

PSF овде е просторно независен, што значи дека не зависи од просторната локација на сликата и обезбедува ист, непроменлив ефект кај секоја пикселска локација [43]. Моделирањето, реставрацијата и добивањето на оригиналната слика за униформен PSF се помалку комплексни, за разлика од просторно зависното замаглување.

Целта на одмаглувањето е да се произведе добра проценка на оригиналната слика f' . Процесот е општо познат како конволуциско филтрирање или деконволуција [40], односно одмаглување во случај на враќање на одмаглени слики. Во отсуство на шум, постои предзнаење за PSF односно за H , т.ш. следната равенка може да се користи за да се најде F' во фреквентен домен:

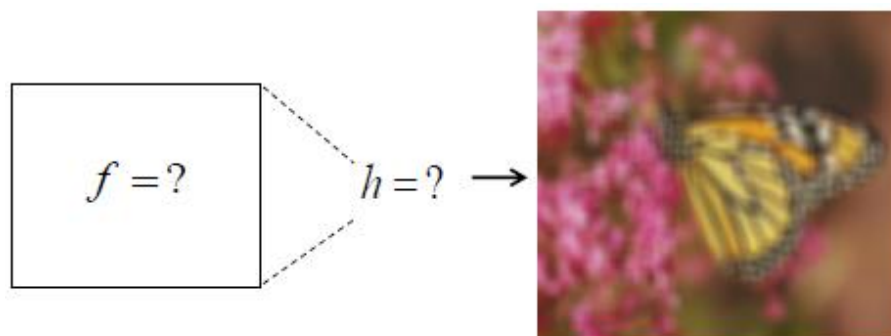
$$F' = H^{-1}G \quad (4.5)$$

така што

$$F' \approx F \quad (4.6)$$

Ова е познато како инверзно филтрирање [42] [44] [45]. Ако се знае точниот параметар за конволуцискиот сигнал, тогаш е разумно да се очекува дека оригиналниот сигнал, т.е. слика може да се обнови точно. Во многу случаи, сепак, детални информации за несаканите компоненти на сигналот не се достапни, правејќи го начинот на инверзно филтрирање неизводлив. Преку сликата бр. 11 што следи се покажува моделот на одмаглување, односно реставрација за реално замаглени слики. Притоа, оригиналната слика и јадрото на замаглување кај ваквиот модел се непознати.

Исто така, ако Фуриева трансформација на PSF содржи нули, инверзното филтрирање станува лоша техника за реставрација. Ова подетално е објаснето подолу во текстот, кога се говори се инверзно филтрирање.



Слика бр. 11 Модел на одмаглување кога оригиналната слика и PSF не се познати

Деконволуцијата каде и PSF и оригиналната слика се непознати се нарекува слепа деконволуција [46,47]. Претходната слика визуелно го објаснува процесот на слепа деконволуција на слика.

4.3. Модели на замаглување

4.3.1. Модели на параметарско замаглување

Замаглувањето е форма на намалување на пропусниот опсег на идеалната слика, што се должи на несовршеностите при формирањето на сликата. Во случај снимената слика да биде сликана совршено, без замаглување, таа ќе биде идентична со оригиналната слика. Тогаш просторно континуираниот PSF може да биде моделиран како Диракова делта функција⁵:

$$h(x, y) = \delta(x, y) \quad (4.7)$$

За просторно дискретен PSF, како единица пулс ќе важи:

$$h(x, y) = \delta(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{ако } x = y = 0 \\ 0, & \text{инаку} \end{cases} \quad (4.8)$$

Теориски равенката означена со (4.6) никогаш не може да биде задоволена, што е и разбирливо. Сепак, додека вредноста на PSF во континуирана слика е помала од земањето примери, може да се користи равенката означена со (4.7) за добивање на реставрираната слика [1].

Видовите на замаглување, кои можат лесно да бидат моделирани, вклучуваат: замаглување со линеарно моторно движење, замаглување од атмосферски турбуленции и замаглување надвор од фокусот. *Замаглувањето од атмосферски турбуленции* може да биде предизвикано од различни фактори, на пример: промена на температура, брзина на ветер, нарушување на светлината и сл. За подолготрајна изложеност на одредена атмосферска

⁵ Диракова делта функција што се означува со δ , е генерализирана функција на реален број, што е нула насекаде освен во нула, со интеграл на еден во текот на целата вистинска линија. Се смета дека е бескрајно висока и бескрајно тенка.

турбуленција, PSF може добро да се опише со Гаусова функција⁶, односно да се апроксимира со Гаусово замаглување. 2Д Гаусов PSF се пресметува со:

$$h(x, y; \sigma_G) = C \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_G^2}\right) \quad (4.9)$$

каде σ_G ја одредува висината на ширење на замаглувањето, односно σ_G е ширината на јадрото на замаглување, а C е константа која е избрана т.ш. да важи ограничувањето:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) dx dy = 1 \quad (4.10)$$

Кога сцената се снима со камера која има фиксна положба, со константна брзина $v_{relative}$ и под агол θ радијани, во насока на хоризонталната оска во интервал $[0, t_{exposure}]$, нарушувањето е еднодимензионално. Доколку должината на движењето ја означиме со L , можеме да ја пресметаме со:

$$L = v_{relative} t_{exposure} \quad (4.11)$$

Тогаш PSF кај *линерно моторно замаглување* ќе се добие според:

$$h(x, y; L, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{L} & \text{ако } \sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{L}{2} \text{ и } \frac{x}{y} = -\tan\theta \\ 0 & \text{инаку} \end{cases} \quad (4.12)$$

Дискретната вредност за $h(x, y; L, \theta)$ не може лесно да се пресмета во затворена форма. За специјален случај, кога $\theta = 0$, дискретните вредности на равенството од погоре се од облик:

⁶ Гаусовата функција, именувана по Carl Friedrich Gauss, го има обликот: $f(x) = ae^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_G^2}}$.

$$h(x, y; L) = \begin{cases} \frac{1}{L} & \text{ако } x = 0, |y| \leq \left\lfloor \frac{L-1}{2} \right\rfloor \\ \frac{1}{2L} \left\{ (L-1) - 2 \left\lfloor \frac{L-1}{2} \right\rfloor \right\} & \text{ако } x = 0, |y| = \left\lfloor \frac{L-1}{2} \right\rfloor \\ 0 & \text{инаку} \end{cases} \quad (4.13)$$

Кога со апарат се сликаат слики за 3Д сцени, а излезот е 2Д, тогаш некои делови од сцената се во фокусот, а други не се. Степенот на дефокусираност зависи од должината на фокусот, од отворот на објективот и од растојанието меѓу камерата и предметот. Ако степенот на дефокусираност, изразен во однос на бранова должина, е голем, тогаш настанува *униформно замаглување надвор од фокусот* [1]. PSF кај овој модел со даден радиус R , е од облик:

$$h(x, y; R) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2} & \text{ако } \sqrt{x^2 + y^2} \leq R \\ 0 & \text{инаку} \end{cases} \quad (4.14)$$

За истиот модел на замаглување не е лесно да се дојде до PSF во дискретна верзија, но една груба форма на дискретниот просторен PSF е:

$$h(x, y; R) = \begin{cases} \frac{1}{C} & \text{ако } \sqrt{x^2 + y^2} \leq R \\ 0 & \text{инаку} \end{cases} \quad (4.15)$$

каде C е константа избрана, така што да важи ограничувањето за дискретно просторно замаглување PSF:

$$\sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} h(x, y) = 1 \quad (4.16)$$

4.4. Филтри за реставрација

Во овој дел од магистерскиов труд се објаснети дел од класичните филтри за реставрација кои се користени или биле предмет на изучување во оваа истражувачка работа. Класичните филтри за реставрација на слики не се слепи. Тие, за да извршат реставрација на слика како влезен параметар, ја бараат оригиналната, референтна слика, односно јадрото на замаглување-PSF. Направена е нивна класификација. Секој филтер е математички дефиниран и

имплементиран во MATLAB. Акцент е ставен на Wiener и Lucy-Richardson филтерот поради тоа што тие се тестирани за јадрата проценети со слепите алгоритми. Освен класичните филтри за реставрација, во овој дел се објаснети и слепите методи за реставрација. Од нив во фокусот на интерес се филтерот на Cho и Lee и филтерот на Liu и Chang, развиени во последните пет години. Овие филтри овозможуваат две функционалности: проценка на јадрото на замаглување и реставрирање т.е. одмаглување на замаглена слика.

4.4.1. Инверзно филтрирање

Идеален приод до одмаглување на слика е најпрвин да се процени инверзната PSF форма на замаглената слика и од тоа да се добие оригиналната слика. Во случај на бесшумно замаглена слика, директното инверзно филтрирање лесно може да се примени во спектрален, т.е. фреквентен домен (48) бидејќи со процесот на конволуција замаглувањата ќе бидат конвертирани со мултиплицирање. Процесот на инверзно филтрирање е наједноставниот начин за реставрација на деградирана слика и може да биде претставен како:

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad (4.17)$$

каде $G(u, v)$ е Фуриевата трансформација на деградираната слика, а $H(u, v)$ е проценетото јадро на замаглување. Со ова се добива соодветна проценка на слика, со преземање на инверзна Фуриева трансформација на $\hat{F}(u, v)$.

Во повеќето случаи на замаглување, PSF моделот не е достапен, особено за реално замаглени слики. Сепак постојат одредени ситуации во кои одмаглување на некои слики со PSF моделот може да биде приближно точно. На пример, во случај на движење, замаглувањето се должи на линеарното движење или во прикажувањето на пиксели на сликата во текот на експозицијата. При движење, PSF решението може да се претстави преку sinc функцијата во спектрален домен [48]. Тоа доведува до директно одмаглување на сликата, преку множење на замаглената слика со инверзната форма на PSF во фреквентен домен. Иако методот на инверзно филтрирање се чини како многу едноставен во принцип, проценување на точните вредности на коефициентите на соодветните PSF модели може да биде доста тешко во

практични случаи на негово користење. Проблемот на проценка на точниот коефициент на вредностите се јавува како резултат на присуството на фреквенциски домени нули и при шум за време на одмаглувањето. Еден инверзен филтер генерално е високо минувачки филтер, при тоа доаѓа до значително зголемување на фреквенцијата, а со тоа и зголемување на шумот при процесот на одмаглување. Присуството на фреквенциски домени нули предизвикува негативни ефекти врз процесот на одмаглување, поради неточните проценки на филтерот во овие точки. Овие проблеми ја ограничуваат употребата на инверзниот филтер во многу апликации.

4.4.2. Wiener филтрирање

Инверзното филтрирање е многу чувствително на шум кој се зголемува со интензитетот за времетраењето на процесот. Едноставен начин да се намали шумот е да се намали деградацијата истовремено. Така, Wiener филтерот овозможува да се развие реставрација на слика преку алгоритам за секој вид на деградација кои потоа едноставно можат да се комбинираат. Ваквото филтрирање е линеарна проценка на оригиналната слика преку процес базиран на стохастичка рамка.

Wiener филтерот е еден од првите и најпознати пристапи за линеарна реставрација на слики. Името го добил по Norbert Wiener⁷ кој прв го предложил методот во 1942 година. За да се постигнат оптимални резултати треба да се знае коваријансата на оригиналната слика. Ефикасно се користи кога се познати фреквентните карактеристики на сликата и додатокот на шум, барем до некој степен. Овој метод се обидува да ја процени \hat{f} така што врши минимизирање на функцијата на статичка грешка [44]:

$$e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\} \quad (4.18)$$

каде E е очекуван вредносен оператор, \hat{f} е проценета вредност на f , односно го означува однесувањето на филтерот во координатите (x, y) или тоа е

⁷ Norbert Wiener (1894-1964) бил познат американски математичар, професор на MIT Универзитетот.

реставрираната слика, а f е оригиналната слика. Статичката грешка, означена овде со e^2 , уште е позната како *средно-квадратна грешка* или скратено MSE^8 , што е една од референтните мерки за квалитет на слика. Wiener филтрирањето извршува оптимално разменување помеѓу инверзното филтрирање и израмнувањето на шумот, отстранувајќи ги истовремено [49].

Решението на овој филтер во фреквентен домен се добива со равенката:

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right] G(u, v) \quad (4.19)$$

каде

- $\hat{F}(u, v)$ е проценетата т.е. реставрираната слика во фреквентен домен;
- $H(u, v)$ е функција на деградирање, т.е. PSF во фреквентен домен;
- $G(u, v)$ е Фуриевата трансформација на деградираната слика;
- $|H(u, v)|^2 = H^*(u, v) H(u, v)$;
- $H^*(u, v)$ е $H(u, v)$ т.е. PSF комплексно конјугирано;
- $S_\eta(u, v) = |N(u, v)|^2$ е спектрална моќ на шумот;
- $S_f(u, v) = |F(u, v)|^2$ е спектрална моќ на недеградира слика.

Односот $\frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}$ е познат како рата на интензитетот шум-сигнал. Доколку овој сооднос е нула, тогаш сите релевантни вредности за u и v се нули, па Wiener филтерот се сведува на инверзен филтер.

Две значајни прашања кои се од интерес кај Wiener филтрирањето се одредувањето на *просечниот интензитет на шумот* што се означува со η_A и *просечниот интензитет на сликата* што се означува со f_A . Тие се соодветно дефинирани со равенките [44]:

$$\eta_A = \frac{1}{MN} \sum_u \sum_v S_\eta(u, v) \quad (4.20)$$

⁸ MSE е скратено од Mean-Squared Error.

$$f_A = \frac{1}{MN} \sum_u \sum_v S_f(u, v) \quad (4.21)$$

каде M и N означуваат вертикална и хоризонтална големина на сликата и низите на шумот, соодветно. Овие величини се скаларни и константи, па и нивниот однос $R = \eta_A/f_A$ е, исто така, скалар што се користи понекогаш за генерирање на константна низа на место на функцијата $\frac{S_\eta(u,v)}{S_f(u,v)}$. Со замена на односот $\frac{S_\eta(u,v)}{S_f(u,v)}$ со константна низа во претходната равенка, резултатот кој се добива е познат како параметарски Wiener филтер.

4.4.3. Lucy-Richardson филтрирање

Wiener и инверзниот метод се примери за линерна реставрација на слики. Освен ова, овие алгоритми се и директни, што значи кога еднаш ќе биде специфициран филтерот за реставрација, решението се добива преку една негова апликација. Едноставноста при имплементирањето, заедно со едноставните барања за пресметки и добро проучената теориска основа, придонеле линеарните методи за реставрирање на слики да станат основна алатка при реставрирањето на слики уште многу години наназад.

Последните три децении нелинеарните итеративни техники стануваат сè поприватливи како алатки за реставрација на слики. Тие нудат решенија исто толку добри како и линеарните методи, иако во последните години и тие се сè поретко користени, благодарение на слепите методи за филтрирање. Забелешките за итеративните техники се однесуваат на тоа што нивното однесување не е секогаш предвидливо и генерално бараат значителни пресметковни ресурси. Првата забелешка ја губи важноста врз основа на фактот дека нелинеарните методи покажаа дека се подобри во однос на линеарните техники во широк спектар на апликации. Втората забелешка, пак, го загуби своето значење како последица од драматичното зголемување на евтината компјутерска моќ во текот на последните две децении.

Lucy-Richardson нелинеарниот метод за реставрирање како алатка е развиен од Richardson во 1972 и Lucy во 1974 година [50], кои работеле независно еден од друг. Во нивна чест овој алгоритам е познат под името Lucy-

Richardson⁹, а уште се среќава и под името Richardson-Lucy. Основа на овој филтер е Бејсоновата теорема на условна веројатност, земајќи ја во предвид самата слика и веројатносните функции на PSF на деградираната слика. Филтерот ја зголемува веројатноста дека резултантната слика, која е конволуирана со PSF, е пример на деградирана т.е. замаглена слика, добиена со Поасонова статистика за шум. Оваа функција може да биде ефективна кога е познат PSF, но се знае малку за додадениот шум на сликата. Максимизацијата на функција на веројатност на моделот се добива од следнава равенка, за која треба да биде задоволен условот дека истата треба да конвергира во секоја итерација:

$$\hat{f}_{k+1}(x, y) = \hat{f}_k(x, y) \left[h(-x, -y) * \frac{g(x, y)}{h(x, y)\hat{f}_k(x, y)} \right] \quad (4.22)$$

Главниот проблем на овој филтер е што бара почетна претпоставка за големината на јадрото на замаглување, иако истото е инкорпорирано во блок-подвижна матрица. Големината мора да биде позната, а доколку не е истата треба да биде проценета преку правење на алгоритам на не-слепи податоци.

4.4.4. Филтрирање со метод на повторлива слепа деконволуција

Методот на повторлива слепа деконволуција скратено се означува со IBD¹⁰. Овој метод ги користи равенката на брзата Фуриева трансформација-FFT, детерминистичките ограничувања во форма на не-негативност и конечните ограничувања на поддршка во самиот процес на реставрација. Целиот процес на филтрирање се прикажува преку алгоритмот објаснет во продолжение, каде проценката на сликата е означена со F , PSF проценката на сликата се означува со H , а линеарното деградирање на сликата се означува со G . FFT ги претставува верзиите на соодветните слики, а индексот R го означува бројот на повторувања на алгоритмот. Од работењето на методот на повторлива слепа деконоволуција, може да се сумира [51]:

⁹ Скратено L-R алгоритам.

¹⁰ Скратено од англискиот термин Iterative Blind Deconvolution.

1. Не-негативните првично проценети вредности (f_0) се влезен сигнал за самиот процес;
2. Се користи равенката на Фуриева трансформација за да се добие вредност на индексот $F'r$. Преку неговата инверзна форма се добива инверзниот филтер, кој се користи за на крај да се добие сосема нова проценка на G , означена со $G'r$;
3. $G'r$ потоа се трансформира преку примена на равенката на Фуриева трансформација за да се добие g_r ;
4. Потоа, се воведува слика со не-негативни ограничувања за да се открие позитивната ограничена проценка за g_r ;
5. Преку примена на Фуриевата равенка на трансформација за g_r се добива спектарот на $G'r$;
6. Преку примена на инверзната форма на $G'r$ се добива инверзниот филтер и истиот се множи со $H'r$ за добиениот производ всушност да биде проценката за $F'r$;
7. Потоа, со примена на инверзната равенка за Фуриева трансформација за $F'r$ се добива f_r ;
8. Ограничувањата на сликата се применуваат и се проценуваат за да се види колкаво остварување $f'r$ има во однос на сликата. Со ова, завршува еден процес на потвртување на алгоритмот.

Процесот на повторлива слепа деконволуција се врши сè додека во самиот алгоритам има две позитивни функции спрема бараната конволуција. Алгоритмот на повторлива слепа деконволуција има два главни проблеми:

- Инверзниот филтер е тешко да се дефинира во регионите каде што инвертната функција има региони со ниски вредности и
- Спектралните нули на фреквенција во $F'r$ и $G'r$ не обезбедуваат никакви информации за просторните фреквенции кои се дел од процесот на замаглување.

Чекорите од кои алгоритмот за повторлива слепа деконволуција се состои, се прикажани визуелно на сликата број 12 што следува во продолжение [51].

Имплементацијата на овој основен алгоритам се разликува врз основа на претпоставката за вистинитоста на сликата и PSF вредноста, така што имплементацијата на претпоставки и примена на тие разлики ги опфаќа [52,53]. IBD методот е популарен поради неговата едноставна примена [51]. Друга предност на оваа техника е нејзината стабилност на шум, што е резултат на карактерот на сликите при слепа деконоволуција. IBD алгоритмот, исто така, се соочува и со неизвесна уникатност, конвергенција, нестабилност и чувствителност кон почетната слика и нејзината проценка [52].



Слика бр. 12 Сливовит приказ на алгоритам за повторлива слепа деконоволуција

4.5. Мерки за квалитет на слика

При обработката на слики од голема важност е одредувањето на квалитетот на реставрираната слика. Квалитетот во апликациите за обработка

на слики се однесува на проценување на реставрираната слика, од аспект на параметрите т.е. мерките за квалитет на слика, споредено со оригиналната слика. Мерките за квалитет на слика овозможуваат да се измери степенот на деградација, а имаат за цел да се подобри добиената слика.

Во литературата се среќаваат повеќе мерки за квалитет на слика. Меѓу најчесто користените се: *просечна разлика* (анг. *average difference-AD*), *просечна апсолутна разлика* (анг. *average absolute difference-AAD*), *најголема разлика т.е. несогласување* (анг. *maximum difference-MD*), *средно-квадратна грешка* (анг. *mean square error-MSE*), *нормализирана апсолутна грешка* (анг. *normalized absolute error-NAE*), *структурно поддржување* (анг. *structural content-SC*), *нормализирана корелација на вкрстување* (анг. *normalized cross correlation-NCC*), *однос сигнал-шум* (анг. *signal to noise ratio-SNR*), *највисока точка на односот сигнал-шум* (анг. *peak signal to noise ratio-PSNR*), *точност на сликата* (анг. *image fidelity-IF*) и други. Ова се мерки за општа намена и спаѓаат во групата на **целосно референтни мерки** (анг. *full reference Image Quality Assessment-IQA measures-FR*). Тоа значи дека можат да се користат кај различни видови на техники за обработка на слики, каде се достапни и деградираната и оригиналната слика [54]. Во последните неколку години актуелни се и други мерки за квалитет на слика. Тие се специфични и се користат под одредени услови при обработка на слики, најчесто при реставрација. Такви се: *индекс на средна структурна сличност* (анг. *Mean Structural SIMilarity index-MSSIM*) [55] и *универзален индекс на квалитет* (анг. *Universal Quality Index-UQI*) [56]. И овие мерки спаѓаат во групата на мерки за квалитет со целосна референтност.

Мерки за квалитет на слика од групата на **слепи, нереферентни мерки** (анг. *blind/no-reference based IQA measures*) се: *слеп/помалку референтен просторен оценител на квалитет на слика* (анг. *Blind/Reference-less Image Spatial Quality Evaluator-BRISQUE*) [57] и *природен оценител на квалитет на слика* (анг. *Natural Image Quality Evaluator-NIQE*) [58].

Освен целосно референтните и нереферентните-слепи мерки за квалитет на слика, постои и трета група на **пристапи со намалена референтност** (анг. *reduced reference IQA measures -RR*) [59]. Тие имаат потреба од деградираната слика и поседуваат само некои информации во врска со референтната т.е.

оригиналната слика, на пример нејзиниот воден печат, но не и на оригинална слика [14]. Поради тоа што во голем број на практични ситуации не може да се очекува да се прими оригиналната, недеградирана слика, објективните слепи, нереперентни пристапи за проценување на квалитетот на слика се сè покористени. Нивната употреба се актуелизира последните пет години, што говори за актуелноста на оваа проблематика. Во продолжение мерките за квалитет на слика кои се тестирани за BID методите во ова истражување, се објаснети, математички дефинирани и имплементирани во MATLAB.

4.5.1. Целосно референтни мерки за квалитет на слика

Објективните мерки за оценување на видливиот квалитет на слика, традиционално се обидуваат да ја измерат видливоста на грешки меѓу деградираната и референтната слика. Ова се прави со користење на различни познати својства на човечкиот визуелен систем-HVS. Под претпоставка дека човечката визуелна перцепција е високо адаптирана за извлекување на структурни информации од сцена, се воведуваат алтернативни комплементарни мерки за оценување на квалитетот врз основа на деградацијата на структурни информации. Методите од оваа група се поделени во две класи. Во првата спаѓаат: средната квадратна грешка-MSE, односот сигнал шум-SNR, средната апсолутна грешка-MAE и слично. Во втората спаѓаат мерки кои ги мерат карактеристиките на човечкиот визуелен систем. За жал, ниту еден од нив не дава совршено добри резултати [31].

4.5.1.1. Средно-квадратна грешка-MSE

Средно-квадратна грешка е една од најчесто користените мерки за квалитет на слика. MSE помеѓу реставрираната слика $\hat{f}(x, y)$ и оригиналната слика $f(x, y)$, со големина $N \times M$, за секој пиксел е просечната грешка:

$$MSE = E\{(f - \hat{f})^2\} = E\left[|f(x, y) - \hat{f}(x, y)|^2\right] \quad (4.23)$$

Може да се забележи дека MSE може да биде функција на пиксел локација x, y , но, обично, MSE се користи во контекст на случајни модели на процес, во

однос на кои MSE не е функција од x, y . Ова е формата на MSE во општ случај. Ако се работи за просторен домен, при што $f(x, y)$ е случаен процес, тогаш средно-квадратната грешка го има обликот [60]:

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} |f(x, y) - \hat{f}(x, y)|^2 \quad (4.24)$$

MSE може да се имплементира во MATLAB едноставно, со кодот:

```
function MSE = MeanSquareError(origImg, distImg)
origImg = double(origImg); % оригиналната, недеградирана слика
distImg = double(distImg); % реставрирана слика
[M N] = size(origImg);

error = origImg - distImg;
MSE = sum(sum(error .* error)) / (M * N);
```

Лоша страна на MSE е што нејзините единици се квадрат од единиците на оригиналната слика. Во фотографска слика, каде што интензитетите се обично произволни единици, ова е безначајна работа, но во апликации како X-зраци CT¹¹, каде пиксел вредностите имаат физички смислени единици, подобро е да се користат мерки за грешки кои се изразени во тие единици [2]. Едноставно решение е да се земе квадратен корен од MSE, при што квадратниот корен од MSE е познат како **корен на средно-квадратна грешка-RMSE** [60]:

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (4.25)$$

Во случаи каде единиците на сликата се произволни подобро е да се опишат мерките за грешки кои се инваријантни од изборот на единици, со нормализирање. Ваквата мерка за грешка се нарекува **нормализирана средно-**

¹¹ Анг. X-ray CT, што е скратеница од X-ray computed tomography (CT scan), што е процедура за добивање на медицинска слика која ги употребува компјутерски процесирани X зраци за да произведе томографска слика/

квадратна грешка (анг. normalized mean square error) или скратено NMSE. Единечната реализација на NMSE се врши со [54]:

$$NMSE = \frac{MSE}{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} |f(x, y) - \hat{f}|^2} \quad (4.26)$$

каде \hat{f} е:

$$\hat{f} \triangleq \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y) \quad (4.27)$$

4.5.1.2. Однос сигнал-шум-SNR

Односот сигнал-шум е исто така една од често користените мерки за квалитет на слика. Од истражувањата каде оваа мерка се користи, докажано е дека со поголеми вредности за SNR се добиваат подобри резултати при обработката на слики. Математички SNR се дефинира како:

$$SNR = \frac{1}{NMSE} \quad (4.28)$$

SNR се користи во науката и инжерските науки за споредба на нивото на бараниот сигнал со нивото на шум во позадина. Кај процесирањето на слики односот сигнал-шум може да се сфати како мерка за осетливоста на систем со слики. Односот сигнал-шум најчесто се изразува во децибели (dB). Доколку односот е поголем од 1:1, односно поголем од 0 dB, тоа укажува на поголем интензитет на сигнал од шум. Иако SNR е најчесто употребуван за електрични сигнали, може да се примени на каква било форма на сигнал. При реставрација на слики за односот сигнал-шум може да се користи и следнива формула:

$$SNR_g = 10 \log_{10} \left(\frac{f(x,y)}{g(x,y) - f(x,y)} \right) \text{ (dB)} \quad (4.29)$$

каде $f(x, y)$ е влезната оригинална слика, а $g(x, y)$ е деградираната слика. На сличен начин SNR за реставрираната слика се пресметува со [54]:

$$SNR_{\hat{f}} = 10 \log_{10} \left(\frac{f(x, y)}{\hat{f}(x, y) - f(x, y)} \right) \text{ (dB)} \quad (4.30)$$

каде $\hat{f}(x, y)$ е реставрираната слика. Од овде може да се пресмета зголемувањето т.е. прираснувањето на вредноста на односот сигнал-шум:

$$\Delta SNR = SNR_{\hat{f}} - SNR_g = 10 \log_{10} \left(\frac{g(x, y) - f(x, y)}{\hat{f}(x, y) - f(x, y)} \right) \text{ (dB)} \quad (4.31)$$

Ова прираснување на SNR е, всушност, мерка што го покажува намалувањето на несогласување со оригиналната слика кога се споредува со деградираната и реставрираната слика. Имплементацијата во MATLAB е со користење на последната (4.31) формула.

4.5.1.3. Највисока точка на ратата сигнал-шум-PSNR

Највисоката точка на односот сигнал-шум (анг. peak signal-to-noise ratio-PSNR) е, исто така, често опишувана мерка за квалитет на слика. PSNR е термин за односот помеѓу максималната можна моќност на сигналот и интензитетот на шумот што влијае на веродостојноста на неговата репрезентација [54]. Бидејќи многу сигнали имаат широк динамичен опсег, PSNR е обично изразен во однос на логаритамска скала на децибели, како и SNR. PSNR најчесто се користи за мерење на квалитетот на реконструкцијата, односно на загубите при компресијата на слика. Кај PSNR, исто како и SNR, повисоките резултати се сметаат за подобри, додека резултатите поблиски до 0 се полоши. Колку резултатот е подобар, толку и сликата е со подобар квалитет и обратно. Оваа мерка математички може да се пресмета со:

$$PSNR \triangleq 10 \log_{10} \frac{\max_{(x, y)} |f(x, y)|^2}{MSE} \quad (4.32)$$

Кај PSNR се претпоставува дека нарушувањето е предизвикано само од додаден шум или друг вид на деградација, независно од сигналот. Како последица на ова, мерењата на деградацијата се вршат директно врз реставрираната слика. Имплементацијата во MATLAB е со помош на кодот:

```
function PSNR = PeakSignaltoNoiseRatio(origImg, distImg)
origImg = double(origImg);
distImg = double(distImg);
[M N] = size(origImg);
error = origImg - distImg;
MSE = sum(sum(error .* error)) / (M * N);
if(MSE > 0)
    % друг начин да се пресмета PSNR е: PSNR = 10*log(255*255/MSE)/log(10);
    PSNR = 10*log10(1*1/MSE);
else
    PSNR = 99;
End
```

4.5.1.4. Нормализирана корелација на вкрстување-NCC

Во областа на процесирање на сигнали, корелацијата на вкрстување (анг. cross-correlation) е мерка за сличност на две форми на сигнали, како функција од време на заостанување применето на една од нив. Корелацијата на вкрстување, исто така, е позната како производ на точка на лизгање (анг. sliding dot product) или скриен производ на лизгање (анг. sliding inner-product). Оваа мерка најчесто се користи за барање на долг-сигнал за пократок, што е позната функција. Корелацијата на вкрстување наоѓа примена за разни цели, на пример за препознавање на модел, анализа на единечни честички, електронски и томографски просек, криптоанализа и неуропсихологија. Кај апликациите за обработка на слики, каде е можно осветленоста на сликата и дефиницијата да се разликуваат поради осветлување и изложеност на одредени услови, сликите може прво да бидат нормализирани [54]. На тој начин наместо корелација на вкрстување се користи **нормализирана корелација на вкрстување** (анг. normalized cross correlation) или скратено NCC. Кај процесирањето на слики NCC се користи за совпаѓање на шаблони (анг. template matching), што е процес на барање области од објекти во рамки на една слика.

Математички NCC се пресметува со формулата во табелата дадена подолу. Неговата идеална вредност е 1. Колку повеќе резултатот отстапува од 1, толку резултатот е полош и обратно [54]. Кодот за NCC во MATLAB е:

```
function NCC = NormalizedCrossCorrelation(origImg, distImg)
origImg = double(origImg);
distImg = double(distImg);
NCC = sum(sum(origImg .* distImg)) / sum(sum(origImg .* origImg));
```

Табела 1 Целосно референтни мерки за квалитет на слика

Параметар за квалитет на слика	Ознака	Формула за пресметување
Mean Square Error	MSE	$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f(n, m) - \hat{f}(n, m) ^2$
Peak Signal to Noise Ratio	PSNR	$PSNR \triangleq 10 \log_{10} \frac{\max_{(n,m)} f(n, m) ^2}{MSE}$
Normalized Cross - Correlation	NCC	$NCC = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M f(n, m) \hat{f}(n, m)}{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M f(n, m)^2}$
Average Difference	AD	$AD = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (f(n, m) - \hat{f}(n, m))}{NM}$
Structural Content	SC	$SC = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M f(n, m)^2}{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \hat{f}(n, m)^2}$
Maximum Difference	MD	$MD = \max(f(n, m) - \hat{f}(n, m))$
Normalized Absolute Error	NAE	$NAE = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M f(n, m) - \hat{f}(n, m) }{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M f(n, m) }$
Signal to noise ratio	SNR	$SNR = 10 \log_{10} \frac{1}{NMSE}$

Во претходната табела се дадени уште некои од референтните мерки за квалитет на слика, кои не беа објаснети погоре во текстот. Овие мерки се поретко користени. За секоја од нив е даден англискиот термин, ознаката и математичката формула со која може да се имплементира во MATLAB.

4.5.2. Нереперетни мерки за квалитет на слика

Важна цел на истражувањата на слепите мерки за квалитет на слика е да се осмислат перцептивни модели со кои може да се предвиди квалитетот на деградираните слики со малку претходно познавање на сликите или нивните нарушувања, ако е можно. Моменталните мерки за општа намена бараат знаење за предвидените нарушувања во форма на примери од обука и соодветни човечки резултати и мислења. За разлика од нив, слепите IQA модели овозможуваат користење на мерливите отстапувања од статистичките законitosti во природни слики, без претходна обука и човечка оценка на деградираните слики. Сепак, традиционалните, математички дефинирани мерки се сè уште атрактивни поради две причини:

- Лесни се за пресметка и имаат мала пресметковна комплексност,
- Независни се од индивидуалните набљудувања.

Иако се смета дека со нив се добиваат добри резултати, во најголем број на случаи тие не се фиксирани и специфични податоци не се достапни на системот за анализирање на слики. Ако постојат N различни индивидуални набљудувања, традиционалните методи ќе генерираат N различни измерени резултати. Поради тоа, се јавува потребата за слепи мерки за квалитет на слика, кај кои ќе се надминат претходно споменатите ограничувања. Од оваа група на мерки за квалитет на слики во овој магистерски труд тестирани се: *слеп/помалку референтен просторен оценител на квалитет на слика-BRISQUE* и *природен оценител на квалитет на слика-NIQE*.

4.5.2.1. Слеп просторен оценител на квалитет на слика-BRISQUE

Слепиот/помалку референтен просторен оценител на квалитет на слика-BRISQUE е мерка за дисторзијата базирана на статистика на природни сцени во просторен домен [57]. Наместо да се користат специфичните карактеристики на

дисторзијата, како што се замаглувањето, кружните нарушувања на квалитетот и слично, кај BRISQUE се користи статистиката на сцена на локално нормализирани коефициенти на светлина, со цел да се измерат можните загуби на „природноста“ на сликата, кои се должат на присуството на нарушувања. Кај оваа мерка се користи мапирање на просторните карактеристики во резултати на квалитет со користење на моделот на регресија, со што се добива мерка за квалитетот на сликата. Карактеристиките се користат како статистичка мерка на генерализирана Гаусова распределба, добиена со дистрибуција на средни, одземени и нормализирани коефициенти на контраст (анг. Mean Subtracted Contrast Normalized-MSCN) [57]. MSCN коефициентите за деградираната слика g се добиени со одземање на средната вредност μ_g и потоа делење со локалната функција на контраст:

$$\hat{g}(x, y) = \frac{g(x, y) - \mu_g(x, y)}{\sigma_g(x, y) + C} \quad (4.33)$$

каде $\mu_g(x, y)$ и $\sigma_g(x, y)$ се пресметуваат според:

$$\mu_g(x, y) = \sum_{k=-U}^U \sum_{l=-V}^V w_{k,l} g_{k,l}(x, y) \quad (4.34)$$

$$\sigma_g(x, y) = \sqrt{\sum_{k=-U}^U \sum_{l=-V}^V w_{k,l} (g_{k,l}(x, y) - \mu_g(x, y))^2} \quad (4.35)$$

Овде C е константа, а $w = \{w_{k,l} \mid k = -U, \dots, U, l = -V, \dots, V\}$ претставува дводимензионална, кружно-симетрична Гаусова функција на тежини. За да се пресмета оваа мерка стандардно се користат вредностите $U = V = 3$. Во поглед на резултатите добени со оваа мерка за квалитет на слика, статистички е подобра од PSNR. Истражувањата покажале дека оваа мерка може да се користи исто толку добро и за идентификација на нарушувања [10]. BRISQUE е една од најчесто користените мерки за квалитет на слика во последно време, поради пресметковната ефикасност и поради тоа што нејзината ефикасност е

супериорна во однос на другите пристапи за идентификување на нарушувања. Влезен аргумент при имплементацијата на оваа мерка е некоја деградирана тест слика, која треба да биде прочитана како низа, а излезот е резултат за квалитетот на сликата. Резултатот е меѓу 0 и 100, така што резултат со вредност 0 претставува најдобар квалитет, а 100 е најлош квалитет на слика [57].

4.5.2.2. Природен оценител на квалитет на слика-NIQE

Природниот оценител на квалитет на слика-NIQE е мерка која е целосен анализатор на квалитетот на реставрирана слика со слепа деконволуција. Оваа мерка ги користи мерливите отстапувања од статистичките законитости забележани во природни слики, без обука за оценка на деградираните слики од страна на човек [58]. Кај NIQE се користи истата пресметка за квалитет на сликата, како и кај BRISQUE, со исклучок на тоа што NIQE ги користи статистичките карактеристики на сцени од природни слики, додека BRISQUE се користи за карактеристики добиени и од природните и од деградираните слики, а се користи и човечката проценка на квалитетот на сликите. BRISQUE е ограничена во однос на видовите на нарушувања. За споредба, NIQE индексот не е поврзан со ниту еден специфичен вид на нарушување, а притоа дава задоволителни резултати со мала комплексност. NIQE се дефинира со:

$$\hat{I}(x, y) = \frac{I(x, y) - \mu(x, y)}{\sigma(x, y) + 1} \quad (4.36)$$

каде $x \in \{1, 2, \dots, M\}$ и $y \in \{1, 2, \dots, N\}$ се просторни индекси, M и N се димензии на сликата, а $\mu(x, y)$ и $\sigma(x, y)$ се пресметуваат со:

$$\mu(x, y) = \sum_{k=-U}^U \sum_{l=-V}^V w_{k,l} I(x+k, y+l) \quad (4.37)$$

$$\sigma(x, y) = \sqrt{\sum_{k=-K}^K \sum_{l=-L}^L w_{k,l} (I(x+k, y+l) - \mu(x, y))^2} \quad (4.38)$$

Овде $w = \{w_{k,l} \mid k = -K, \dots, K, l = -L, \dots, L\}$ е кружно-симетрична 2Д Гаусова функција на тежини. За да се пресмета оваа мерка, стандардно се користат

вредностите $K = L = 3$, исто како и кај параметарот за квалитет на слика BRISQUE [58]. Кај NIQE, идентично како и кај BRISQUE, колку вредноста на резултатот е помала, толку квалитетот на сликата е подобар и обратно.

5. МЕТОДИ НА ИСТРАЖУВАЧКАТА РАБОТА

5.1. Алгоритам за брзо одмаглување на слики замаглени со линеарно моторно движење-Филтер на Cho и Lee

5.1.1. Споредба со другите BID филтри

Филтерот на Cho и Lee спаѓа во групата на слепи методи за деконволуција. Поточно е пример за метод на повторлива слепа деконволуција, за кој се говореше во претходниот дел. Овој филтер има две функционалности: *врши проценување на јадрото на замаглување* и *врши реставрација на замаглена слика*. Реставрацијата се прави итеративно, преку низа на проценети оригинални слики. Терминот „латентна“ слика Cho и Lee во [8] го користат за оригиналната слика и соодветните нејзини проценки низ секоја итерација. Нивниот филтер, споредено со останатите итеративни филтри за слепа деконволуција, е релативно брз и истиот произведува резултат за една слика во неколку секунди. За споредба, тој е 20 пати побрз од методот на Shan [9]. Во својот метод Shan во 2008 за првпат ја вовеле методата на ефективно слепо одмаглување на слики со помош на серија на техники за оптимизација. Тој, исто така, ги користи и парцијалните изводи на сликата, наместо пикселските вредности, поставувајќи на тој начин нов правец на развивање на BID шемите. Споредено со филтрите за неслепа деконволуција, на пример Wiener или Lucy-Richardson, секако дека слепиот филтер на Cho и Lee е далеку поспор.

Релативно големата брзина за слепа деконволуција кај филтерот на Cho и Lee е овозможена преку забрзување на чекорите за проценка на јадрото и оригиналната слика во процесот на повторливо одмаглување. Забрзувањето на проценката на оригиналната слика, се овозможува со воведување на нови предвидувања во процесот на повторливо одмаглување. Силните рабови се предвидени во согласност со проценетата оригинална слика во чекорот на предвидување, а потоа само се користат за проценка на јадрото. Овој пристап

овозможува да се избегне користењето на неефикасни приори за неслепа деконволуција. При итерациите мали сегменти од сликата можат да бидат отфрлени во чекорот на предвидување на следната итерација, но тоа нема да влијае врз проценката на јадрото. За неслепата деконволуција кај филтерот на Cho и Lee се користи едноставен метод со Гаусов приор, што може брзо да се пресмета со користење на Фуриевите трансформации. Бидејќи во чекорот на предвидување се користат само едноставни техники за обработка на слика, со комбинацијата на едноставна неслепа деконволуција и предвидување, ефикасно може да се добие проценетата оригинална слика што се користи потоа за проценка на јадрото.

За проценката на јадрото се формулира функција на оптимизација на парцијалните изводи на слики, наместо на пиксел вредностите. Во филтерот се користи конјугираниот градиент (анг. conjugate gradient-CG) за да се реши нумерички системот што произлегува од функцијата на оптимизација. Се употребуваат и Фуриевите трансформации за да се пресмета градиентот потребен за CG методот. Работењето со парцијалните изводи на сликата овозможува да се намали бројот на Фуриеви трансформации од дванаесет на две, со што се заштедува 5/6 од пресметковните потреби за наоѓање на градиентот [8]. Покрај тоа, со користење на парцијалните изводи на сликата бројот на состојби на нумеричкиот систем е помал од оној со користење на пиксел вредностите. Со ова се овозможува CG методот да конвергира побрзо. Како резултат на тоа, нумеричката оптимизација на процесот за проценка на јадрото е значително зголемена кај филтерот на Cho и Lee.

Имплементацијата на филтерот на Cho и Lee е првично направена во C++, но за потребите на овој магистерски труд истиот е преведен во MATLAB код.

5.1.2. Опис на алгоритам

Во основа на филтерот на Cho и Lee е моделот на линеарно моторно замаглување дефиниран уште на почетокот во магистерската тема:

$$G = H * F + N \quad (5.1)$$

со тоа што, Cho и Lee наместо G за деградираната т.е. замаглена слика ја користат нотацијата B ¹², за јадрото на замаглување наместо H користат K ¹³, а за оригиналната т.е. оригинална слика наместо F , користат L ¹⁴. Според Cho и Lee успешен пристап за слепа деконволуција е *наизменична оптимизација на L и K во еден повторлив процес*. Во чекорите од алгоритмот за проценка на оригинална слика и јадрото, соодветно се решаваат следниве равенки:

$$L' = \operatorname{argmin}_L \{ \|B - K * L\| + \rho_L(L) \} \quad (5.2)$$

$$K' = \operatorname{argmin}_K \{ \|B - K * L\| + \rho_K(K) \} \quad (5.3)$$

Во нив $\|B - K * L\|$ е правилото за податочно филтрирање, за што обично се користи нормата L_2 , а ρ_L и ρ_K се регулизаторни услови. За ρ_L Chan и Wong ја користат вкупната варијација [61], додека Shan, како што кажавме и претходно, ги користи парцијалните изводи на сликата [9]. Неколку услови за регулирање се користат за ρ_K , како што се L_1 и L_2 нормите, вкупната варијација и униформниот приор, што значи дека нема нивно регулирање. Главната цел на итеративната наизменична оптимизација е постепено да се насочи јадрото на замаглување K . Конечниот резултат од процесот на одмаглување се добива со последната неслепа деконволуција што се изведува со конечниот облик на проценетото јадро K и дадената замаглена слика B . Проценетите верзии на оригинална слика низ итерациите немаат директно влијание врз резултатите на одмаглувањето. Тие влијаат само индиректно преку прочистувањето на јадрото K .

¹² Скратено од англискиот термин за замаглена-blurred image.

¹³ Скратено од англискиот термин за јадро на замаглување-kernel.

¹⁴ Скратено од англискиот термин latent image, што тие го користат за оригиналната и проценетите слики.

Успехот на претходните итеративни BID методи се должи на две важни карактеристики на проценката на оригиналната слика: *реставрацијата на остар раб* (анг. *sharp edge restoration*) и *потиснување на шумот во мазните региони*, кои овозможуваат точна проценка на јадрото. За добивање на остри рабови при решавање на равенката за L' кај другите BID шеми обично се користи скапа, нелинеарна оптимизација, а при решавањето на равенката за K' се вклучени многу операции со големи матрици и вектори. Последица од тоа е големо пресметковно побарување.

Иако кај филтерот на Cho и Lee се претпоставува дека замагленоста е униформна низ целата слика, сепак поточно јадро на замаглување може да се добие околу острите рабови. На пример, не може да се процени јадрото од регион со постојан интензитет. Природните слики обично содржат силни рабови, па јадрото на замаглување може ефективно да се процени од реконструирани рабови во проценката на привремената оригинална слика. Потиснувањето на шумот во мазните региони е, исто така, важно бидејќи таквите региони обично заземаат многу поголеми површини отколку силните рабови во природна слика. Доколку шумот не е потиснат во мазни региони на сликата, тогаш релацијата за проценка на јадрото ќе биде значително засегната од шум. Со тоа ќе се доведе во прашање точноста на проценката на јадрото од силните рабови.

Кај овој филтер проценката на оригиналната слика се состои од два дела:

- едноставна деконволуција и
- предвидување.

Откако се добива јадрото на замаглување, потребно е тоа прво да се отстрани од замаглената слика за да се добие проценетата оригинална слика со користење на едноставна и брза деконволуција со Гаусовиот приор. Поради карактеристиките на овој приор, L ќе содржи мазни рабови и шум во мазните региони. Во чекорот на предвидување се добива проценета L' со враќање на острите рабови и отстранување на шумот од L . Ова се прави со ефикасни техники за филтрирање на сликата. Како резултат на тоа L' обезбедува висок квалитет на проценка на оригиналната слика, потребна за точна проценка на јадрото и покрај слабиот квалитет на едноставната деконволуција. За време на

предвидувањето се пресметуваат градиентните мапи $\{P_x, P_y\}$ на L по должината на x и y насоките кои ги предвидуваат испакнатите рабови во L со потиснување на шумот во мазните региони. Освен на почетокот на итерацијата, влезен параметар на чекорот на предвидување е проценката на L , добиена при деконволуцијата од претходната итерација.

Псевдо кодот за целиот алгоритам е прикажан во продолжение.

Алгоритам 1 Псевдо код за филтерот на Cho и Lee

procedure FastDeblur(B)

$L \leftarrow B$

for шема на груби до добри резолуции на сликата **do**

промена на големина на K , L и B според нова големина

for $itr \leftarrow 1, max_iter$ **do**

$\{P_x, P_y\} \leftarrow predict(L)$

$K \leftarrow estimate_kernel(\{P_x, P_y\}, B)$

$L \leftarrow deconvolve(B, K)$

if K не е обновено **then**

break

end if

end for

end for

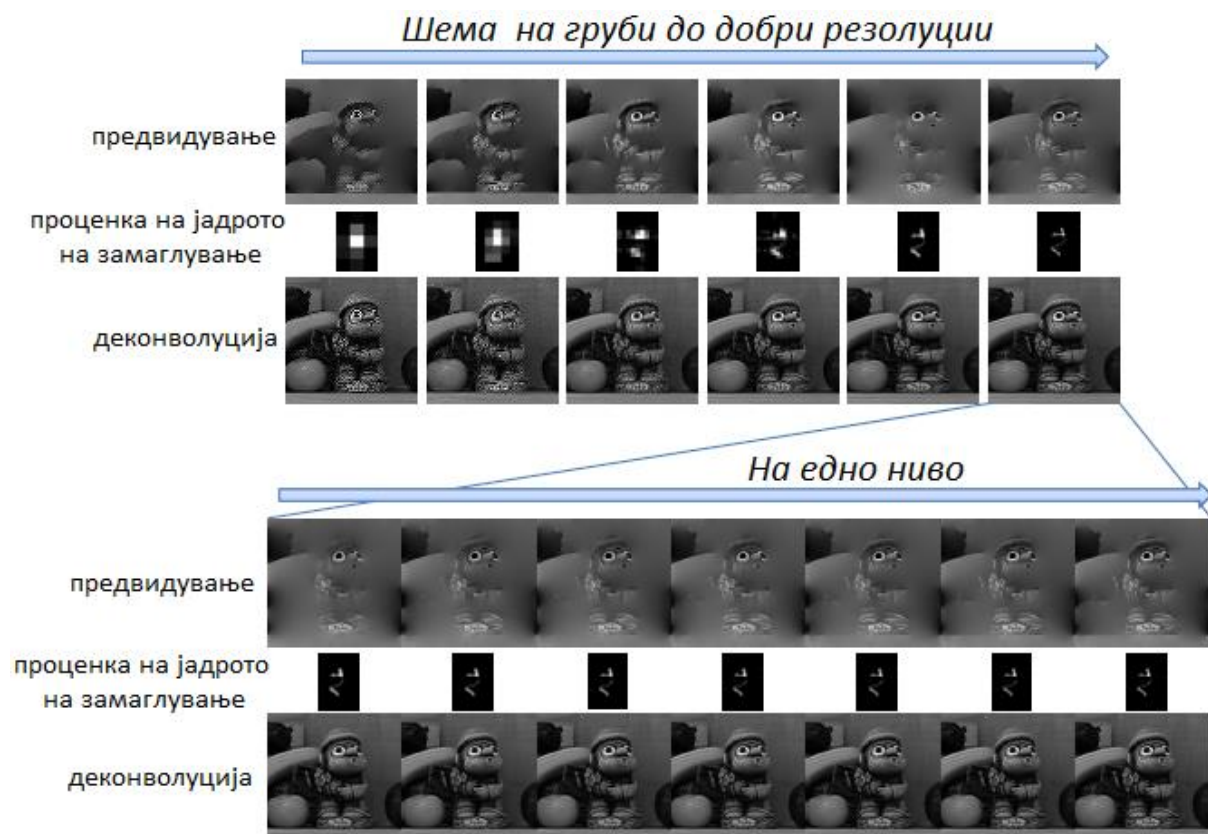
$L \leftarrow deconvolve_final(B, K)$

return L

end procedure

Во текот на проценката на јадрото треба да се пресмета градиентот на функцијата на енергија многу пати. Пресметката на градиентот бара тешка пресметка, вклучувајќи множења на огромни матрици и вектори. Тие може да се забрзаат со користење на брза Фуриева трансформација. Меѓутоа, кога се вршат FFT во низа, потребно е правилно справување со границите на сликата, при што се забранува директен сплет на FFT. Бројот на FFT значително се намалува со користење на парцијалните изводи. Кај филтерот на Cho и Lee при проценката на јадрото, проценувањето на K се врши со користење на предвидените градиентни мапи $\{P_x, P_y\}$ и градиентните мапи на B . При деконволуцијата, пак, се добива проценката на L со користење K и B , која ќе биде обработена при предвидувањето во следната итерација.

За да се направи проценката на K и L повеќе ефективна и ефикасна, методот на Cho и Lee вклучува пирамиди, односно *шема на груби до добри резолуции* на сликата (анг. coarse-to-fine scheme).



Слика бр. 13 Шема на груби до добри резолуции на сликата

Во нивото на груби резолуции се користи семплираната (анг. down-sampled) верзија на B да се иницијализира процесот со чекор на предвидување. После последната проценка на L во нивото на груби резолуции, истата повторно се семплира (анг. up-sampled) со билинеарна интерполација и потоа се користи за внесување во првиот чекор на предвидување на следното „пофино“ ниво [8]. Резултатите за оваа шема се прикажани на сликата број 13.

При тестирањата на алгоритмот беа користени седум повторувања со три чекори за секоја скала. Во итеративната шема на груби до добри резолуции за ажурирање K и L , се користат сиви верзии на деградираната и привремено реставрираната слика од претходната итерација. По последната верзија на K , добиена во „најфиното“ ниво, со големина на внесената слика, се врши конечната деконволуција со K на секој канал на боја од B за да се добие резултатот на одмаглување. Шемата на груби до добри резолуции на слика овозможува справување со големи замаглувања за кои предвидувањето со филтрирање на сликата може да не е доволно за да се откријат острите рабови.

На сликата што следи е објаснета визуелно BID шемата на Cho и Lee.



Слика бр. 14 Визуелен приказ на BID шема на Cho и Lee

5.1.3. Проценување на оригиналната слика

Проценката т.е. реставрацијата на оригиналната слика кај филтерот на Cho и Lee се врши во две фази: фаза на предвидување и фаза на деконволуција.

- 1) **Предвидување** Во фазата на предвидување се проценуваат градиентните мапи $\{P_x, P_y\}$ на оригиналната слика L . Во неа остануваат само испакнатите рабови, а другите региони имаат нула градиент. Како резултат на тоа, во фазата на проценка на јадрото, само испакнатите рабови имаат влијание врз неговата оптимизација бидејќи конволуцијата на нула градиенти е секогаш

нула, без оглед на јадрото. За добивање на силни рабови во L се користи шок филтерот бидејќи е ефективна алатка за подобрување на карактеристиките на сликата и може да ги извлече острите рабови од замаглени слики [23]. Всушност, целокупниот процес на предвидување во BID шемата на Cho и Lee се состои од: *билатерално филтрирање, шок филтрирање и однесување на градиентната големина*. Прво се применува билатералното филтрирање [62] врз тековната проценка на L за да се потисне можниот шум и мали детали. Потоа шок филтерот се користи за да се добијат силните рабови на L . Резултатот L' од шок филтрирањето не содржи само висок контраст на рабовите, туку и зголемен шум. Тој се отстранува со градиентни мапи $\{\partial_x L', \partial_y L'\}$ на L' [23]. Скратената мапа $\{P_x, P_y\}$ го дава конечниот резултат на чекорот на предвидување. Големината на билатералното филтрирање е 5×5 . Просторниот коефициент σ_s е поставен на 2.0, а спектралниот σ_r е кориснички параметар, кој е поврзан со нивото на шум на влезната слика B [62]. Кога B содржи многу шум, се користи голема вредност за σ_r . Шок филтерот врши една еволуција на неговата основна равенка со временски чекор dt . Равенката е дадена во делот *користени математички алатки*. На почетокот на повторното одмаглување, се користат големи вредности за σ_r и dt за да се добијат силните остри рабови во L . При тестирањата во овој магистерски труд се користени 0.5 и 1.0 за првични вредности на σ_r и dt , соодветно. Прагот за градиентите се утврдува на следниов начин. За да се процени $m \times n$ јадро, потребни се информации за замаглените рабови во последните m различни насоки. Во алгоритмот се формираат хистограми на градиентни величини и насоки за секој $\partial L'$. Аглите се 45° , а градиентите на спротивните насоки се бројат заедно. Потоа, се наоѓа прагот што ги содржи најмалку rm пиксели од најголемата големина за секој квантизиран агол. Стандардно, r има вредност 2. Како што процесот на повторено одмаглување напредува, за да се вклучат повеќе градиентни вредности во $\{P_x, P_y\}$, постепено се намалува прагот утврден на почетокот, множејќи со 0.9 во секоја итерација.

- 2) **Деконволуција** Во фазата деконволуција се проценува оригиналната слика L со даденото јадро K и влезната замаглена слика B . Се користи функцијата:

$$f_L(L) = \sum_{\partial_*} \omega_* \|K * \partial_* L - \partial_* B\|^2 + \alpha \|\nabla L\|^2 \quad (5.4)$$

позната како *функција на енергија*, каде $\partial_* \in \{\partial_0, \partial_x, \partial_y, \partial_{xx}, \partial_{yy}, \partial_{xy}\}$ се парцијалните изводи во различни насоки, $\omega_* \in \{\omega_0, \omega_1, \omega_2\}$ се тежините на секој парцијален извод и α е тежината на нивното регулирање. Првиот дел од формулата за енергија (5.4) погоре се базира на моделот на Shan [9], кој ги користи парцијалните изводи за намалување на кружните нарушувања. Условот за регулирање $\|\nabla L\|^2$ претпочита L со мазни градиенти [63]. Равенката може да се оптимизира брзо со поделба на пиксели во фреквенциски домен, за што се потребни само две FFT. За ω_* се користат вредностите дадени во [5], а за α се користи 0.1. Оптимизирањето не може да произведе резултати со висок квалитет, во споредба со софистицираните методи за деконволуција (на пример [5] [64]), а резултатите можат да содржат и кружни нарушувања. Сепак, во чекорот на предвидување малите детали се отстрануваат, па оваа едноставна деконволуција не ја попречува точната проценка на јадрото во итеративниот процес.

5.1.4. Проценување на јадрото на замаглување

За да се процени јадрото на линеарно моторно замаглување, користејќи ја предвидената градиентна мапа $\{P_x, P_y\}$, се минимизира функцијата на енергија:

$$f_K(K) = \sum_{(P_*, B_*)} \omega_* \|K * P_* - B_*\|^2 + \beta \|K\|^2 \quad (5.5)$$

каде $\omega_* \in \{\omega_1, \omega_2\}$ се тежините на секој парцијален извод, β е тежината на Тикхонов регулирањето [19], а P_* и B_* се разликуваат меѓу:

$$(P_*, B_*) \in \left\{ (P_x, \partial_x B), (P_y, \partial_y B), (\partial_x P_x, \partial_{xx} B), (\partial_y P_y, \partial_{yy} B), ((\partial_x P_y + \partial_y P_x)/2, \partial_{xy} B) \right\} \quad (5.6)$$

Секој $(K * P_* - B_*)$ формира мапа и се дефинира $\|I\|^2 = \sum_{(x,y)} I(x,y)^2$ за мапата I , каде (x,y) се индексите на пикселите во I . Оваа функција на енергија е слична на таа на Shan [9]. Разликата е во тоа што Cho и Lee ги користат само изводите на сликата, не вклучувајќи ги вредностите на пикселите во функцијата. Покрај тоа, слично на Yuan [28], функцијата на енергија го вклучува регулирањето на Тикхонов [19], наместо $L1$ нормата за проценка на K , која е користена во [5]. Брзината на конвергенција кај нумеричките оптимизации, односно бројот на повторувања за конвергенција е доста важна. Истражувањата покажуваат дека BID методот на Cho и Lee за проценка на јадрото покажува побрза конвергенција од останатите методи кои вклучуваат пиксел вредности, на пример методот на Shan [9].

Претходната (5.5) функција во матричен облик е:

$$f_K(K) = \|Ak - b\|^2 + \beta \|k\|^2 = (Ak - b)^T (Ak - b) + \beta (k)^T k \quad (5.7)$$

каде A е матрица што се состои од пет P_* , k е вектор што го претставува јадрото на линеарното моторно замаглување и b е вектор што се состои од пет B_* . За минимизација на горната равенка се користи CG методот. Со него градиентот на f_K може да се пресмета повеќе пати во процесот на минимизирање. Истиот се дефинира како:

$$\frac{\partial f_K(k)}{\partial k} = 2A^T Ak + 2\beta k - 2A^T b \quad (5.8)$$

Пресметката на $\frac{\partial f_K(k)}{\partial k}$ е временски долга, поради големината на A . Кога големините на K и L се соодветно $n \times n$ и $m \times m$, тогаш големината на A е $5n^2 \times m^2$. Поради тоа, директната пресметка на Ak бара значителна меморија и пресметковна моќност. Големината на $A^T A$, пак, е $m^2 \times m^2$ што е релативно мала [8]. Сепак, со оглед на тоа што Ak одговара на конволуцијата меѓу петте P_* и K , може постапката да се забрза со FFT. Поточно, пресметката на Ak бара шест FFT: една $\mathcal{F}(K)$ и пет $\mathcal{F}^{-1}[\omega_* \mathcal{F}(P_*) \circ \mathcal{F}(K)]$, каде \mathcal{F} и \mathcal{F}^{-1} се соодветните инверзни

FFT и \circ е мултипликатор на множење на пикселите. Слично, пресметката на $A^T y$ може да се забрза со вршење на шест FFT, каде $y = Ak$. Како резултат на ова, има вкупно 12 FFT за пресметка на $\frac{\partial f_K(k)}{\partial k}$ градиентот во секоја итерација на CG методот. $\mathcal{F}(P_*)$ и $A^T b$ може да се пресметаат со помош на FFT во претпроцесиранчкиот чекор.

За понатамошно забрзување на пресметката со намалување на бројот на FFT, проценките на Ak и $A^T y$ директно се пресметуваат со $A^T Ak$. Притоа, $A^T Ak$ може да се пресмета со:

$$\mathcal{F}^{-1}\left[\sum_{P_*} \omega_* \overline{\mathcal{F}(P_*)} \circ \mathcal{F}(P_*) \circ \mathcal{F}(K)\right] \quad (5.9)$$




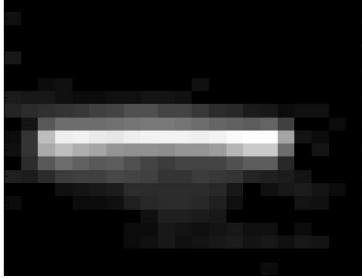
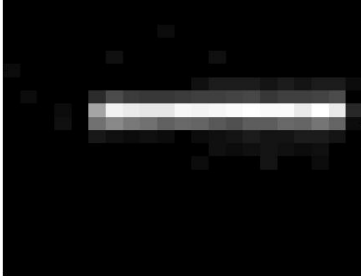
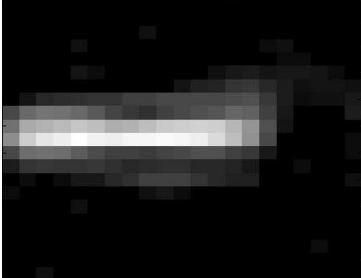
каде $\overline{\mathcal{F}(P_*)}$ е комплексно-конјугирана форма на $\mathcal{F}(P_*)$. Благодарение на ова, пресметка на градиентот кај оваа BID шема се сведува на само 2 FFT, заштедувајќи притоа дури 10 FFT [8].

Ваквата ефикасна пресметка е благодарение на придобивките од користењето само на изводите на сликата. Ако ги вклучиме пиксел вредности во равенката за $f_K(K)$, пресметката на Ak со FFT ќе има кружни нарушувања, кои се должат на периодичноста на Фуриевите трансформации. Во тој случај, следен проблем би бил справувањето со граничните нарушувања пред пресметката на $A^T y$. Интервенирањето на граничните однесувања оневозможува директна пресметка на $A^T Ak$ со користење на равенката за \mathcal{F}^{-1} . Спротивно на ова, со оглед на тоа што методот на Cho и Lee користи само изводи, може да се избегнат граничните нарушувања со едноставно поставување на граничните изводи на сликата P_* на нули пред пресметката на Ak . Ширината на поместената слика е поставена како моќ на простите броеви: 2, 3, 5 и 7, така што е поголема или еднаква на $(n + m - 1)$, каде n и m се соодветно ширината на влезната слика и јадрото. Висината на поместена слика се утврдува на сличен начин, а FFT може да се пресмета брзо за овие димензии на сликата.

Јадрото на моторно замаглување се претпоставува дека е нормализирано и не содржи негативни компоненти. По оптимизирање на функцијата за $f_K(K)$

елементите се поставени на вредности помали од $1/2$ за најголемата, па до нула. Останатите ненултни вредности се нормализираат така што нивната сума станува еден. Резултатите добиени од Cho и Lee BID шемата се дадени понатаму во магистерската теза. Во овој дел се презентирани само проценетите јадра за деградираните слики Lena, Cameraman и House со линеарно моторно замаглување со должина на замаглување 15 и агол 0 степени.

Табела 2 Проценети јадра на замаглување за тест слики со Cho-Lee филтерот

		
Lena.png	Cameraman.png	House.png
		
Проценето јадро за Lena.png	Проценето јадро за Cameraman.png	Проценето јадро за House.png

5.2. Алгоритам за слепо одмаглување на слика со спектрални карактеристики на конволуциски оператори-Филтер на Liu и Chang

5.2.1. Споредба со другите BID филтри

Филтерот на Liu и Chang, исто како и филтерот на Cho и Lee, спаѓа во групата на слепи методи за деконволуција. Тој е пример за деконволуција со извлекување на остра верзија на дадена замаглена слика, кога јадрото на замаглување не е познато. Спаѓа во групата на IBD методи. Кај претходните методи често се воведуваат независни регулизатори, како што се Гаусовиот или просторните приори на очекуваното јадро на замаглување. Liu и Chang преку нивниот филтер покажале дека самата замаглена слика енкодира богати информации за јадрото на замаглување [65]. Таквите информации можат да се најдат преку анализа и споредба на тоа како спектарот на сликата, како конволуциски оператор, се менува пред и по замаглувањето.

Анализата доведува до ефикасен конвексен регулизатор на јадрото кој зависи само од дадената замаглена слика. Со негово минимизирање може да се обезбеди добра проценка за јадрото ако оригиналната слика е доволно остра. Комбинирајќи го овој моќен регулизатор со конвенционалните техники за одмаглување на слика, уште еднаш ќе се потврди фактот дека рабовите на замаглена слика се добра опција за нејзино одмаглување. Liu и Chang при нивните истражувања тргнале од реален пример-проблемот со регистрирањето на возилата, односно нивните регистарски таблички на патерините. Поради стационарноста на камерата, а движењето на колите, добиените слики на патерините се секогаш доста замаглени. Проблемот може да се надмине со одмаглување на целата слика, но и со разгледување само на регионот на регистарската табличка.

Позадината на алгоритамот е согласно со математичката формулација на проблемот на слепо одмагување на остра слика. Нотацијата што Liu и Chang ја користеле за замаглена слика што се добива со конволуција на остра слика и јадрото е $B \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$ [65]. Оригиналната оостра слика е означена со I_0 , а јадрото на замаглување $K_0 \in \mathbb{R}^{m_1 \times m_2}$. Големината на I_0 е $\{n_1 \times n_2\}$, а на јадрото е

$\{m_1 \times m_2\}$. Притоа за јадрото важи дека $K_0 \in S$, каде S го означува множеството на сите можни јадра на замаглување, кои имаат ненегативни вредности и сума еден [4]. Во алгоритмот заеднички се проценуваат I и K со минимизирање на:

$$\min_{I,K} \|B - I * K\|_F^2 \quad (5.10)$$

каде $\|\cdot\|_F$ е Frobenius норма на матрица [16], која е дефинирана погоре во делот *користени математички алатки*. Меѓутоа, овој проблем е лошо условен со тоа што може совршено да се минимизира со бесконечен број на (I, K) парови. Затоа е потребно да се регулира очекуваното решение за променливата I со:

$$\min_{I,K} \|B - I * K\|_F^2 + \lambda f(I) \quad (5.11)$$

каде параметарот $\lambda \geq 0$, а $f(I)$ е тоталната варијација [66]. Постоенето на добар регулизатор $h(K)$ е важен и навистина неопходен за слепа деконволуција. Сепак, постојните предлози за $h(K)$, на пример, на Гаусова функција $h(K) = \|K\|_F^2$ [8] [30], редок регулизатор $h(K) = \|K\|_1$ [11] [9] и Bayesian приор [6] [7] [67], можат да работат добро само на некои едноставни случаи каде што не постои сериозно замаглување. Тие не би можеле да се справат со случаи каде сликите се сериозно замаглени, како што се сликите снимени на патерините. Специфичен приор, всушност, не може да се вклопи во реално јадро на замаглување, што обично е комбинација на просторен бран-како јадро т.е. PSF, што одговара на движењето на камерата или густ Гаусов PSF како јадро, со ефекти како што е замаглувањето надвор од фокусот.

Во истражувањето Liu и Chang искористиле поефикасен регулизатор, односно приор за замаглување на јадрото кој може значително да придонесе за решавање на проблемот на слепата деконволуција. Овој регулизатор се базира на едноставно, но важно набљудување на спектралните својства на сликата како оператор на конволуција. За дадена слика, која е матрично претставена, се бара нејзината конволуција со било која друга матрица. Притоа конволуцијата се дефинира како линеарен оператор. Емпириски спектарот, односно множеството

на сопствени вредности (анг. eigenvalues) линеарениот оператор за замаглена слика, е значително помал од делот со остри рабови. Врз основа на ова, тие креирале нов конвексен регулизатор кој има тенденција да го минимизира вистинското јадро на замаглување- K_0 . Ако е дадена набљудуваната, замаглена слика B , која е претставена со одредени функции на слика \mathcal{L} , може да се заклучи дека конвексната функција, означена со $h^{\mathcal{L}(B)}(K)$, е всушност:

$$h^{\mathcal{L}(B)}(K): \mathbb{R}^{m_1 \times m_2} \rightarrow \mathbb{R} \quad (5.12)$$

Во претходните истражувања (на пример, [8] [9] [11] [30]), регулизаторот $h(K)$ е независен од замаглената слика B . За разлика од нив, регулизаторот на Liu и Chang $h^{\mathcal{L}(B)}(K)$ експлицитно зависи од дадената замаглена слика со шифрирана информација за тоа како B е поврзана со острата I_0 слика. Ваквиот регулизатор не зависи од какви било информации во врска со I_0 . Очеуваното јадро K_0 може да се открие со минимизирање на $h^{\mathcal{L}(B)}(K)$ директно.

При експерименталната проценка на ефикасноста на овој алгоритам се забележува дека дури и кога сликата е замаглена до степен до кој човечкиот визуелен систем не може да ги препознае нејзините детали, сè уште е можно филтерот да врати остра верзија со препознатливи детали. При емпириската евалуација теоретските резултати исто така се добри, што помага при разбирањето на проблемот на слепа деконволуција. Иако постојат различни пристапи за одмаглување на замаглена слика, сепак додека за I (или нејзините рабови) се претпоставува дека е многу остра, може да се покаже дека проценувањето на јадрото и одмаглувањето на замаглена слика се уникатни. Анализата на овој алгоритам дава објаснување зошто острите рабови се добра опција за одмаглување. На кратко, предностите на овој BID филтер се:

- Креиран е нов генерички регулизатор на јадро на замаглување што може да биде ефикасен за линеарно моторно замаглување и замаглување надвор од фокусот. За разлика од претходните пристапи кои само имаат благи ефекти во ограничувањето на јадрото за слепа деконволуција, овој

регулизатор има силен ефект, па може и директно да се процени јадрото на замаглување без знаење на оригиналната слика.

- Со алгоритмот за овој филтер се покажува дека острите рабови на сликите се добра опција за процесот на нивно слепо одмаглување.

5.2.2. Опис на алгоритам

5.2.2.1. Спектарот на природни слики како конволуциски оператор

Основа на алгоритмот е конволуцијата како линеарен оператор. Тој може да се претстави како матрично множење. Векторизацијата на матрица се означува со $v(\cdot)$. За матриците X и Y може да се пресмета со:

$$v(X * Y) = A_{k_1, k_2}(X)v(Y), \forall Y \in \mathbb{R}^{k_1 \times k_2} \quad (5.13)$$

каде $A_{k_1, k_2}(\cdot)$ е Тоеплизова матрица (анг. Toeplitz matrix) [68], а k_1 и k_2 се параметри. За матрица X со големина $l_1 \times l_2$ Тоеплизовата матрицата е соодветно матрицата $A_{k_1, k_2}(X)$, чија големина е $(l_1 + k_1 - 1)(l_2 + k_2 - 1) - k_1 k_2$. Инаку за вкупно дадени $2n - 1$ броеви a_k , каде $k = -n + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, n - 1$ Тоеплизова матрицата е матрица што содржи константни ненегативни вредности во дијагоналите:

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_{-1} & a_{-2} & \cdots & a_{-n+1} \\ a_1 & a_0 & a_{-1} & \ddots & \vdots \\ a_2 & a_1 & a_0 & \ddots & a_{-2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & a_{-1} \\ a_{n-1} & \cdots & a_2 & a_1 & a_0 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Матричната равенка на Тоеплизовата матрицата е:

$$\sum_{j=1}^n a_{i-j} = y_i \quad (5.15)$$

што може да се реши со $O(n^2)$ комплексност. Проблемите моделирани со Тоеплизови матрици вклучуваат нумерички решенија на одредени диференцијални и интегрални равенки (регулирање на инверзни проблеми),

анализа на временски серии, обработка на слики и сигнали, Маркови вериги и слично [68].

5.2.2.2. Сопствени вредности и сопствени вектори на конволуција на слика

Во овој алгоритам сликата I се претставува како матрица поврзана со одредена филтер функција \mathcal{L} каде:

$$\mathcal{L}(I) = \mathcal{L} * I \quad (5.16)$$

Обично изборот за \mathcal{L} вклучува $\mathcal{L} = \delta$, на пример користење на оригиналните пиксел вредности како карактеристики или \mathcal{L} е Лапласов или Гаусова карактеристика, на пример, користење на карактеристиките на раб. За да се формулира постапката за трансформирање на остри во замаглени слики, се дефинира т.н. *конволуција на сопствени вредности и сопствени вектори* (анг. eigenvectors). Првата конволуциска сопствена вредност се означува со $\sigma_1^{\mathcal{L}}(I)$ или уште со $\sigma_{max}^{\mathcal{L}}(I)$, а се дефинира како:

$$\sigma_1^{\mathcal{L}}(I) = \max_{X \in \mathbb{R}^{S_1 \times S_2}} \|\mathcal{L}(I) * X\|_F \quad (5.17)$$

$$\|X\|_F = 1, \langle X, k_j^{\mathcal{L}}(I) \rangle = 0, \forall j < i \quad (5.18)$$

каде каде $\langle \cdot, \cdot \rangle$ означува внатрешен производ меѓу две матрици [65]. Со максимизирање на овој проблем се добива i -ти сопствен вектор на конволуцијата, означен со $k_j^{\mathcal{L}}(I)$. Својствата кои сопствените вредности и вектори и кои се од големо значење за овој алгоритам се:

- Од дефиницијата за $v(X * Y)$, дадена погоре, се гледа дека сопствените вредности/вектори на конволуција се всушност единечните вредности /вектори на Тоеплизова матрицата. За слика I со Тоеплизова матрица $A_{s_1, s_2} \mathcal{L}(I)$ сите s_1 и s_2 сопствени вредности и вектори можат да се најдат со

пресметување на единечната вредност на распаѓање (анг. Singular Value Decomposition-SVD) на:

$$\left(A_{s_1, s_2}(\mathcal{L}(I))\right)^T A_{s_1, s_2}(\mathcal{L}(I)) \quad (5.19)$$

SVD за матрица од сопствени вектори се пресметува со:

$$A = UDV^T \quad (5.20)$$

каде U и V се матрици на идентитет кои имаат ортогонални колони и за кои важи: $U^T U = I$ и $V^T V = I$. За комплексна матрица A SVD е во форма: $A = UDV^H$, каде V^H е конјугирано транспонирана форма на V [65].

- Ако со $\sigma_{min}^{\mathcal{L}}(I)$ се означи најмалата, односно последната сопствена вредност на конволуцијата на сликата, тогаш

$$\|\mathcal{L}(I) * X\|_F \geq \sigma_{min}^{\mathcal{L}}(I) \|X\|_F > 0, \text{ за } \forall \|X\|_F = 1 \quad (5.21)$$

Ова укажува на фактот дека Тоеплизовата матрицата е секогаш несингуларна, освен за екстремниот случај за $I = 0$.

- Ако $B = I * K$ и $K \in S$, тогаш:

$$\sigma_i^{\mathcal{L}}(B) \leq \sigma_i^{\mathcal{L}}(I), \text{ за } \forall i = 1, \dots, s_1 s_2 \quad (5.22)$$

така што ефектите на замаглување обично ги намалуваат сопствените вредности на сликата. Ова својство е познато како својство на нееднаквост. Кога оригиналната слика е остра, износот на намалување може да биде многу значаен.

Со користење на својството на нееднаквост може да се дефинира концептот на остра слика, како: **Една слика се нарекува τ –остра ако и само ако $\sigma_{min}^L(I) \geq \tau$, каде $\tau > 0$ е параметар.** Во принцип, конволуцијата на сопствени вредности на остри слики има голема вредност, додека вредностите за конволуција на сопствени вредности кај замаглени слики се релативно помали.

5.2.2.3. Сигурна деконволуција преку наизменично минимизирање

Во текот на своите истражувања Liu и Chang дошле до заклучок дека конвексниот оператор е доволно добар за враќање на остра, природна слика, но не може со задоволителен квалитет да направи проценка на јадрото на замаглување. Експериментално потврдиле дека јадрото на замаглување кај сигурна деконволуција може да се процени со регулизаторот $h^{L(B)}(K)$, како дополнителен услов за ограничување на проблемот на деконволуција. Во овој филтер истовремено се врши одмаглување на сликата и проценка на јадрото на замаглување со минимизирање на функцијата:

$$\min_{I,K} \|B - I * K\|_F^2 + \lambda \|\nabla I\|_1 + \alpha h^{L(B)}(K), K \in S \quad (5.23)$$

каде параметрите $\lambda \geq 0$ и $\alpha \geq 0$, а $f(I) = \|\nabla I\|_1$ е тотална варијација. проблемот на слепа деконволуција може во голема мера да зависи од првичното решение за I , избрано однапред заедно со регулизаторот $h^{L(B)}(K)$. Со тоа чекорот на иницијализација да не е од суштинско значење. За разлика од претходните алгоритми (на пример, [8] [9] [11] [30]) каде треба внимателно да се избере првичното решение, кај овој алгоритам може едноставно да се земе замаглената слика B да биде иницијална состојба на I . Додека се одредува променливата I , јадрото на замаглување K се ажурира со решавање на:

$$\min_K \|B - I * K\|_F^2 + \alpha h^{L(B)}(K), K \in S \quad (5.24)$$

што е еднакво на следното програмирање:

$$\min_K \|v(B) - A_{m_1, m_2}(I)v(K)\|^2 + \alpha v((K))^T H v(K) \quad (5.25)$$

каде H е Хесиановата матрица чија дефиниција и начин на пресметување е даден претходно, $v(\cdot)$ означува векторизација на матрица, а $\|\cdot\|$ е L^2 нормата. Додека се проценува јадрото K , проценката на сликата I се ажурира со:

$$\min_I \|B - I * K\|_F^2 + \lambda \|\nabla I\|_1 \quad (5.26)$$

Ова може да се реши со кој било од многуте неслепи алгоритми за деконволуција, на пример [65], [70], [71]). Во својот филтер Liu и Chang го користеле брзиот метод на Krishnan и Fergus [69]. Тие заклучиле дека треба внимателно да се контролира бројот на повторувања за низ нив да се постигне конвергенција. При тестирањето на овој филтер земени се 100 итерации. Филтерот користи вкупно шест параметри: големина на јадрото на замаглување $\{m_1 \times m_2\}$, каде обично $m_1 = m_2$, големина за земање примероци $\{s_1 \times s_2\}$ и параметрите за балансирање λ и α . Три од нив, вклучувајќи ги $\{m_1 \times m_2\}$ и α , треба да се постават внимателно. Големината на јадрото $\{m_1 \times m_2\}$ е подобро да биде малку поголема од вистинската големина затоа што е потребно филтерот неколку пати да се обиде за да ја утврди. Кога α е премногу мал, овој филтер секогаш ќе конвергира со решенија без замаглување (т.е. $I = B$, $K = \delta$). Кога α е наместена да биде многу голема, проценката на сликата е многу остра, но е неприродна. Вообичаено, постои како праг α^* , така што оптималното решение е секогаш ($I = B$, $K = \delta$) во случај која $\alpha < \alpha^*$, а спротивно, кога α е малку поголема од прагот, тогаш решението е задоволително [65].

Откако ќе се определи големината на јадрото, големината на земање примероци се поставува да биде: $s_1 = 1.5m_1$ и $s_2 = 1.5m_2$. За параметарот λ не се потребни посебни прилагодувања. При тестирањата на овој филтер за λ се зема вредност во интервалот 0.001 до 0.002. Резултатите добиени со оваа BID шемата се прикажани заедно со резултатите од останатите филтри во следното поглавје од магистерската теза. Во овој дел се презентирани само проценетите

јадра. Тестирањата се направени за сликите Lena, Cameraman и House кои се дел од тест базата, со големина 512x512. Тоа се тест слики за сите филтри за реставрација тестирани во ова истражување. Сликите Lena, Cameraman и House се деградирани со линеарно моторно замаглување со должина на замаглување 15 и агол 0 степени.

Табела 3 Проценети јадра на замаглување за тест слики со Liu-Chang филтерот

		
Lena.png	Cameraman.png	House.png
		
Проценето јадро за Lena.png	Проценето јадро за Cameraman.png	Проценето јадро за House.png

5.2.2.4. Цена на чинење на филтерот

Филтерот на Liu и Chang, за разлика од филтерот на Cho и Lee, генерално не е брз во однос на останатите VID шеми. Ова е поради големата математичка сложеност на овој филтер. Постапката за проценка на слика е брза, но сепак,

подетална анализа на цената на чинење на филтерот е потребна за пресметка на Хесиановата матрицата H и ажурирањето на проценката на јадрото K . За поедноставување, се претпоставува дека $s_1 = m_1$ и $s_2 = m_2$. Комплексноста за пресметување на Хесиановата матрицата H во тој случај е $O(m_1^2 m_2^2 n_1 n_2 + m_1^3 m_2^3)$ каде што n_1, n_2 се димензиите на сликата. Во секоја итерација, Тоеплизова матрицата $A_{m_1, m_2}(I)$ треба да се ажурира. Ова значи дека комплексноста на филтерот на Liu и Chang е $O(n_S(m_1 m_2 n_1 n_2 + m_1^3 m_2^3))$, каде n_S е бројот на повторувања потребен за да постои конвергенција. Филтерот може да се забрза со користење на брзата Фуриева трансформација, слично како што направиле и Cho и Lee во нивниот филтер.

6. ДОБИЕНИ РЕЗУЛТАТИ

Сите истражувања од областа на BID на крај завршуваат со заклучокот дека и покрај големиот напредок со сега, сепак добиените резултати се далеку од совршени. Покрај многуте алгоритми за BID со различни пристапи на третирање на BID проблемот, сепак и понатаму полето на слепа деконволуција е стимулативно и отворено за нови алгоритми, кои ќе го подобрат квалитетот на реставрација. За значењето на BID проблемот се говореше во текот на целата магистерска тема. Во овој дел, преку експериментални тестирања и анализа на добиените резултати, направена е споредба меѓу презентираниите алгоритми. Анализата во истражувањето се врши од три аспекти:

- Анализа на добиените визуелни резултати,
- Анализа на добиените резултати за целосно референтните мерки за квалитет на слика-MSE, NCC, SNR и PSNR и
- Анализа на добиените резултати за нереферентните мерки за квалитет на слика-BRISQUE и NIQE.

Анализата во секој дел се прави во однос на проценетото јадро на замаглување со филтерот на Cho и Lee и проценетото јадро на замаглување со филтерот на Liu и Chang. Откако се проценети двете јадра, соодветно означени како јадро 1 и јадро 2, извршена е деконволуција на замаглените слики. Деконволуцијата на замаглените слики за јадрото на замаглување проценето со филтерот на Cho и Lee, се прави со нивниот метод за деконволуција, но уште и со Wiener филтерот и Lucy-Richardson филтерот. Притоа за Wiener и Lucy-Richardson филтрите се користени функциите вградени во MATLAB. Бидејќи тие се неслепи алгоритми за деконволуција, како влезен параметар освен замаглената слика, се прима и соодветното проценето јадро на замаглување. Целта на нивно користење е да се види дали со нив се добиваат подобри резултати споредено со слепите методи или не. Деконволуцијата на замаглените слики за јадрото проценето со филтерот на Liu и Chang, пак, се прави со нивниот филтер и соодветно со Wiener и Lucy-Richardson филтрите.

Целта на ова поглавје од магистерската тема е визуелно и емпириски да се потврдат дефинираните хипотези на почетокот на истражувањето.

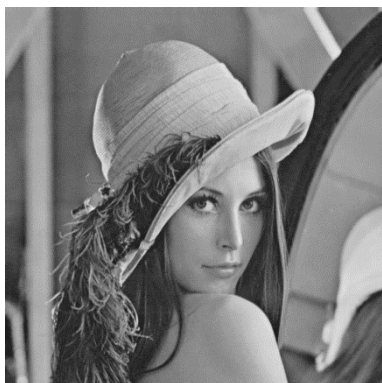
6.1. Визуелни резултати

Тестирањата во текот на истражувањето беа направени за слики од стандардната тест база. Во трудот се прикажани резултатите само за три репрезентативни примероци од базата со тест слики. Тоа се сликите: *Lena.png*, *Cameman.png* и *House.png*, прикажани на Слика бр. 15, Слика бр. 18 и Слика бр. 21 соодветно. За подобра споредба, дадени се и оригиналната и деградираната слика. Така на споменатите слики освен оригиналните верзии, прикажани се и деградираните за должина на замаглување 15. Подолу во текстот на Слика бр. 24, Слика бр. 27 и Слика бр. 30 прикажани се тест сликите и за должина на замаглување 30. Деградирањето е од тип линеарно моторно замаглување, со променлива должина на замаглување- l и агол на замаглување- $theta$ од 0 степени. Должината на замаглување при тестирањата е во интервалот меѓу 15 и 90. Во секоја од итерациите на процесот на деконволуција должината се зголемува за 3. Во програмата во MATLAB сликите од базата се вчитуваат оригинални, а потоа се деградираат со функцијата за деградирање од облик:

```
fspecial ('motion', l, theta)
```

што е вградена MATLAB функција.

Потоа започнува процесот на проценка на јадрото на замаглување со Cho и Lee филтерот. Откако истото ќе се процени се врши деконволуција на деградираната слика со филтерот на Cho и Lee, а потоа и со Wiener и Lucy-Richardson. Деконволуцијата со Wiener филтерот се прави со помош на функцијата *deconvwnr*, а Lucy-Richardson со функцијата *deconvlucy*. Потоа се врши проценката на јадрото со филтерот на Liu и Chang и соодветно деконволуција на деградираната слика со нивниот филтер, па со Wiener и Lucy-Richardson филтрите. При тестирањата можеше да се забележи дека Liu и Chang филтерот е поспор во однос на филтерот на Cho и Lee. Причината за тоа е што Cho и Lee својот филтер го забрзале користејќи брза Фуриева трансформација-FFT. За разлика од нив, Liu и Chang наместо FFT имаат доста сложена математичка позадина која се базира на пресметка на Хесиановата матрица и Тоеплизова матрица во секоја итерација.



Оригинална слика



Деградирана слика

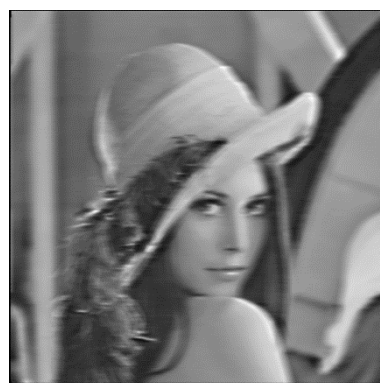
Слика бр. 15 Тестирање на Lena.png за должина на замаглување 15



Cho-Lee филтер

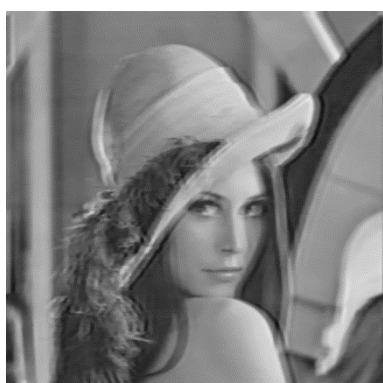


Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

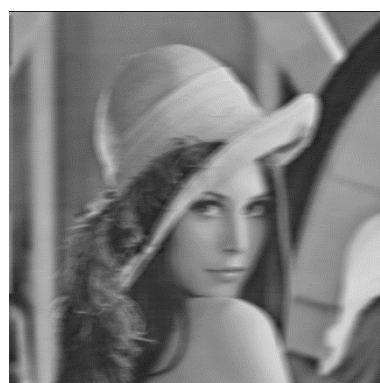
Слика бр. 16 Реставрирани слики за Lena.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 15



Liu-Chang филтер



Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 17 Реставрирани слики за Lena.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 15



Оригинална слика



Деградирана слика

Слика бр. 18 Тестирање на `Сатератап.png` за должина на замаглување 15



Cho-Lee филтер



Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 19 Реставрирани слики за `Сатератап.png` со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 15



Liu-Chang филтер



Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 20 Реставрирани слики за `Сатератап.png` со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 15



Оригинална слика



Деградирана слика

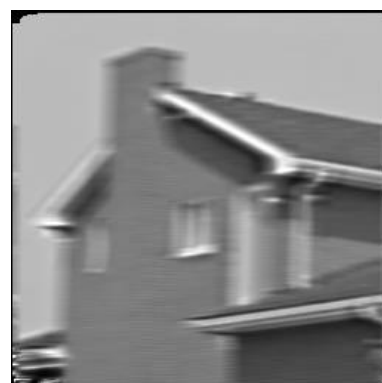
Слика бр. 21 Тестирање на House.png за должина на замаглување 15



Cho-Lee филтер



Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 22 Реставрирани слики за House.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 15



Liu-Chang филтер

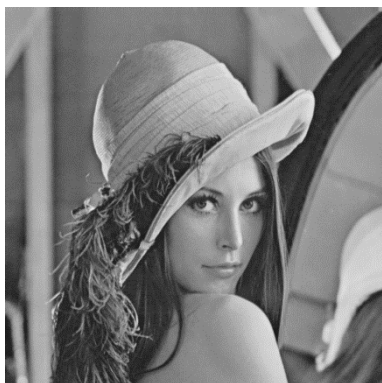


Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 23 Реставрирани слики за House.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 15



Оригинална слика



Деградирана слика

Слика бр. 24 Тестирање на Lena.png за должина на замаглување 30



Cho-Lee филтер

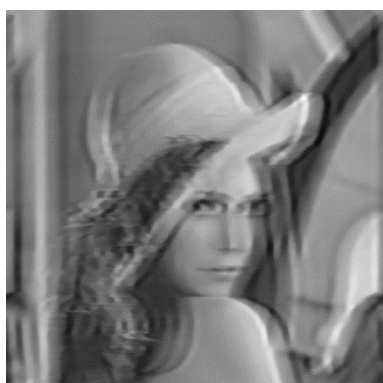


Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 25 Рестаурирани слики за Lena.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 30



Liu-Chang филтер



Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 26 Рестаурирани слики за Lena.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 30



Оригинална слика



Деградирана слика

Слика бр. 27 Тестирање на `Сатератап.png` за должина на замаглување 30



Cho-Lee филтер

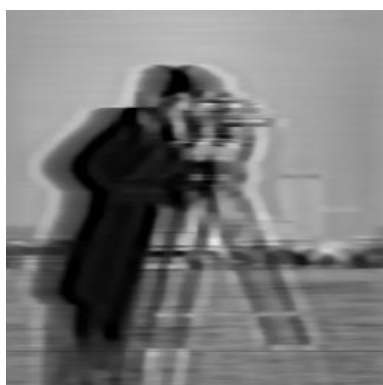


Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

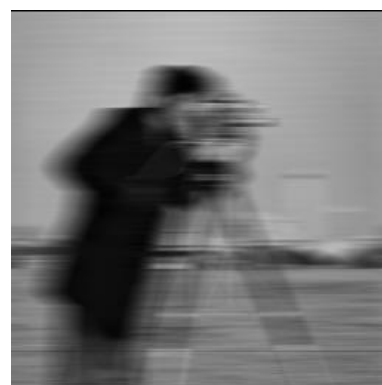
Слика бр. 28 Реставрирани слики за `Сатератап.png` со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 30



Liu-Chang филтер



Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 29 Реставрирани слики за `Сатератап.png` со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 30



Оригинална слика



Деградирана слика

Слика бр. 30 Тестирање на House.png за должина на замаглување 30



Cho-Lee филтер



Wiener филтер

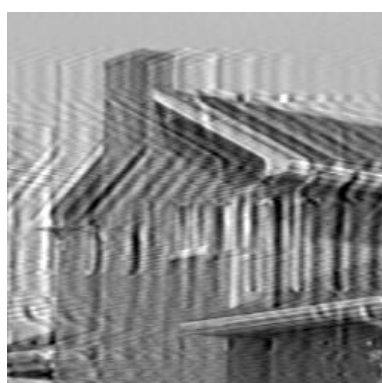


Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 31 Реставрирани слики за House.png со проценето јадро на замаглување 1, за должина на замаглување 30



Liu-Chang филтер



Wiener филтер



Lucy-Richardson филтер

Слика бр. 32 Реставрирани слики за House.png со проценето јадро на замаглување 2, за должина на замаглување 30

6.2. Резултати добиени од целосно референтни мерки за квалитет на слика

Во овој дел од магистерскиот труд прикажани се резултатите добиени за целосно референтните мерки за квалитет на слика, за тестираните филтри за слепа деконволуција. Тоа се методите за слепа деконволуција на Cho и Lee и Liu и Chang, кои беа детално објаснети во претходното поглавје. Ефикасноста на овие методи, како претставници на методите за слепа деконволуција, во ова истражување се проценува не само од аспект на квалитетот на реставрираната слика, туку и од аспект на квалитетот на проценетото јадро на замаглување-PSF.

Реставрирањето на замаглените слики е направено уште и со познатите филтри за неслепа деконволуција: Wiener и Lucy-Richardson, со цел да се добијат поопширни резултати, врз чија основа ќе се врши споредбена анализа при дискусијата на добиените резултати и ќе се извлечат крајните заклучоци. Реставрацијата со нив е направена прво за јадрото проценето со филтерот на Cho и Lee. Ова јадро понатаму во текстот е именувано како **јадро 1**, додека за проценетото јадро на замаглување со Liu и Chang филтерот, понатаму се користи терминот **јадро 2**. Wiener и Lucy-Richardson филтрите се применети и за двете проценети јадра. За подобра прегледност на резултатите добиени со мерките за квалитет на слика, прво се прикажани традиционалните мерки за квалитет на слика, кои се целосно референтни.

Од групата на целосно референтни мерки за квалитет на слика тестирани се: MSE, NCC, SNR и PSNR. За да може подобро да се споредуваат резултатите добиени за двете јадра, секоја од споменатите мерки е тестирана прво за јадрото на замаглување проценето со помош на методот на Cho и Lee, а потоа и со Liu и Chang филтерот. Резултатите од целосно референтните мерки за квалитет се прикажани графички, така што резултатите за секоја мерка за одделните јадра се прикажани на посебен график. На тој начин се добиени по два графика за секоја мерка, соодветно за двете јадра.

Резултати добиени за MSE за сликата Lena.png, за променлива должина на линеарно замаглување за проценето јадро 1 и јадро 2, се прикажани на графицице во продолжение. Секој од нив има легенда за едноставно разбирање.

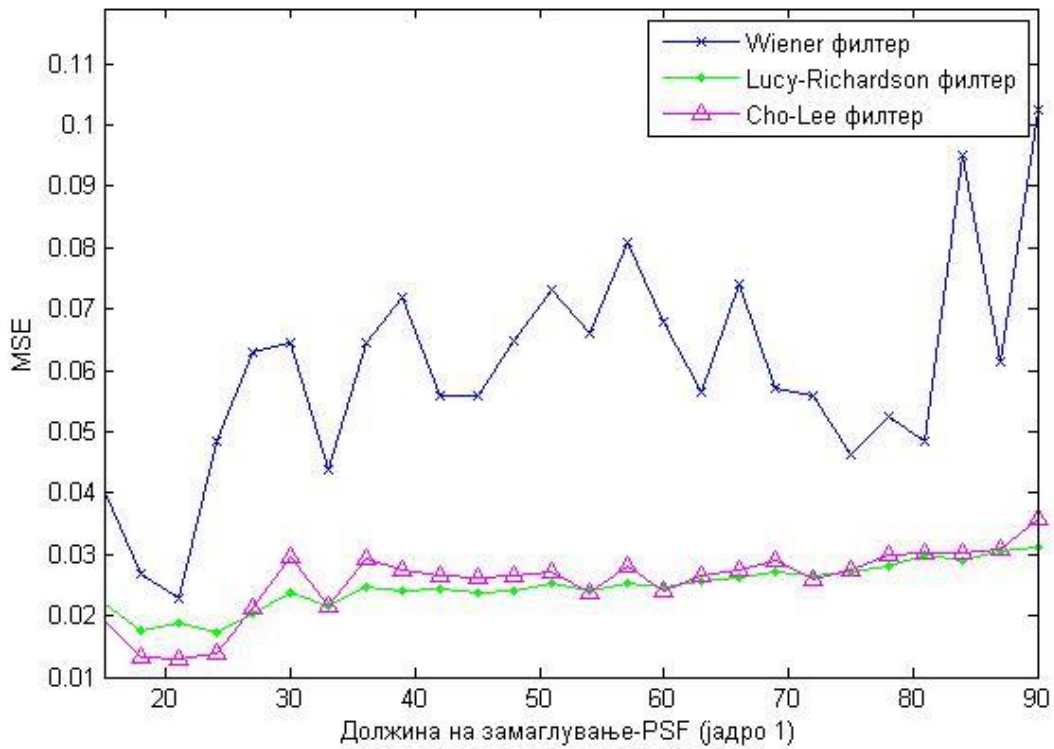


График бр. 1 MSE за проценето јадро на замаглување 1 за Lena.png

Кај MSE подобар е оној резултат што има пониска вредност. Колку истиот има пониска вредност, толку квалитетот на сликата е подобар и обратно.

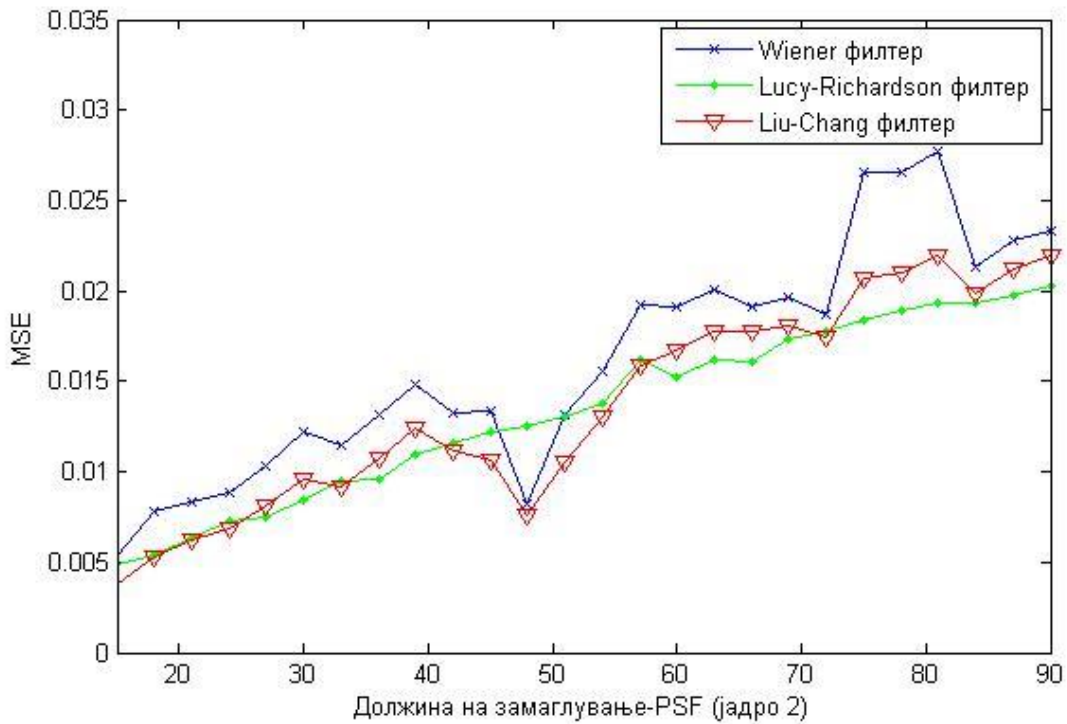


График бр. 2 MSE за проценето јадро на замаглување 2 за Lena.png

За разлика од MSE, мерката за квалитет на слика NCC има идеална вредност 1. Резултатите за NCC за двете јадра за Lena.png се прикажани на следните два графици: график бр. 3 за јадро 1 и график бр. 4 за јадро 2.

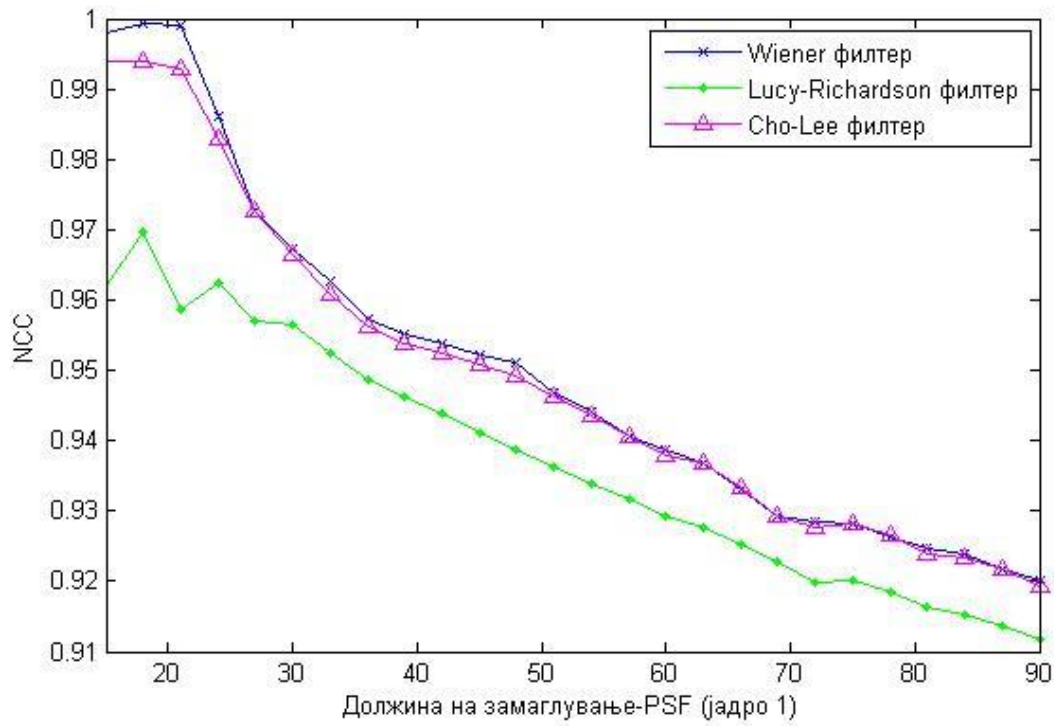


График бр. 3 NCC за проценето јадро на замаглување 1 за Lena.png

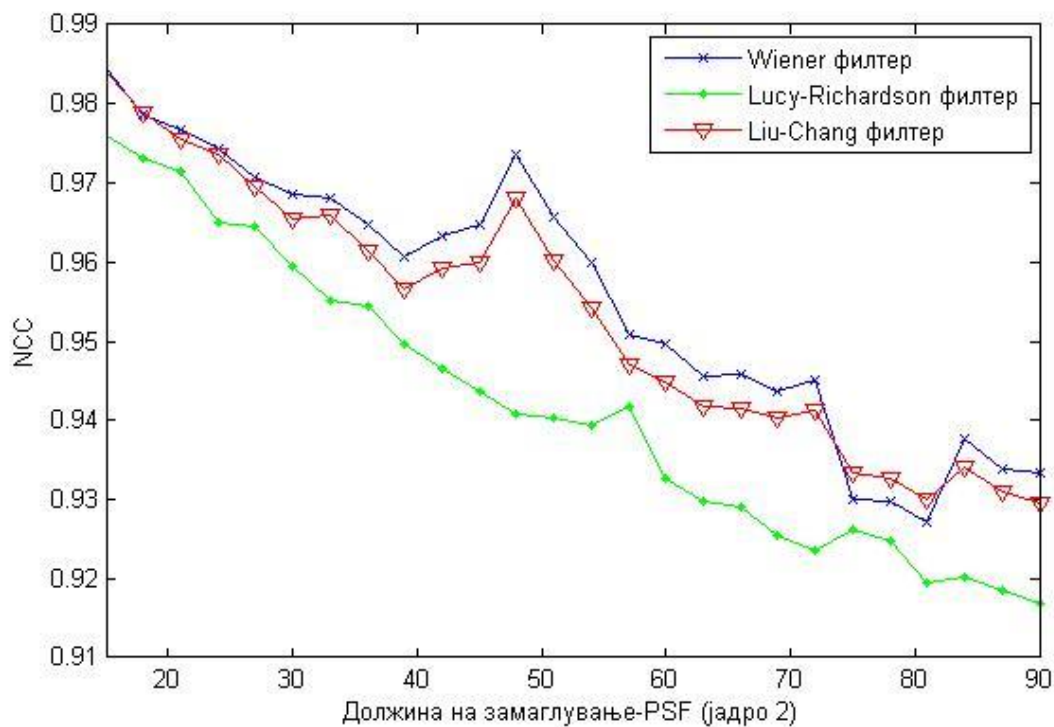


График бр. 4 NCC за проценето јадро на замаглување 2 за Lena.png

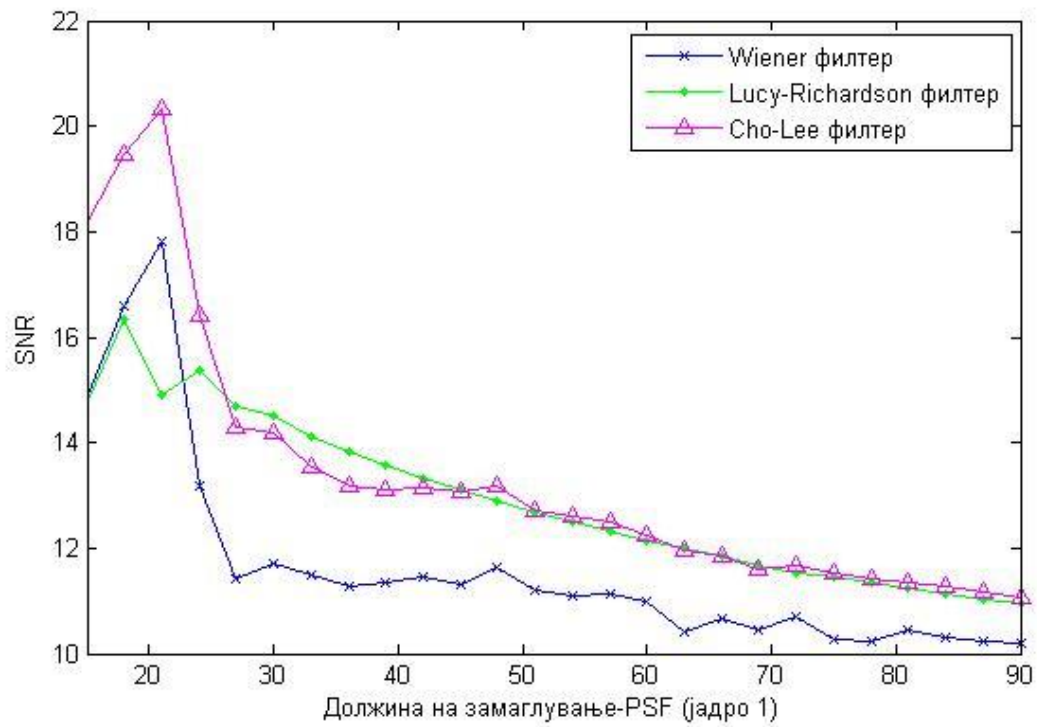


График бр. 5 SNR за проценето јадро на замаглување 1 за Lena.png

На График бр. 5 и График бр. 6 се прикажани добиените резултати за мерката SNR. Кај неа подобар е резултатот што има повисока вредност.

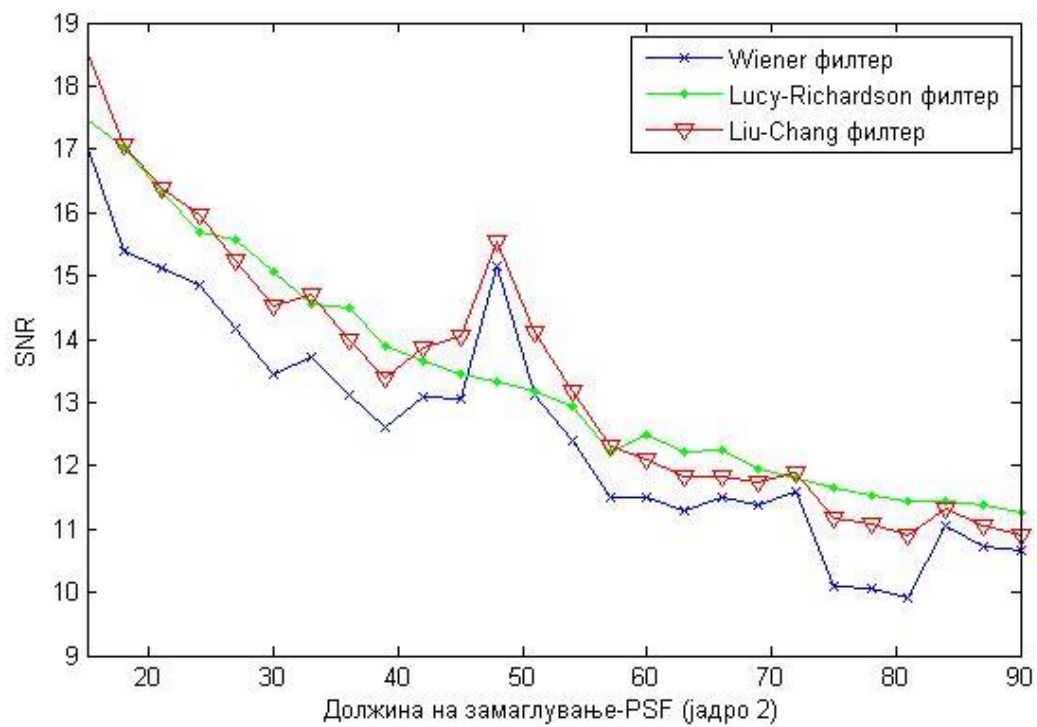


График бр. 6 SNR за проценето јадро на замаглување 2 за Lena.png

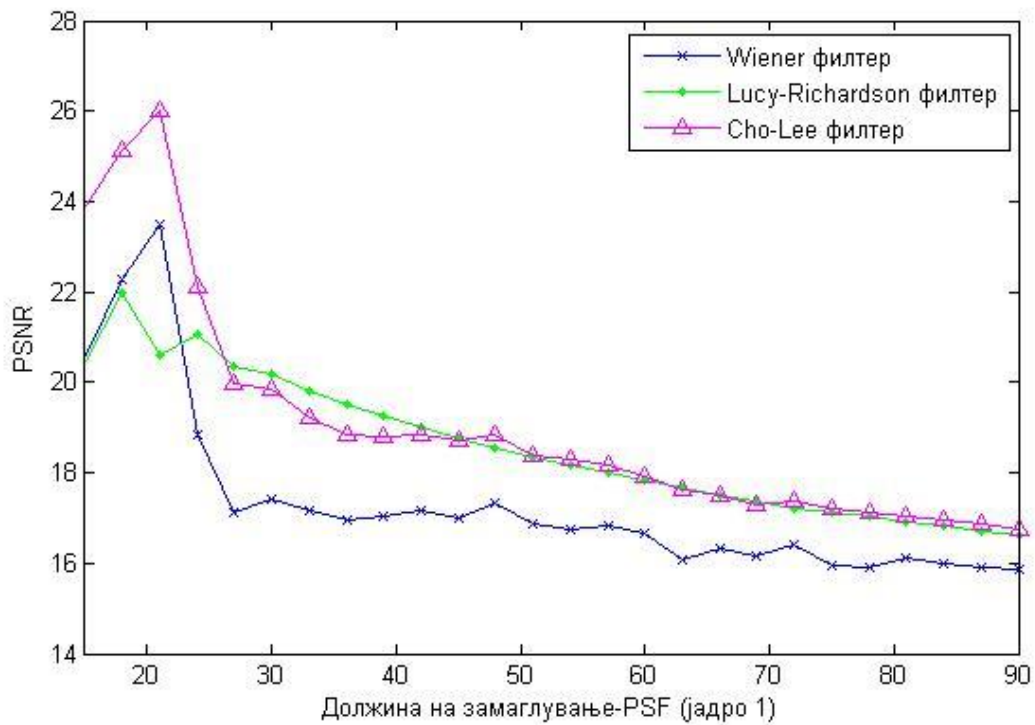


График бр. 7 PSNR за проценето јадро на замаглување 1 за Lena.png

Резултатите за PSNR се прикажани на График бр. 7 и График бр. 8, за двете јадра соодветно. И кај PSNR подобар е резултатот со повисока вредност.

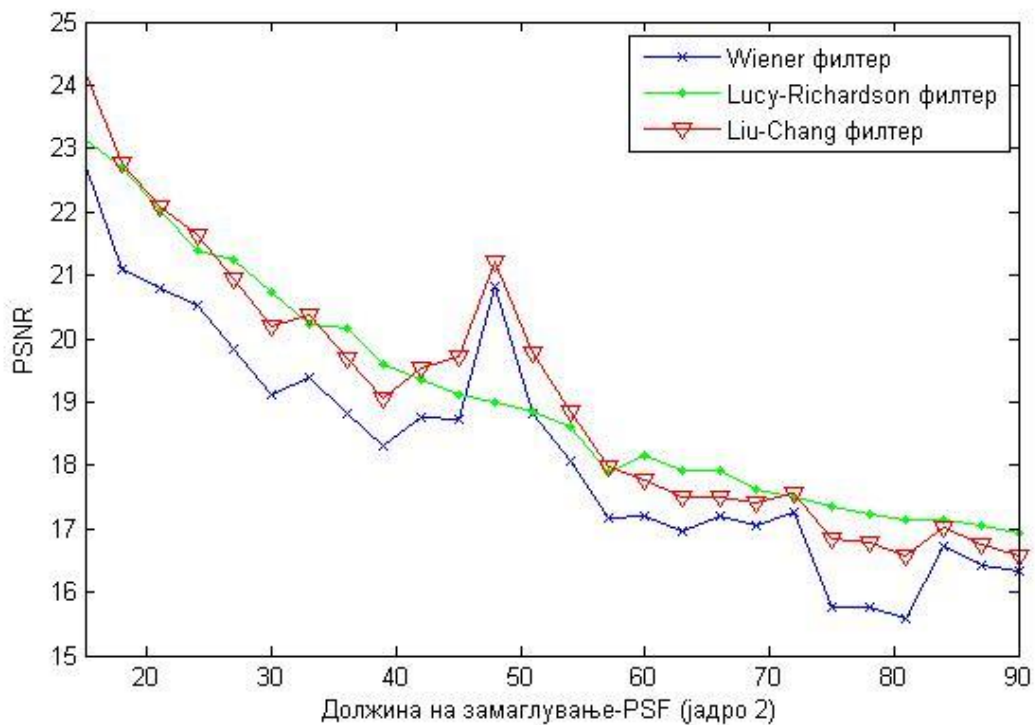


График бр. 8 PSNR за проценето јадро на замаглување 2 за Lena.png

Во продолжение следуваат резултатите за сликата Cameraman.png. Резултатите се добиени на ист начин како и за сликата Lena.png. Резултатите за MSE се прикажани на график бр. 9 и график бр. 10, соодветно за јадро 1 и 2.

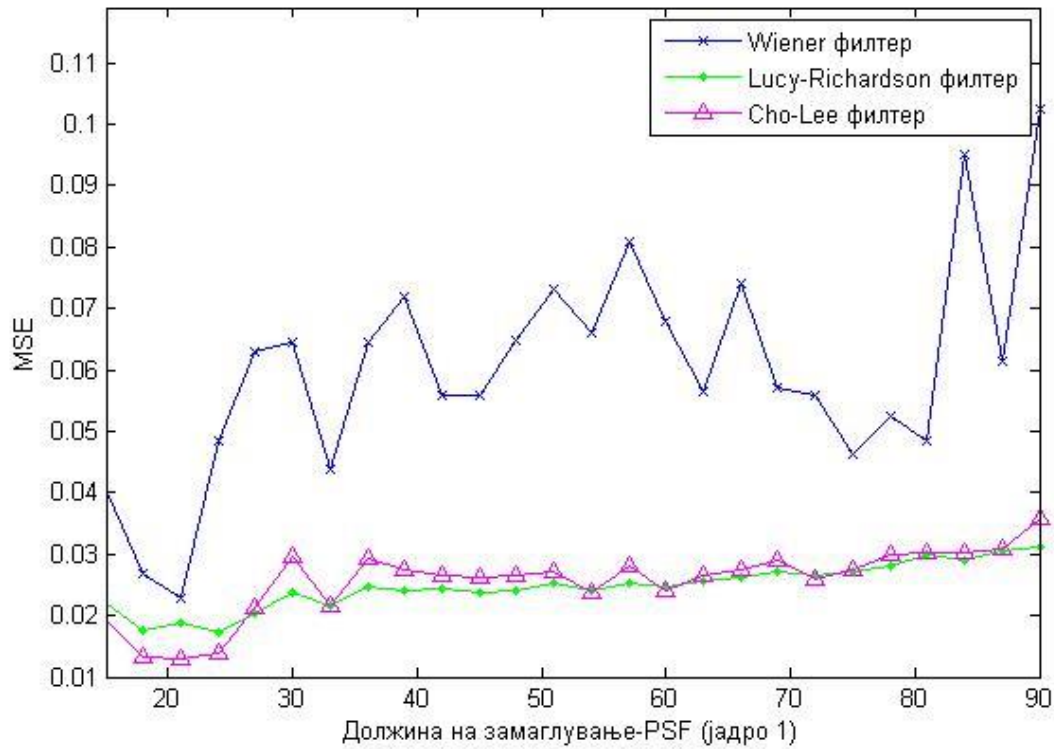


График бр. 9 MSE за проценето јадро на замаглување 1 за Cameraman.png

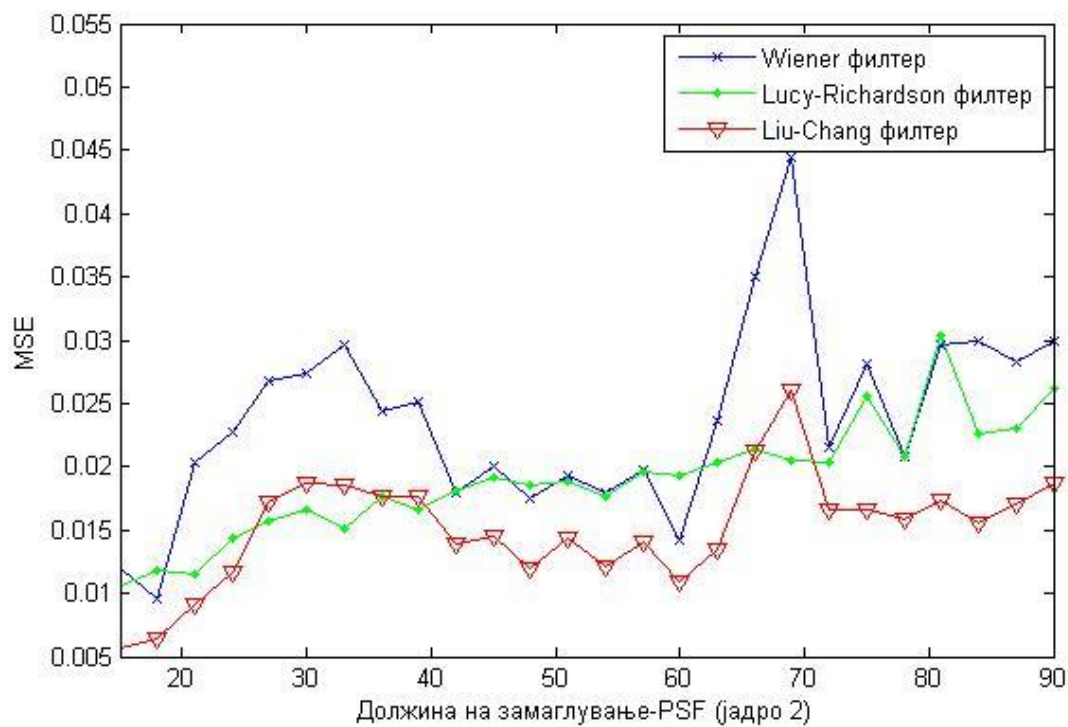


График бр. 10 MSE за проценето јадро на замаглување 2 за Cameraman.png

На графиците бр. 11 и бр. 12 прикажани се резултатите за мерката NCC за сликата Cameraman.png. Кај оваа мерка за квалитет за Cameraman.png се забележуваат подобри резултати за слепите филтри, отколку неслепите, споредено со резултатите добиени за NCC за Lena.png (График бр. 3 и бр. 4).

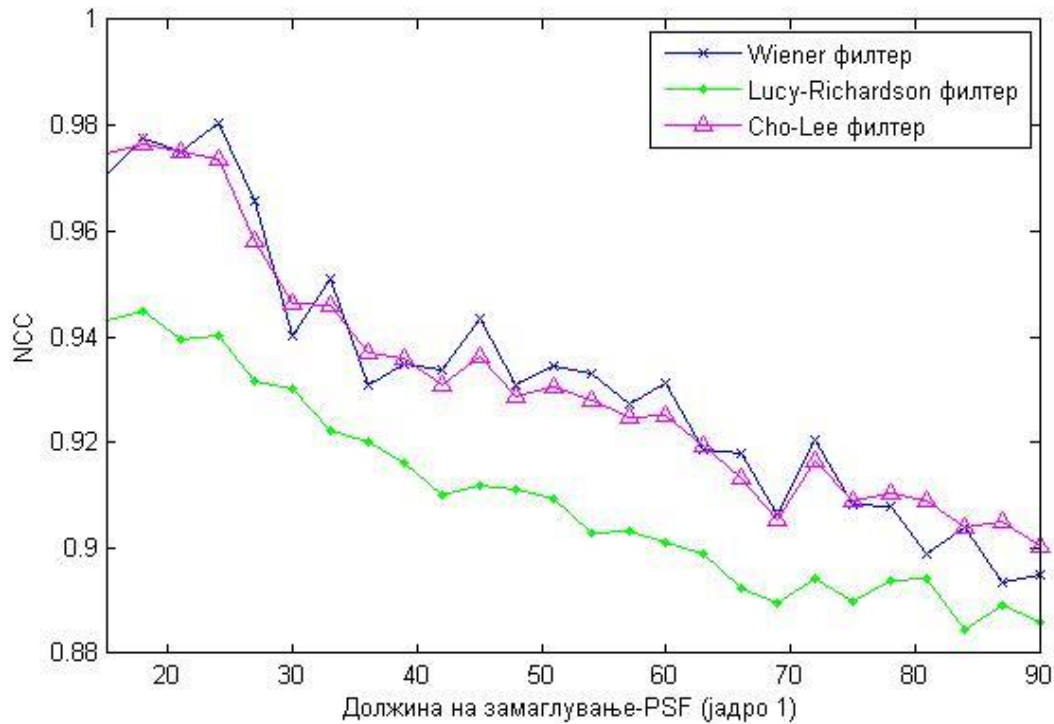


График бр. 11 NCC за проценето јадро на замаглување 1 за Cameraman.png

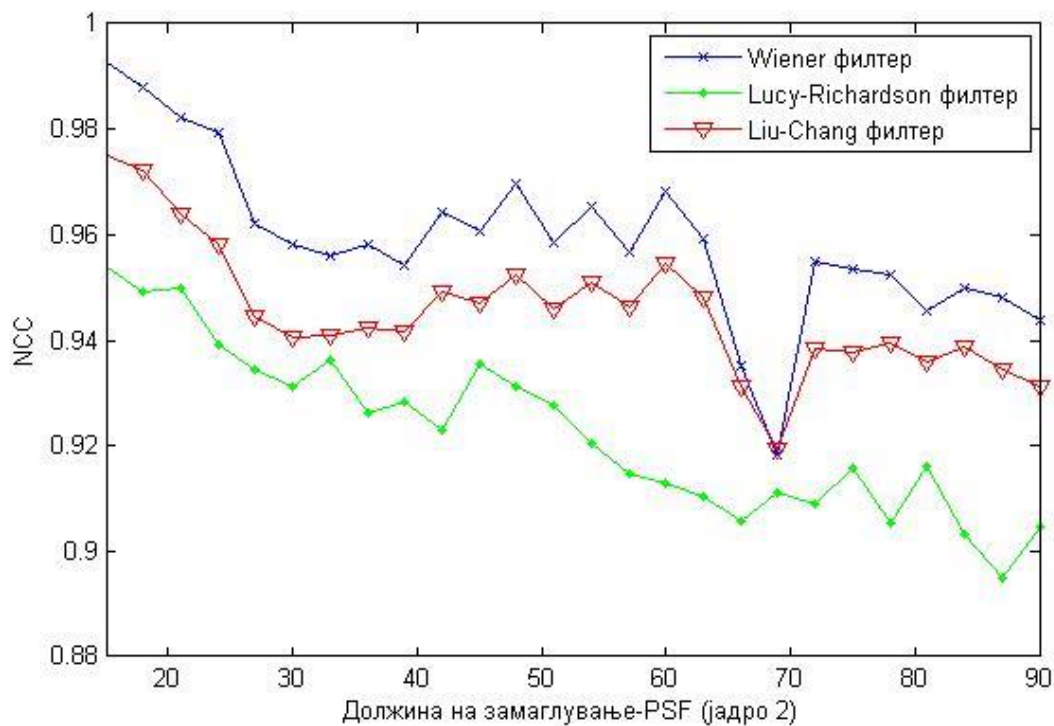


График бр. 12 NCC за проценето јадро на замаглување 2 за Cameraman.png

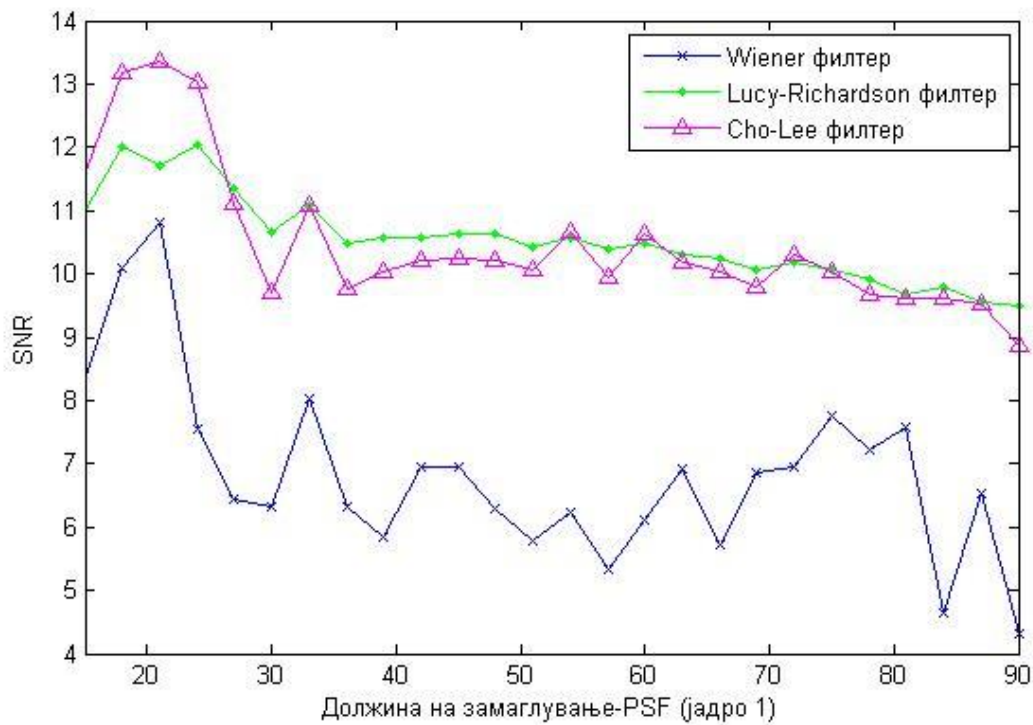


График бр. 13 SNR за проценето јадро на замаглување 1 за Cameraman.png

Резултатите за SNR за Cameraman.png добиени со Liu и Chang филтерот, се многу подобри од резултатите за SNR со останатите филтри. Постојат малку исклучоци во неколку итерации. Ова може да се забележи од графикот бр. 14.

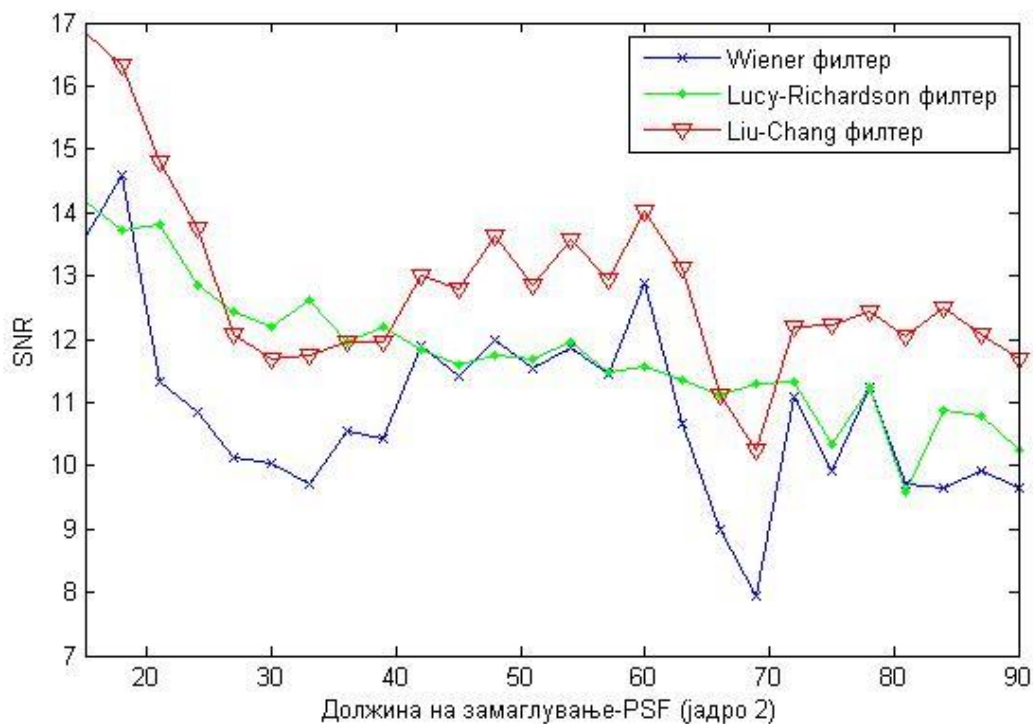


График бр. 14 SNR за проценето јадро на замаглување 2 за Cameraman.png

На следните два графика се прикажани последните резултати за сликата Cameraman.png за целосно референтните мерки за квалитет на слика. Тие се за мерката PSNR, соодветно за јадро 1 на График 15 и јадро 2 на График 16.

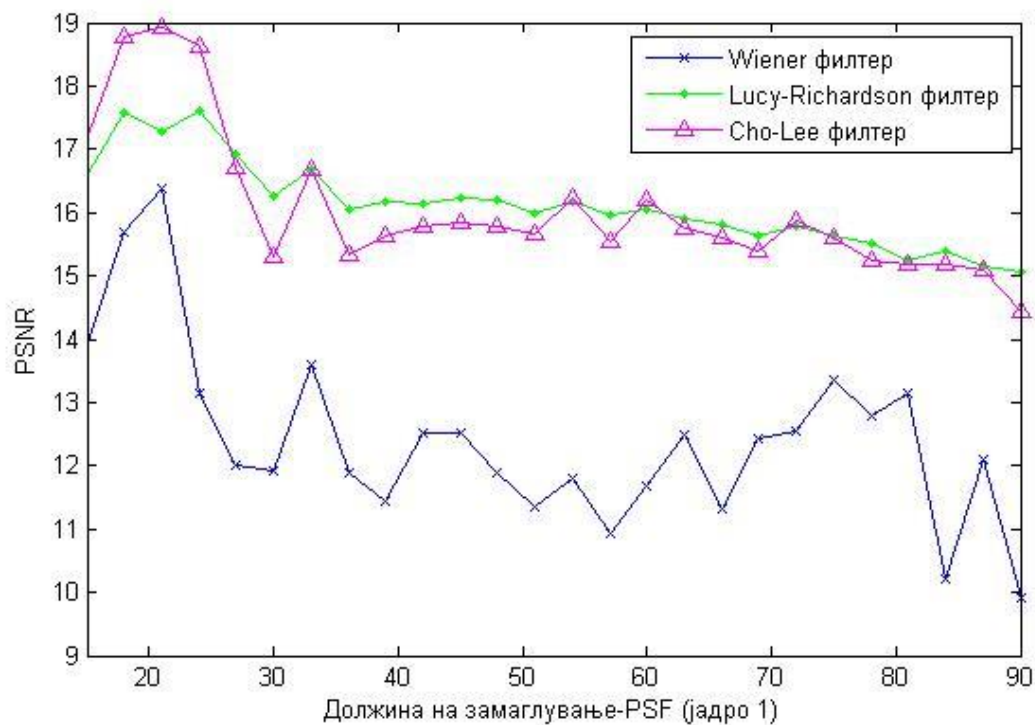


График бр. 15 PSNR за процентото јадро на замаглување 1 за Cameraman.png

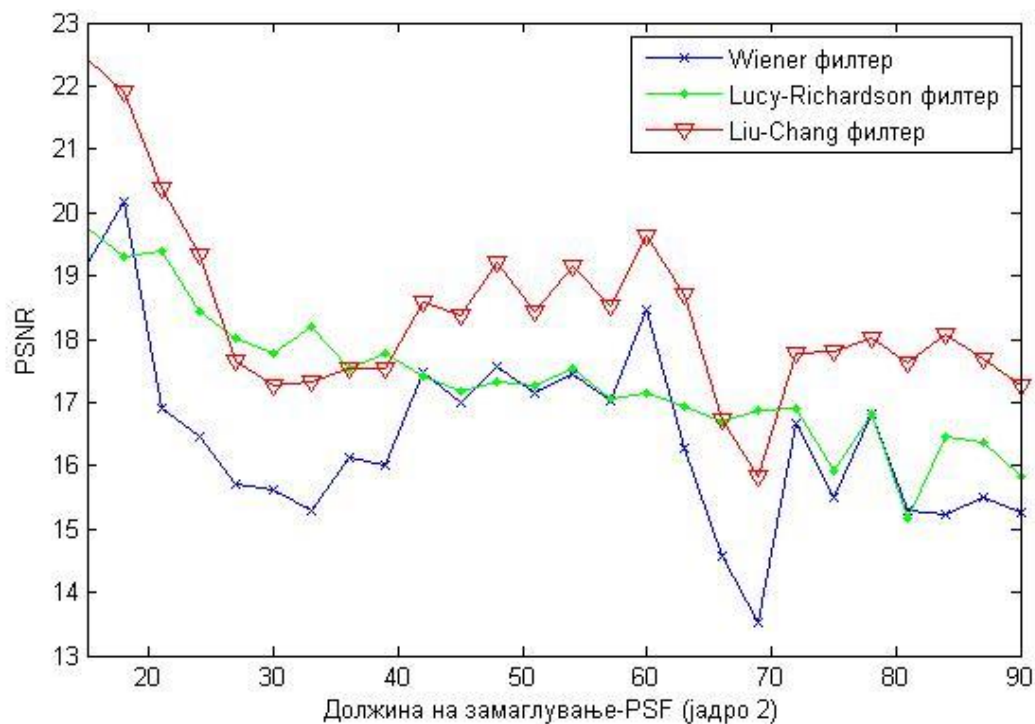


График бр. 16 PSNR за процентото јадро на замаглување 2 за Cameraman.png

Последна слика од тест базата чиј резултати се прикажани е сликата House.png. Добиените резултати за целосно референтните мерки за квалитет, исти како и претходните две слики, се прикажани на графициите во продолжение.

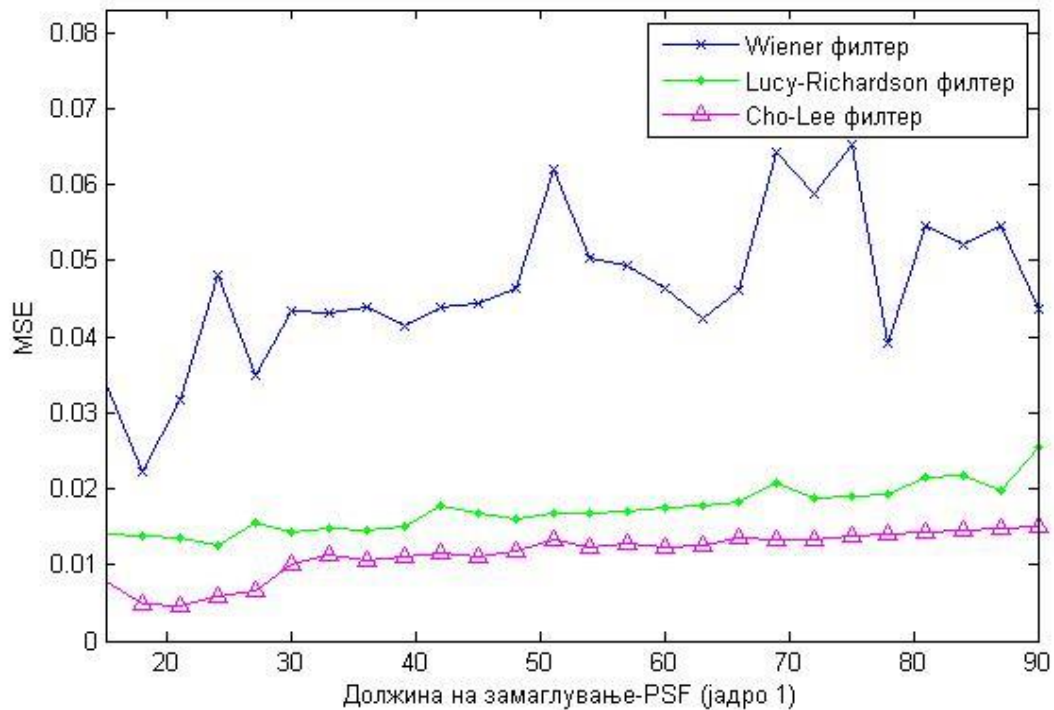


График бр. 17 MSE за проценето јадро на замаглување 1 за House.png

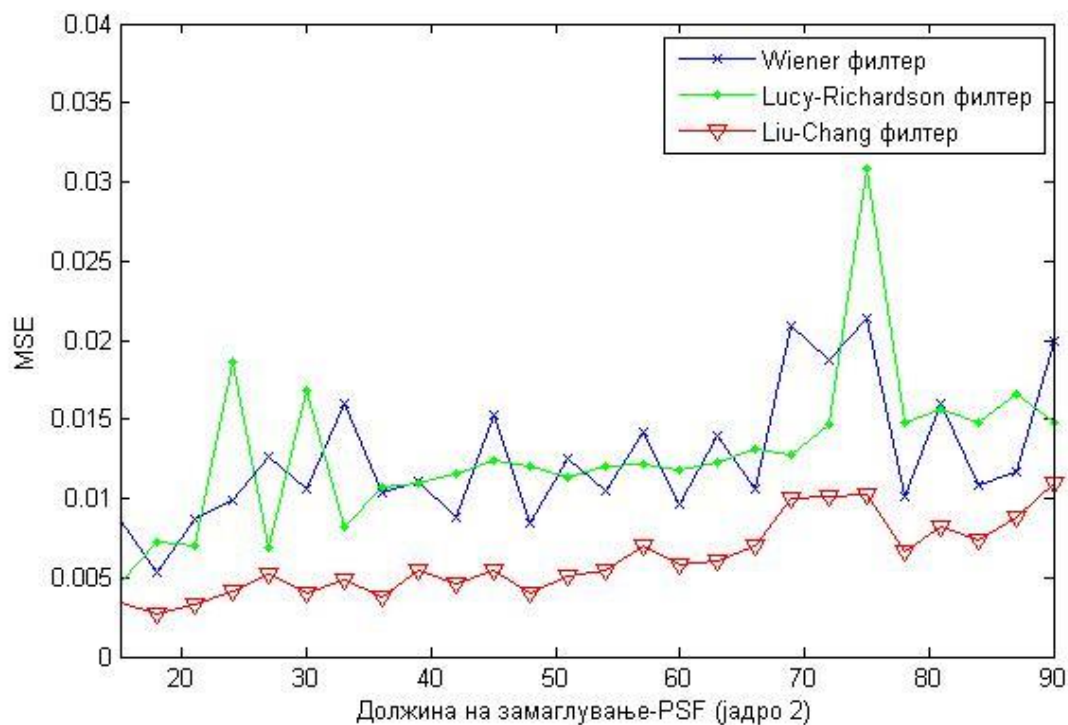


График бр. 18 MSE за проценето јадро на замаглување 2 за House.png

Кај сликата House.png слепите филтри целосно се одделуваат од неслепите по добиените добри резултати. Ова особено се забележува за параметарот MSE (График бр. 17 и 18). Во продолжение се резултатите за NCC.

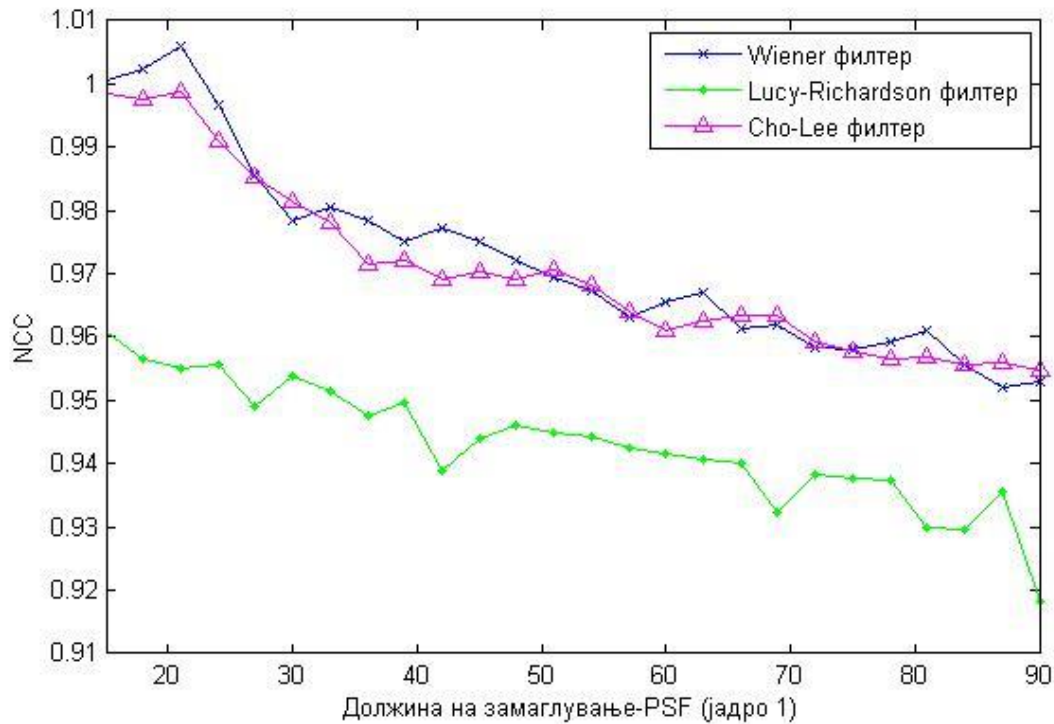


График бр. 19 NCC за процентото јадро на замаглување 1 за House.png

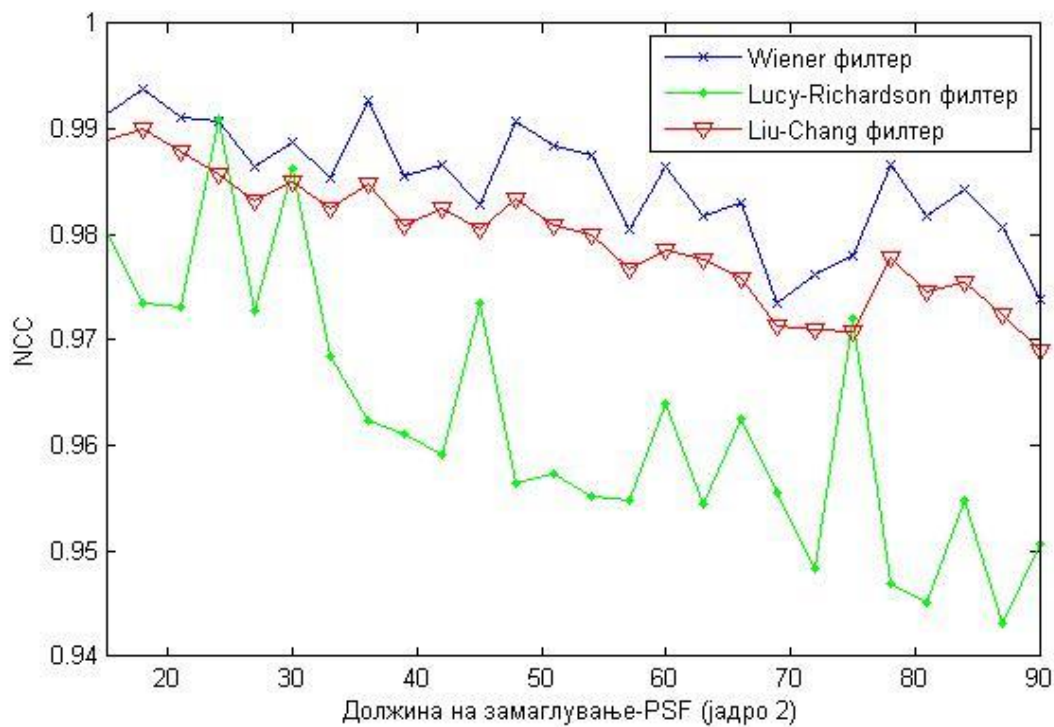


График бр. 20 NCC за процентото јадро на замаглување 2 за House.png

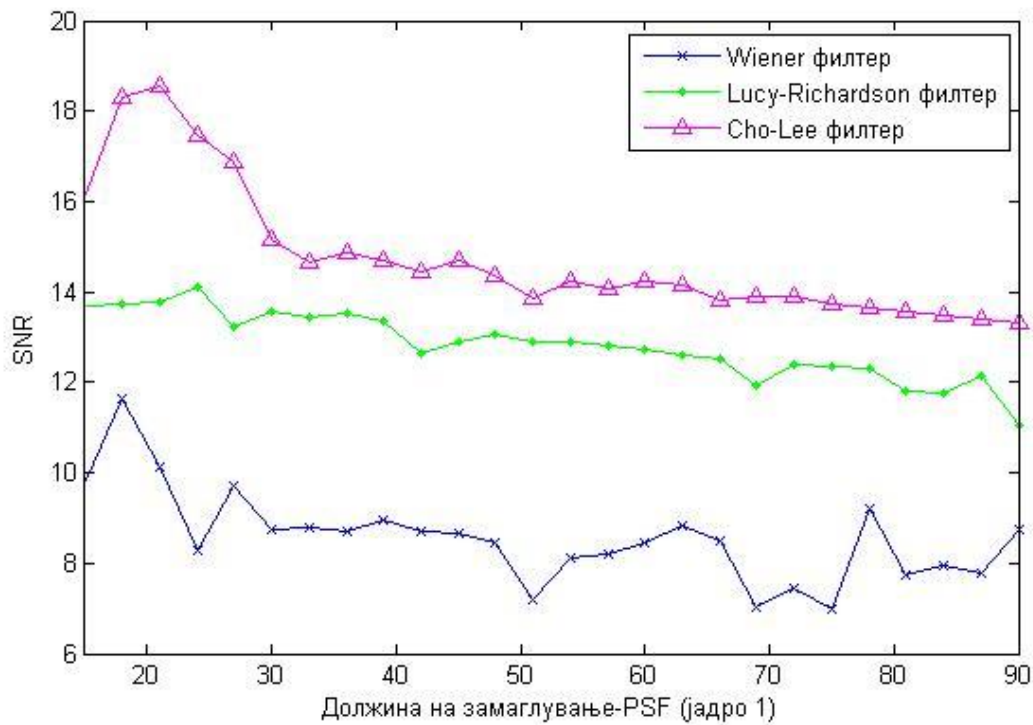


График бр. 21 SNR за проценето јадро на замаглување 1 за House.png

Кај сликата House.png и за мерката SNR, исто како и MSE може да се забележи дека за слепите филтри се добиваат подбри резултати од неслепите филтри за реставрација. Ова се заклучува од График бр. 21 и График бр. 22.

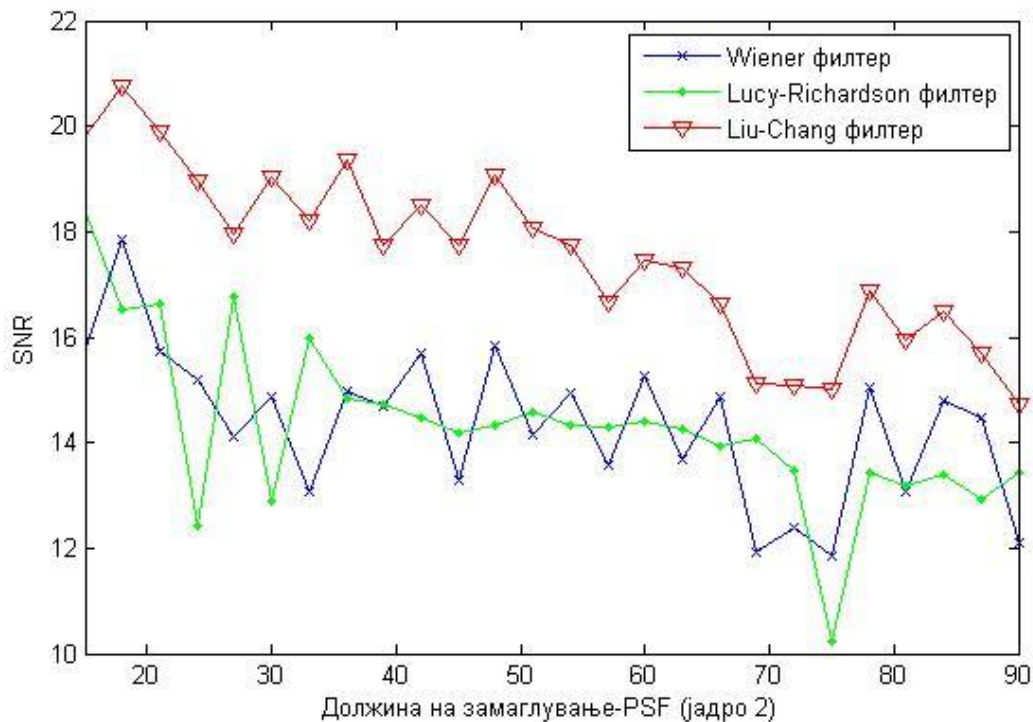


График бр. 22 SNR за проценето јадро на замаглување 2 за House.png

Во продолжение се резултатите за PSNR мерката. Кај неа слепите филтри на Cho и Lee (График бр. 23) и Liu и Chang (График бр. 24) имаат многу подобри резултати. Подетално резултатите се дискутирани во следното поглавје.

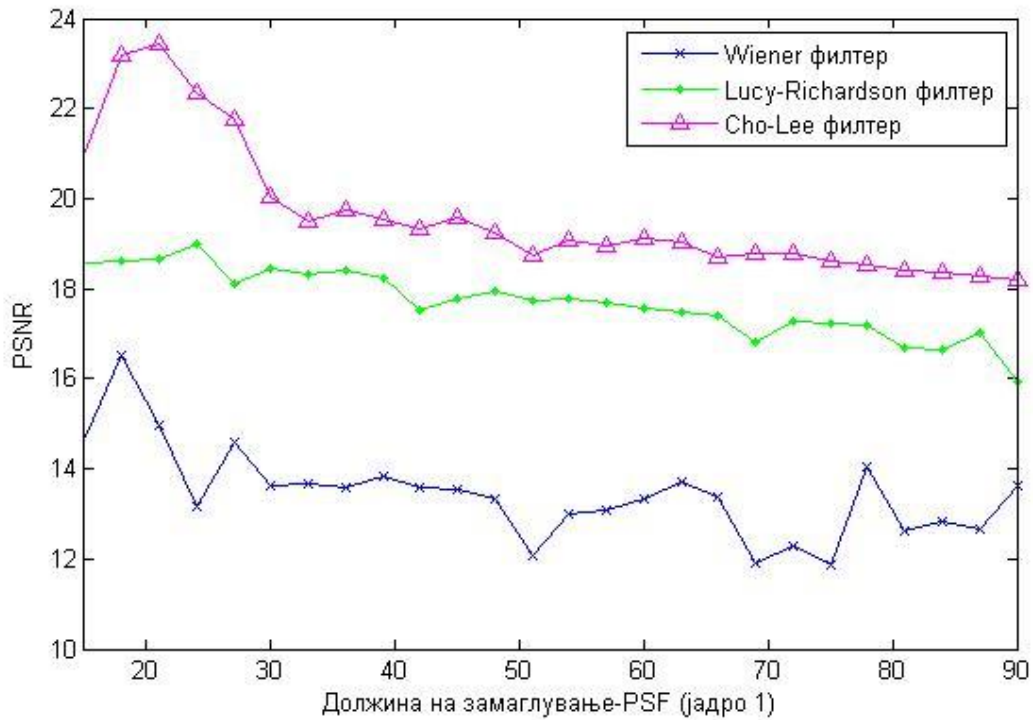


График бр. 23 PSNR за процентото јадро на замаглување 1 за House.png

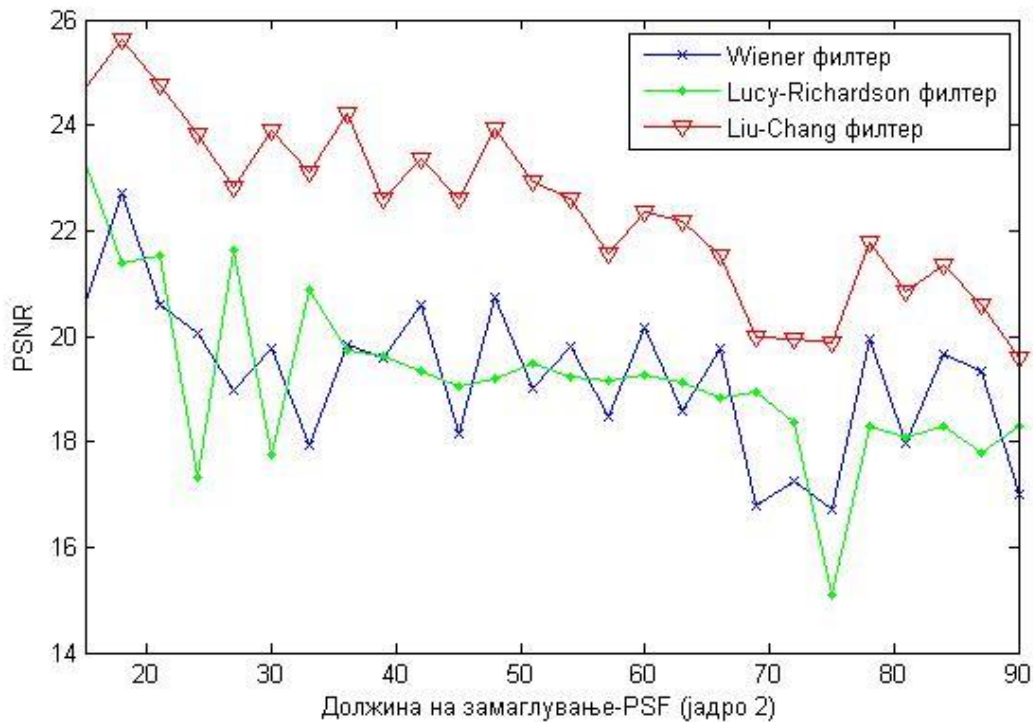


График бр. 24 PSNR за процентото јадро на замаглување 2 за House.png

6.3. Резултати добиени од слепи, неререферентни мерки за квалитет на слика

Слепите, неререферентни мерки за квалитет на слика се релативно нови. Конкретно, тестираните мерки BRISQUE [57] и NIQE [58] се развиени во последните три, односно две години. Ова е само една потврда зошто се тие актуелни и зошто се тестирани при ова истражување. Друга причина зошто се тестирани во текот на истражувањето е затоа што никаде во литературата не е направено тестирање на филтерот на Cho и Lee и филтерот на Liu и Chang со користење на слепите мерки за квалитет на слика. Cho и Lee ефикасноста на својот филтер ја тестирале само со хистограми на рата на грешка и SSD грешка (анг. Sum of Squared Differences). Споредбата ја правеле со филтерот на Shan [9] и Fergus [19]. Во истражувањата на Liu и Chang, пак, воопшто и не е направено тестирање и анализа со која било мерка за квалитет на слика, ниту со референтна, ниту со слепа мерка за квалитет. Тие ефикасноста на својот филтер ја тестирале само во однос на квалитетот на проценетото јадро. Споредбата ја правеле со филтрите на Shan [9] и Xu и Jia [11].

Исто така, никаде во литературата не е направена ниту споредба на филтерот на Cho и Lee со филтерот на Liu и Chang, што уште еднаш го потврдува значењето на истражувањето презентирани во овој магистерски труд.

Резултатите добиени за слепите, неререферентни мерки за квалитет на слика во текот на истражувањето се презентирани во продолжение. Тие се прикажани табеларно, во две табели за секоја тестирана слика: Lena.png (Табела 4 и Табела 5), Cameraman.png (Табела 6 и Табела 7) и House.png (Табела 8 и Табела 9). Во една табела се прикажани резултатите добиени со филтрите за реставрација за едно проценето јадро на замаглување. Така за секоја тест слика, реставрирана со соодветен слеп филтер (Cho-Lee за јадро 1 и Liu-Chang за јадро 2) и неслепите: Wiener и L-R филтри, постои една табела за слепите мерки за квалитет за проценетото јадро 1 и друга табела за слепите мерки за проценетото јадро 2. При анализа на резултатите треба да се земе во предвид фактот дека и кај BRISQUE и кај NIQE подобри резултати се оние кои имаат пониска вредност, односно се поблиску до 0. Колку вредноста е поголема, односно поблиску до 100 (што е максималната можна вредност), толку добиениот резултат е полош.

Табела 4 Слепи мерки за квалитет на слика за Lena.png за јадро на замаглување 1

Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE	Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE
15	Cho и Lee	29,4326	6,3911	54	Cho и Lee	45,8663	7,0150
	Wiener	30,7482	7,8297		Wiener	48,2834	7,2896
	Lucy-Richardson	51,5753	8,6714		Lucy-Richardson	72,2918	8,0260
18	Cho и Lee	31,8845	6,9702	57	Cho и Lee	43,9845	6,5627
	Wiener	34,0008	9,2166		Wiener	42,9625	8,1256
	Lucy-Richardson	58,3548	7,0815		Lucy-Richardson	72,2487	8,1927
21	Cho и Lee	28,4365	6,3264¹⁵	60	Cho и Lee	41,7456	7,7260
	Wiener	28,6806	7,4493		Wiener	48,2218	8,2358
	Lucy-Richardson	59,1006	7,0591		Lucy-Richardson	72,5037	8,3458
24	Cho и Lee	38,4277	7,2688	63	Cho и Lee	52,2748	7,0217
	Wiener	39,7807	8,6014		Wiener	53,3710	7,1023
	Lucy-Richardson	62,8428	7,5958		Lucy-Richardson	72,6478	8,0223
27	Cho и Lee	27,0259¹⁶	6,7445	66	Cho и Lee	53,4105	6,8691
	Wiener	43,5358	8,8036		Wiener	59,9179	7,9951
	Lucy-Richardson	61,0947	7,3823		Lucy-Richardson	73,0314	8,4220
30	Cho и Lee	33,0878	6,4501	69	Cho и Lee	47,1371	7,4439
	Wiener	41,8482	7,4510		Wiener	49,2050	7,8832
	Lucy-Richardson	65,5539	7,6368		Lucy-Richardson	72,9711	7,9607
33	Cho и Lee	42,3576	6,9984	72	Cho и Lee	39,5097	6,7197
	Wiener	44,2288	8,0071		Wiener	49,3697	8,5937
	Lucy-Richardson	66,6249	7,9812		Lucy-Richardson	73,1449	7,9925
36	Cho и Lee	43,1089	6,8612	75	Cho и Lee	40,6178	7,6847
	Wiener	43,9796	9,6365¹⁷		Wiener	53,6165	8,2370
	Lucy-Richardson	68,9035	8,1497		Lucy-Richardson	73,2756	8,1824
39	Cho и Lee	34,1269	7,9286	78	Cho и Lee	51,4505	7,2536
	Wiener	45,4303	8,2155		Wiener	59,2406	7,5318
	Lucy-Richardson	69,1804	7,9337		Lucy-Richardson	74,1791	7,8910
42	Cho и Lee	29,1588	7,0225	81	Cho и Lee	52,9143	7,5248
	Wiener	47,1743	7,4519		Wiener	55,6072	7,9302
	Lucy-Richardson	70,8490	8,1075		Lucy-Richardson	74,3054	8,1585
45	Cho и Lee	31,2604	6,7674	84	Cho и Lee	51,8644	7,7542
	Wiener	47,3406	8,6782		Wiener	42,7616	7,5828
	Lucy-Richardson	69,9711	8,0629		Lucy-Richardson	74,7946	8,7489
48	Cho и Lee	38,7684	7,1549	87	Cho и Lee	54,8535	7,3240
	Wiener	47,6692	8,0816		Wiener	54,0305	7,0226
	Lucy-Richardson	72,3927	8,1411		Lucy-Richardson	74,3697	8,2658
51	Cho и Lee	36,0862	6,6924	90	Cho и Lee	56,2513	7,1551
	Wiener	47,5240	8,2505		Wiener	59,4420	7,2214
	Lucy-Richardson	71,2804	8,0085		Lucy-Richardson	75,2012¹⁸	8,4800

¹⁵ Најдобар резултат за NIQE за слика Lena.png за јадро на замаглување 1.¹⁶ Најдобар резултат за BRISQUE за слика Lena.png за јадро на замаглување 1.¹⁷ Најлош резултат за NIQE за слика Lena.png за јадро на замаглување 1.¹⁸ Најлош резултат за BRISQUE за слика Lena.png за јадро на замаглување 1.

Табела 5 Слепи мерки за квалитет на слика за Lena.png за јадро на замаглување 2

Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE	Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE
15	Liu и Chang	14,0974¹⁹	6,7886	54	Liu и Chang	57,8740	7,6138
	Wiener	51,1638	7,1924		Wiener	82,3238	9,4963
	Lucy-Richardson	51,9599	6,9760		Lucy-Richardson	73,1724	8,5030
18	Liu и Chang	23,7472	7,0956	57	Liu и Chang	59,6688	7,9871
	Wiener	56,6413	7,5841		Wiener	82,2443	9,3354
	Lucy-Richardson	56,4021	7,3670		Lucy-Richardson	74,2150	8,4791
21	Liu и Chang	25,9418	6,9926	60	Liu и Chang	59,8707	8,0614
	Wiener	60,1732	7,9847		Wiener	82,4291	9,1316
	Lucy-Richardson	60,0215	7,4023		Lucy-Richardson	69,1080	8,5245
24	Liu и Chang	37,6632	7,1619	63	Liu и Chang	60,1533	8,2877
	Wiener	64,4604	8,0843		Wiener	83,0024	9,0712
	Lucy-Richardson	60,7965	7,9998		Lucy-Richardson	69,9869	8,3788
27	Liu и Chang	46,6024	6,5280²⁰	66	Liu и Chang	60,1515	8,4093
	Wiener	66,7939	7,9872		Wiener	83,2476	9,0736
	Lucy-Richardson	62,8063	7,9248		Lucy-Richardson	69,1708	8,4507
30	Liu и Chang	53,9798	6,8182	69	Liu и Chang	83,1461	8,4917
	Wiener	68,8820	8,2488		Wiener	70,1078	9,1380
	Lucy-Richardson	63,3545	8,2451		Lucy-Richardson	60,9832	8,5817
33	Liu и Chang	53,7815	6,6448	72	Liu и Chang	61,9581	8,6083
	Wiener	72,0697	8,2728		Wiener	83,1046	9,1828
	Lucy-Richardson	64,2342	8,3510		Lucy-Richardson	70,2619	8,7252
36	Liu и Chang	56,9227	6,5828	75	Liu и Chang	65,7997	8,4042
	Wiener	74,0782	8,5796		Wiener	82,9800	9,0790
	Lucy-Richardson	66,8430	8,6836		Lucy-Richardson	76,7099	8,7577
39	Liu и Chang	58,1178	7,0012	78	Liu и Chang	65,1545	7,8910
	Wiener	75,8225	9,0104		Wiener	83,3641	9,3357
	Lucy-Richardson	66,6571	8,4124		Lucy-Richardson	76,9336	8,6400
42	Liu и Chang	76,8734	8,8347	81	Liu и Chang	65,4999	8,6920
	Wiener	54,8116	7,3236		Wiener	83,4292	9,5047
	Lucy-Richardson	68,3302	8,4410		Lucy-Richardson	69,7687	8,7973
45	Liu и Chang	77,3314	8,8646	84	Liu и Chang	64,6569	8,9820
	Wiener	54,4347	7,3499		Wiener	85,2268	9,7276
	Lucy-Richardson	67,7660	8,4082		Lucy-Richardson	72,3777	9,1242
48	Liu и Chang	79,6550	8,9242	87	Liu и Chang	64,7306	8,6601
	Wiener	51,3078	7,4027		Wiener	85,3862	9,8227²¹
	Lucy-Richardson	69,3048	8,7382		Lucy-Richardson	67,9282	8,7844
51	Liu и Chang	81,5470	9,4706	90	Liu и Chang	65,1609	8,8925
	Wiener	56,5104	7,6360		Wiener	85,3903²²	9,6005
	Lucy-Richardson	69,3654	8,3890		Lucy-Richardson	68,6562	8,9825

¹⁹ Најдобар резултат за BRISQUE за слика Lena.png за јадро на замаглување 2.

²⁰ Најдобар резултат за NIQE за слика Lena.png за јадро на замаглување 2.

²¹ Најлош резултат за NIQE за слика Lena.png за јадро на замаглување 2.

²² Најлош резултат за BRISQUE за слика Lena.png за јадро на замаглување 2.

Табела 6 Слепи мерки за квалитет на слика за Cameraman.png за јадро на замаглување 1

Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE	Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE
15	Cho и Lee	32,3499	8,2131	54	Cho и Lee	58,5964	6,7107
	Wiener	33,5701	10,2385		Wiener	93,5840	41,1081 ²³
	Lucy-Richardson	32,1504	8,5412		Lucy-Richardson	50,3730	9,2713
18	Cho и Lee	28,1046	9,1058	57	Cho и Lee	63,3150	8,7093
	Wiener	43,5338	10,2609		Wiener	99,8365 ²⁴	18,8880
	Lucy-Richardson	28,0781	9,8007		Lucy-Richardson	31,4160	8,7461
21	Cho и Lee	31,7881	7,7388	60	Cho и Lee	62,8837	6,2260
	Wiener	48,4504	7,8433		Wiener	99,4320	25,9976
	Lucy-Richardson	31,4504	8,5155		Lucy-Richardson	64,4840	8,9066
24	Cho и Lee	33,7634	6,7476	63	Cho и Lee	55,0167	8,2971
	Wiener	41,2131	10,9362		Wiener	99,5830	13,4344
	Lucy-Richardson	26,2010 ²⁵	8,0089		Lucy-Richardson	57,1877	8,9942
27	Cho и Lee	51,7329	10,2197	66	Cho и Lee	54,1343	7,3009
	Wiener	74,3898	12,6625		Wiener	99,7000	16,0808
	Lucy-Richardson	29,1346	10,4752		Lucy-Richardson	56,8749	8,1030
30	Cho и Lee	70,8827	8,1396	69	Cho и Lee	43,8702	6,8822
	Wiener	70,9765	13,5215		Wiener	98,1420	19,8908
	Lucy-Richardson	66,5427	10,1234		Lucy-Richardson	44,1070	8,0969
33	Cho и Lee	47,2806	6,2391	72	Cho и Lee	84,8473	7,1185
	Wiener	47,6787	13,6923		Wiener	98,6260	34,7144
	Lucy-Richardson	45,2460	7,6575		Lucy-Richardson	83,9657	7,7019
36	Cho и Lee	69,2843	6,6339	75	Cho и Lee	40,6578	8,1539
	Wiener	70,7943	13,7752		Wiener	61,8487	10,8570
	Lucy-Richardson	67,2325	7,7179		Lucy-Richardson	38,2602	9,2115
39	Cho и Lee	63,0784	6,2620	78	Cho и Lee	42,1427	8,4663
	Wiener	67,5890	11,8539		Wiener	78,4679	14,6095
	Lucy-Richardson	64,0764	7,8864		Lucy-Richardson	29,9432	7,7985
42	Cho и Lee	53,4885	6,0922 ²⁶	81	Cho и Lee	48,7046	9,3791
	Wiener	80,9449	13,9511		Wiener	99,1720	18,4784
	Lucy-Richardson	58,1693	7,9064		Lucy-Richardson	28,5260	7,8994
45	Cho и Lee	60,3244	9,5519	84	Cho и Lee	41,4181	8,5297
	Wiener	80,2788	16,4117		Wiener	99,0020	40,9299
	Lucy-Richardson	66,8450	9,8832		Lucy-Richardson	37,6492	8,4672
48	Cho и Lee	42,6690	6,3062	87	Cho и Lee	35,1725	7,1647
	Wiener	95,0070	37,9449		Wiener	99,7360	17,1505
	Lucy-Richardson	46,0919	7,5192		Lucy-Richardson	29,7725	7,4535
51	Cho и Lee	58,0042	7,5242	90	Cho и Lee	54,1346	8,4566
	Wiener	88,9510	11,4634		Wiener	99,6710	35,4844
	Lucy-Richardson	58,5078	7,6773		Lucy-Richardson	49,0128	6,5296

²³ Најлош резултат за NIQE за слика Cameraman.png за јадро на замаглување 1.²⁴ Најлош резултат за BRISQUE за слика Cameraman.png за јадро на замаглување 1.²⁵ Најдобар резултат за BRISQUE за слика Cameraman.png за јадро на замаглување 1.²⁶ Најдобар резултат за NIQE за слика Cameraman.png за јадро на замаглување 1.

Табела 7 Слепи мерки за квалитет на слика за Cameraman.png, јадро на замаглување 2

Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE	Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE
15	Liu и Chang	29,2537²⁷	8,0629	54	Liu и Chang	39,6091	7,3146
	Wiener	46,1583	9,4690		Wiener	55,8969	10,0071
	Lucy-Richardson	44,9501	8,3829		Lucy-Richardson	56,4705	11,4932
18	Liu и Chang	31,6352	7,9994	57	Liu и Chang	35,8325	7,3864
	Wiener	50,3504	10,0196		Wiener	56,7996	9,2308
	Lucy-Richardson	41,2221	9,4379		Lucy-Richardson	57,1193	11,3518
21	Liu и Chang	32,4407	7,5133	60	Liu и Chang	36,1449	7,0907²⁸
	Wiener	45,4170	8,4179		Wiener	56,7683	10,8182
	Lucy-Richardson	52,7458	10,4009		Lucy-Richardson	54,8875	9,4688
24	Liu и Chang	33,2257	8,7311	63	Liu и Chang	34,0486	6,9219
	Wiener	36,1313	9,7517		Wiener	60,2940	10,4500²⁹
	Lucy-Richardson	55,8390	10,0909		Lucy-Richardson	54,6190	9,1930
27	Liu и Chang	33,5012	8,0294	66	Liu и Chang	34,1111	8,6029
	Wiener	36,0060	8,7846		Wiener	63,5544	8,6710
	Lucy-Richardson	55,5178	9,1687		Lucy-Richardson	56,2079	9,2882
30	Liu и Chang	36,2686	8,2141	69	Liu и Chang	37,9542	7,8374
	Wiener	44,0004	9,3435		Wiener	66,4172³⁰	8,0232
	Lucy-Richardson	57,9817	9,4496		Lucy-Richardson	55,2527	9,1044
33	Liu и Chang	39,4253	8,0122	72	Liu и Chang	36,6770	7,9278
	Wiener	46,6134	8,3861		Wiener	61,5982	8,8336
	Lucy-Richardson	60,4581	9,8234		Lucy-Richardson	56,3283	8,4181
36	Liu и Chang	39,0407	8,7352	75	Liu и Chang	35,5154	8,2418
	Wiener	52,6175	9,4353		Wiener	62,8588	8,2732
	Lucy-Richardson	61,7816	9,9719		Lucy-Richardson	55,9756	8,2499
39	Liu и Chang	40,6854	8,1214	78	Liu и Chang	55,2731	8,6305
	Wiener	51,3154	8,8833		Wiener	59,6083	9,9676
	Lucy-Richardson	62,4526	9,5139		Lucy-Richardson	58,9712	8,5502
42	Liu и Chang	39,4973	6,9443	81	Liu и Chang	55,5742	9,0472
	Wiener	51,3420	8,9374		Wiener	64,9192	9,7159
	Lucy-Richardson	60,7693	9,6542		Lucy-Richardson	36,5658	8,8727
45	Liu и Chang	39,4942	7,9208	84	Liu и Chang	54,0258	8,5843
	Wiener	52,7950	8,5439		Wiener	63,8361	8,7809
	Lucy-Richardson	59,0520	9,1922		Lucy-Richardson	36,3986	9,2658
48	Liu и Chang	41,5517	7,5228	87	Liu и Chang	53,3047	8,6653
	Wiener	55,9267	8,8079		Wiener	61,0718	9,9821
	Lucy-Richardson	57,3651	9,3982		Lucy-Richardson	36,3181	10,3811
51	Liu и Chang	39,0449	7,4659	90	Liu и Chang	53,8374	9,1640
	Wiener	53,8869	9,1402		Wiener	62,0016	8,9914
	Lucy-Richardson	58,7682	9,3742		Lucy-Richardson	40,3058	8,9836

²⁷ Најдобар резултат за BRISQUE за слика Cameraman.png за јадро на замаглување 2.

²⁸ Најдобар резултат за NIQE за слика Cameraman.png за јадро на замаглување 2.

²⁹ Најлош резултат за NIQE за слика Cameraman.png за јадро на замаглување 2.

³⁰ Најлош резултат за BRISQUE за слика Cameraman.png за јадро на замаглување 2.

Табела 8 Слепи мерки за квалитет на слика за House.png, јадро на замаглување 1

Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE	Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE
15	Cho и Lee	20,0653	7,3417	54	Cho и Lee	37,5253	7,6683
	Wiener	85,4600	24,6275		Wiener	92,1720	18,9859
	Lucy-Richardson	29,9227	8,9055		Lucy-Richardson	59,6866	8,4885
18	Cho и Lee	19,1123	7,9028	57	Cho и Lee	27,9625	7,6911
	Wiener	89,0039	16,0827		Wiener	89,2871	22,8976
	Lucy-Richardson	35,3116	8,5356		Lucy-Richardson	58,5386	9,4961
21	Cho и Lee	25,5253	7,7611	60	Cho и Lee	32,1389	8,5928
	Wiener	91,4610	21,0005		Wiener	91,5440	37,9065
	Lucy-Richardson	39,9741	8,6426		Lucy-Richardson	58,4618	9,6125
24	Cho и Lee	25,2803	7,3061	63	Cho и Lee	30,0138	6,6405
	Wiener	93,1660	21,2338		Wiener	93,6220	19,3282
	Lucy-Richardson	42,4492	8,5800		Lucy-Richardson	60,3478	9,1462
27	Cho и Lee	18,7235³¹	6,8300	66	Cho и Lee	31,1885	8,6763
	Wiener	94,0990	24,4159		Wiener	91,5390	22,4356
	Lucy-Richardson	44,7347	8,2769		Lucy-Richardson	61,4431	9,1758
30	Cho и Lee	23,6854	7,2243	69	Cho и Lee	35,1476	6,9208
	Wiener	94,0680	21,2076		Wiener	92,6760	21,7458
	Lucy-Richardson	48,9077	8,5022		Lucy-Richardson	57,0982	9,0882
33	Cho и Lee	24,6186	7,3934	72	Cho и Lee	30,4992	9,2055
	Wiener	91,2460	17,6959		Wiener	93,0540	40,1944³²
	Lucy-Richardson	49,7782	8,8424		Lucy-Richardson	60,1815	9,6703
36	Cho и Lee	22,6788	6,5070	75	Cho и Lee	34,2175	9,6541
	Wiener	93,9670	25,1491		Wiener	91,8660	29,6533
	Lucy-Richardson	50,8262	8,2112		Lucy-Richardson	60,2545	10,3204
39	Cho и Lee	31,6822	6,4437	78	Cho и Lee	31,4014	7,2743
	Wiener	98,4890	20,4824		Wiener	97,3950	28,5299
	Lucy-Richardson	52,9521	8,9146		Lucy-Richardson	60,9921	9,7218
42	Cho и Lee	31,1277	6,3397³³	81	Cho и Lee	31,2666	8,0977
	Wiener	98,5440³⁴	27,7912		Wiener	90,2030	23,7220
	Lucy-Richardson	49,5964	9,5583		Lucy-Richardson	58,2197	9,6068
45	Cho и Lee	22,7568	6,3634	84	Cho и Lee	36,1628	9,0297
	Wiener	95,0960	24,4079		Wiener	92,2210	27,2743
	Lucy-Richardson	52,0903	9,1298		Lucy-Richardson	59,9478	9,3217
48	Cho и Lee	34,9889	8,2349	87	Cho и Lee	31,8733	9,2593
	Wiener	95,2510	16,9520		Wiener	94,3720	32,4213
	Lucy-Richardson	56,1401	8,4772		Lucy-Richardson	63,2615	9,8217
51	Cho и Lee	43,2186	7,4282	90	Cho и Lee	31,9248	8,0668
	Wiener	94,4830	16,8308		Wiener	93,1220	27,4244
	Lucy-Richardson	56,2395	9,2371		Lucy-Richardson	58,6875	9,3382

³¹ Најдобар резултат за BRISQUE за слика House.png за јадро на замаглување 1.

³² Најлош резултат за NIQE за слика House.png за јадро на замаглување 1.

³³ Најдобар резултат за NIQE за слика House.png за јадро на замаглување 1.

³⁴ Најлош резултат за BRISQUE за слика House.png за јадро на замаглување 1.

Табела 9 Слепи мерки за квалитет на слика за House.png, јадро на замаглување 2

Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE	Должина на замаглување	Филтер	BRISQUE	NIQE
15	Liu и Chang	19,3819³⁵	7,8192	54	Liu и Chang	30,7341	8,4249
	Wiener	44,8722	7,9125		Wiener	64,7645	8,7413
	Lucy-Richardson	35,0385	8,8523		Lucy-Richardson	56,8620	9,1787
18	Liu и Chang	21,8675	7,8120	57	Liu и Chang	28,0711	8,4448
	Wiener	50,5455	10,6387³⁶		Wiener	64,5813	8,9733
	Lucy-Richardson	37,7497	8,8682		Lucy-Richardson	57,0768	9,7031
21	Liu и Chang	33,6956	8,4711	60	Liu и Chang	29,7376	8,3459
	Wiener	55,7119	9,6697		Wiener	66,8798	8,8098
	Lucy-Richardson	41,5348	9,3801		Lucy-Richardson	57,9625	10,1699
24	Liu и Chang	42,0083	8,9537	63	Liu и Chang	24,0188	8,5653
	Wiener	59,0348	10,1808		Wiener	68,5966	8,5919
	Lucy-Richardson	47,8864	8,7996		Lucy-Richardson	58,7337	9,9188
27	Liu и Chang	43,1610	8,4275	66	Liu и Chang	34,7736	8,6327
	Wiener	62,2914	9,9638		Wiener	68,3626	9,1261
	Lucy-Richardson	48,4491	9,8268		Lucy-Richardson	60,7792	9,9992
30	Liu и Chang	44,1547	8,6882	69	Liu и Chang	26,5824	7,2309³⁷
	Wiener	63,1539	10,3123		Wiener	69,1358	8,8578
	Lucy-Richardson	54,7069	9,5644		Lucy-Richardson	59,5726	9,8504
33	Liu и Chang	44,2095	8,9820	72	Liu и Chang	27,9754	8,7211
	Wiener	62,2790	10,1817		Wiener	68,4967	8,7383
	Lucy-Richardson	52,0757	9,3717		Lucy-Richardson	58,2021	10,3284
36	Liu и Chang	41,5245	7,9164	75	Liu и Chang	29,1469	8,3804
	Wiener	61,1594	8,1539		Wiener	68,3626	9,6541
	Lucy-Richardson	51,3738	8,8378		Lucy-Richardson	63,3166	8,5308
39	Liu и Chang	36,7967	8,4988	78	Liu и Chang	28,1292	7,4869
	Wiener	61,4141	10,0697		Wiener	70,9170	9,1259
	Lucy-Richardson	51,2676	9,4380		Lucy-Richardson	59,7129	9,9503
42	Liu и Chang	30,3474	8,7807	81	Liu и Chang	23,7039	8,7592
	Wiener	63,8903	9,5722		Wiener	71,1939	9,3910
	Lucy-Richardson	52,9893	10,4818		Lucy-Richardson	59,5263	9,6598
45	Liu и Chang	33,5862	8,5084	84	Liu и Chang	29,6514	7,9012
	Wiener	65,1413	9,8602		Wiener	72,5412³⁸	9,9239
	Lucy-Richardson	55,4981	10,1318		Lucy-Richardson	64,3297	9,1858
48	Liu и Chang	30,8054	8,7545	87	Liu и Chang	25,7734	8,0542
	Wiener	64,7203	9,1190		Wiener	72,1472	9,9380
	Lucy-Richardson	55,4461	9,3105		Lucy-Richardson	60,0635	9,7608
51	Liu и Chang	64,9887	8,4876	90	Liu и Chang	20,8758	7,6419
	Wiener	33,9577	8,4877		Wiener	71,1315	10,2162
	Lucy-Richardson	56,7935	8,5788		Lucy-Richardson	63,2594	9,1528

³⁵ Најдобар резултат за BRISQUE за слика House.png за јадро на замаглување 2.³⁶ Најлош резултат за NIQE за слика House.png за јадро на замаглување 2.³⁷ Најдобар резултат за NIQE за слика House.png за јадро на замаглување 2.³⁸ Најлош резултат за BRISQUE за слика House.png за јадро на замаглување 2.

7. ДИСКУСИЈА

Тестирањата направени во ова истражување покажуваат дека филтрите за слепа деконволуција, кои беа предмет на истражување [8] [65], вршат успешна проценка на јадрото на замаглување. Филтрите, исто така, вршат и слепа деконволуција на замаглените, односно деградираните слики со задоволителен квалитет. Претпоставките на почетокот на истражувањето беа дека слепите филтри овозможуваат, исто така, добар квалитет на сликите при нивната реставрација, како што е претходно потврдено за филтрите за неслепа реставрација. Соодветно на тоа, очекуваните резултатите беа дека за јадрото на замаглување, проценето со филтерот на Cho и Lee, реставрирана слика со најдобар квалитет ќе биде сликата реставрирана со истиот филтер, а не со филтрите за неслепа деконволуција: Wiener и Lucy-Richardson. Соодветно, за второто јадро на замаглување, проценето со филтерот на Liu и Chang, реставрирана слика со најдобар квалитет ќе биде сликата реставрирана со филтерот на Liu и Chang. Притоа, кога се вели *слика со најдобар квалитет* се мисли на слика за која добиените вредности за тестираните мерки за квалитет на слика (и од групата на целосно референтните и од групата на нереферентните) се најблиску до нивните идеални вредности. Од аспект на визуелните резултати, пак, поголема е сличноста меѓу оригиналната слика и сликите реставрирани со слепите филтри за реставрација, отколку со неслепите.

Од визуелните добиени резултати³⁹ може да се забележи дека сите реставрирани слики имаат повеќе визуелни сличности со оригиналната, отколку со деградираната слика. Ова се однесува на сликите реставрирани и со слепите и со неслепите филтри, со проценетите јадра на замаглување 1 (со Cho-Lee филтер) и 2 (со Liu-Chang филтер). На овој начин се потврдува успешноста на процесот на реставрација со сите тестирани филтри во целост. Ако се прави споредба меѓу реставрираните слики добиени со едно проценето јадро, од една иста оригинална слика, тогаш заклучокот е дека подобри се резултатите за сликите реставрирани со слепите мерки за квалитет. На пример, со споредба на реставрираните слики со проценето јадро 1 за Lena.png, прикажани на Слика бр. 16 со соодветните оригинална и деградирана слика со должина на замаглување

³⁹ Презентирани во делот Визуелни резултати.

15, прикажани на Слика бр. 15 претходно, може да се заклучи дека реставрираната слика со Cho-Lee филтерот е визуелно најслична со оригиналната. Со споредба на визуелните резултати прикажани на Слика бр. 17 за проценетото јадро со Liu-Chang филтерот, со Слика бр. 15 може да се заклучи дека најслична со оригиналната слика (Слика бр. 15-а) е сликата реставрирана со Liu-Chang филтерот (Слика бр. 17-а). Слично, со споредба на визуелните резултати за Lena.png за должина на замаглување 30, прикажани на Слика бр. 24, Слика бр. 25 и Слика бр. 26, повторно се доаѓа до ист заклучок дека најслични со оригиналната слика (Слика бр. 24-а) се сликите реставрирани со слепите филтри: Cho-Lee (Слика бр. 25-а) односно со Liu-Chang филтерот (Слика бр. 26-а) соодветно. Колку должината на замаглување има пониска вредност, толку реставрираните слики имаат подобар квалитет. Притоа ова се однесува и на сликите реставрирани со слепите и со неслепите филтри.

Според проценката на прикажаните визуелни резултати, најдобар квалитет имаат сликите реставрирани со слепите филтри за реставрација, како што беше заклучено со анализа на претходните слики, но и сите останати добиени визуелни резултати. Од прикажаните визуелни резултати во делот 6.1. слики со најлош квалитет се сликите реставрирани со Lucy-Richardson филтерот. На пример, ова може да се констатира со споредба на оригиналната и деградирана слика Cameraman.png за должина на замаглување 15 (Слика бр. 18) со реставрираните слики со јадрото на Cho-Lee (Слика бр. 19) и Liu-Chang (Слика бр. 20). На Слика бр. 19 и Слика бр. 20 може да се забележи дека кај реставрираните верзии на сликата Cameraman.png со Lucy-Richardson филтерот постои замаглување, а и нарушување на квалитетот на краевите на сликите. Вакви нарушувања на квалитетот на краевите на сликите е забележан и кај сликата House.png за должина на замаглување 15, прикажана на Слика бр. 22 погоре, кај сликата Cameraman.png за должина на замаглување 30, прикажана на Слика бр. 28 и кај сликата House.png за должина на замаглување 30, прикажана на Слика бр. 31.

Причината зошто за Lucy-Richardson филтерот се добиваат најлоши резултати е веројатно релативно малиот број на итерации. Инаку, за Lucy-Richardson филтерот бројот на итерации при сите тестирања во истражувањето

е 10. Бројот на итерации е ограничен на 10 поради брзината, бидејќи колку бројот на итерации е поголем, толку процесот на деконволуција ќе биде поспор.

Судејќи по визуелниот квалитет на сликите, зад Lucy-Richardson филтерот многу не заостанува ниту Wiener филтерот. Сепак, човечкиот визуелен систем не е доволно моќен за да направи јасна поделба во однос на квалитетот на добиените слики и затоа не можеме да се потпреме само на анализата на прикажаните визуелни резултати. Поради тоа, подобро е квалитетот да биде евалуиран со мерките за квалитет на слика.

Од тестирањата на целосно референтните мерки за квалитет за слика⁴⁰ може да се забележи дека во одредени случаи за неслепите филтри се добиваат подобри резултати. Конкретно за MSE кај **Lena.png** и за јадрото 1, чиј резултати се прикажани на График бр. 1 и за јадрото 2, прикажани на График бр. 2, постојат одредени отстапувања. Тие се забележуваат за поголемите вредности на должината на замаглување. Кога истата е поголема кај јадрото на замаглување 1 најдобри резултати се добиваат за филтерот Lucy-Richardson. За пониските вредности на должината на замаглување за јадрото 1, најдобри резултати се постигнуваат за Cho-Lee филтерот, односно за слепиот филтер за јадрото 1. Ова се гледа на График бр. 1 прикажан во делот 6.2. За јадрото 2 за пониските вредности на должината на замаглување најдобри резултати се забележуваат за Liu-Chang, односно за слепиот филтер тестиран за јадрото 2. За повисоките вредности подобри се резултатите за неслепиот Lucy-Richardson филтер, како што може да се забележи на График бр. 2.

Кај референтната мерка за квалитет NCC за сликата Lena.png за јадрото 1 најдобри се резултатите за Cho-Lee филтерот. Ова е кај пониските вредности на должината на замаглување. За повисоките нејзини вредности во неколку итерации подобар е Wiener филтерот, како што се забележува на График бр. 3 погоре. Идентични се резултатите и за јадрото 2, така што за пониските вредности на должината на замаглување најдобар е слепиот филтер на Liu и Chang, а за повисоките вредности подобар е повторно неслепиот Wiener филтер. Ова се забележува на График бр. 4 во делот 6.2.

⁴⁰ Прикажани претходно во делот 6.2.

За истата слика-Lena.png за јадрото 1 за мерката за квалитет SNR најдобар е Cho-Lee филтерот во сите итерации (График бр. 5). За јадрото 2 за SNR (График бр. 6) најдобри се резултатите повторно за слепиот Liu-Chang филтер. Отстапување од ова има во само неколку итерации и тоа за повисоки вредности на должината на замаглување. Резултатите за PSNR се идентични како и за SNR за двете јадра за сликата Lena.png (График бр. 7 и График бр. 8).

Во продолжение се анализирани резултатите за референтните мерки за квалитет на сликата **Cameraman.png**. За јадрото 1 за MSE (График бр. 9) за мали вредности на должината на замаглување, најдобар е Cho-Lee филтерот. Кога должината на замаглување ја надминува вредноста 60 постои совпаѓање на резултатите на Cho-Lee и Lucy-Richardson филтерот. За јадрото 2 (График бр. 10) во сите итерации убедливо најдобри се резултатите за Liu-Chang филтерот.

За јадрото 1 за NCC (График бр. 11) исто добри се резултатите на Cho Lee и Wiener филтрите бидејќи постои нивно совпаѓање во најголемиот број на итерации. Кај NCC за јадрото 2 (График бр. 12) во сите итерации најдобар е Wiener филтерот. Ова е единственото отстапување од очекувањата при истражувањето, односно единствен случај каде во сите итерации резултатите за неслеп филтер се подобри од резултатите за слепиот филтер. Добиените резултати за SNR и PSNR за јадрото 1, прикажани соодветно на График бр. 13 и График бр. 15, за ниски вредности на должината на замаглување најдобри се за Cho-Lee филтерот, а кај повисоките постои совпаѓање меѓу Cho-Lee филтерот и Lucy-Richardson. За проценетото јадрото 2 за Cameraman.png тестираната слика, како што се забележува на График бр. 14 и График бр. 16, најдобар е слепиот Liu-Chang филтер во целост, за сите должини на замаглување.

За сликата **House.png** добиени се резултати кои најмногу се совпаѓаат со очекуваните. Така, за јадрото 1 за MSE, SNR и PSNR мерките, добиени се резултати најблиску до идеалните вредности за Cho-Lee филтерот. Добиените резултати за нив се прикажани на График бр. 17, График бр. 21 и График бр. 23 соодветно. Делумно отстапување од очекуваното има за NCC мерката за квалитет, каде резултатите за Cho Lee и Wiener филтрите се совпаѓаат. Тоа може да се воочи од График бр. 19. Најблиски вредности до оригиналните за MSE, SNR и PSNR добиени за проценетото јадро 2, се забележуваат кај Liu-Chang

филтерот. Соодветните добиени резултати за MSE за јадрото 2 за сликата House.png се презентирани на График бр. 18. За SNR резултатите се прикажани на График бр. 22, а за PSNR на График бр. 24. Отстапување постои за NCC мерката, каде во одредени итерации најдобри се резултатите за Wiener филтерот. Ова се воочува од анализа на График бр. 20.

Ако се сумираат сите добиени и анализирани резултати за целосно референтните мерки за квалитет на слика, може да се констатира дека тестираните слепи филтри за деконволуција даваат исто толку добри резултати како и неслепите, најчесто користени филтри. Со ова се исполнети првичните очекувања. Дури во поголемиот број од тестирањата, кај слепите филтри се забележуваат и подобри резултати. Ова е само потврда на фактот дека замаглените слики самите во себе содржат богати информации за јадрото на замаглување. Доколку при слепа деконволуција истото добро се процени, замаглената слика може да се реставрира многу подобро отколку со неслепа деконволуција. Резултатите за целосно референтните мерки за квалитет на слика помогнаа при потврдата на алтернативните хипотези. Конкретно со анализа на овие добиени резултати се потврдени првите четири алтернативни хипотези: H_{A1} , H_{A2} , H_{A3} и H_{A4} . Последната алтернативна хипотеза H_{A5} се дискутира и докажува во продолжение, со анализирање на резултатите добиени за слепите мерки за квалитет на слика-BRISQUE и NIQE.

Освен ова, со резултатите за целосно референтните мерки за квалитет се потврдени и претпоставките на Cho и Lee од една страна и на Liu и Chang од друга страна. Тие во основа понудиле два различни начини за BID. Cho и Lee во нивниот филтер поаѓаат од претпоставката дека силните рабови на замаглена слика можат да обезбедат релевантни информации за проценката на јадрото на замаглување. Проучувањето на тоа како спектарот на сликата како оператор конволуција се менува пред и по замаглувањето е имплементирано во конвексниот регулизатор на замагленост на јадрото на Liu и Chang, кој беше објаснет претходно во магистерскиот труд. Со резултатите на ова истражување нивниот регулизатор се покажа како навистина моќен и ефикасен за проценување на PSF кај линеарно моторно движење. Филтерот на Cho и Lee и нивниот пристап на BID проблемот, исто така, се покажа како ефикасен.

Тестираните неререферентни, слепи мерки за квалитет на слика⁴¹ се само дополнителна потврда на поставените хипотези на почетокот на истражувањето. Најдобрите и најлошите резултати за секоја мерка, во секоја табела соодветно се означени. Ова е со цел уште при анализирањето на табелите во кои се презентирани резултатите за неререферентните мерки да се воочат најдобрите резултати. За слепата мерка BRISQUE за сликата **Lena.png** за јадрото 1, за поголемиот број на должини на замаглување најдобри се резултатите за Cho-Lee филтерот. Овие резултати се прикажани во Табела 4. Отстапување постои само за должината на замаглување $l = 57$, $l = 84$ и $l = 87$. За овие должини подобри се резултатите за Wiener филтерот. За $l = 57$ разликата меѓу резултатите за Cho-Lee и Wiener филтерот е сосема мала: BRISQUE=43,9845 за Cho-Lee, а BRISQUE=42,9625 за Wiener. Сосема мала е разликата и за $l = 87$, каде за Cho-Lee е добиен резултат BRISQUE=54,8535, а за Wiener филтерот BRISQUE=54,0305. Поради малата разлика може да кажеме дека во овие итерации не постои отстапување од очекуваниот резултат, туку негово совпаѓање со Wiener филтерот. За јадрото 2 на истата слика-Lena.png резултатите се прикажани во Табела 5. Од неа се забележува дека кај BRISQUE мерката постојат отстапувања од очекуваните резултати за пет должини на замаглување. Притоа за должините: $l = 42$, $l = 45$, $l = 48$ и $l = 51$ подобри се резултатите за Wiener, а за должината $l = 69$ подобри се резултатите за Lucy-Richardson. За сите други должини на замаглување најдобри се резултатите за Liu-Chang филтерот. Генерално земено, за сликата Lena.png за BRISQUE слепата IQA најдобри резултати се добиени за Cho-Lee кај јадрото 1, односно за Liu-Chang филтерот за јадрото 2. Општиот заклучок за сликата Lena.png е дека за BRISQUE подобри се резултатите за слепите филтри.

Кај истата слика-Lena.png за NIQE мерката за јадрото 1 (Табела 4), најдобри резултати се добиваат за Cho-Lee филтерот. Отстапување постои само за $l = 84$ и $l = 87$, каде подобри се резултатите за Wiener филтерот. Бидејќи разликите се повторно мали, може да се каже дека за овие должини постои совпаѓање на резултатите на Cho-Lee и Wiener филтерот. За јадрото 2 (Табела 5) само за четири должини на замаглување се добиени најдобри резултати за Wiener

⁴¹ Резултатите за неререферентните, слепи мерки за квалитет се презентирани во делот 6.3. погоре.

филтерот. За сите други најдобри се резултатите за Cho-Lee. Сепак разликите не се големи. Поради ова, за сликата Lena.png со анализа на резултатите од Табела 4 и Табела 5 може да се извлече заклучок дека најдобри резултати и за BRISQUE и за NIQE слепите мерки се добиваат за тестираните слепи филтри.

За сликата **Cameraman.png** за проценетото јадро 1, како што може да се види од табела 6 постојат повеќе отстапувања од очекуваните за BRISQUE мерката. За првите три должини на замаглување: $l = 15$, $l = 18$ и $l = 21$ постои совпаѓање на резултатите за Cho-Lee и Lucy-Richardson. Во дури 14 итерации за Lucy-Richardson филтерот се добиваат подбри резултати, отколку за Cho-Lee филтерот. За BRISQUE мерката за јадрото 1 на сликата Cameraman.png (Табела 6), резултатите за Wiener филтерот многу се разликуваат од останатите. За нив се добиваат високи вредности, што говори за лошиот квалитет на слика реставрирана со овој филтер. Тоа може да се забележи и од прикажаните визуелни резултати претходно. За јадрото 2 за Cameraman.png (Табела 7), кај BRISQUE отстапување од очекуваните резултати постои само за четири итерации. Во нив најдобри се резултатите за Lucy-Richardson филтерот.

Кај NIQE мерката, пак, за јадрото 1 на сликата Cameraman.png (Табела 6) најдобри се резултатите за Cho-Lee филтерот. Остапување постои само во четири итерации, но тоа е мало и за јавува за повисоките должини на замаглување: $l = 78$, $l = 81$, $l = 84$ и $l = 87$. На пример, за $l = 78$ вредноста добиена за NIQE за Cho-Lee филтерот е $NIQE=8,4663$, а за Lucy-Richardson филтерот е $NIQE=7,7985$, додека резултатот за Wiener филтерот се разликува повеќе. За јадрото 2 за NIQE (Табела 7) генерално најдобри се резултатите за Liu-Chang. Единствено во три итерации, за $l = 78$, $l = 81$ и $l = 90$ подобри се резултатите за Lucy-Richardson. Овие отстапувања исто така се занемарливо мали. На пример, за $l = 78$ добиената вредност за Liu-Chang филтерот е $NIQE=8,6305$, додека за Lucy-Richardson е $NIQE=8,5502$ или пак за $l = 81$, каде вредноста за Liu-Chang е $NIQE=9,0472$, а за Lucy-Richardson $NIQE=8,8727$. Затоа ќе кажеме дека резултатите се совпаѓаат, а не отстапуваат од очекуваните.

Кај сликата **House.png** за слепите мерки за квалитет и за проценетото јадро 1 со Cho-Lee филтерот и за проценетото јадро 2 со Liu-Chang филтерот најлоши се резултатите за сликите реставрирани со Wiener филтерот. Ова соодветно се

забележува од Табела 8 и Табела 9. Најдобри резултати, без ниеден исклучок, се добиваат слепите филтри: Cho-Lee за првото проценето јадро и соодветно Liu-Chang за второто проценето јадро.

Со резултатите за нереперентните мерки за квалитет на слика BRISQUE и NIQE се потврди и последната, петта алтернативна хипотеза H_{A5} . Докажувајќи ги сите алтернативни хипотези, поставени на почетокот на истражувањето, аналогно се отфрлаат нултите хипотези. Тие се однесуваа на претпоставката дека јадрото на замаглување не може ефикасно да се процени со BID, дека слепата реставрација на слики не е ефикасна и дава полоши резултати за разлика од неслепата реставрација на слики. Уште дека сликите реставрирани со BID алгоритмите визуелно се со послаб квалитет и многу се разликуваат со оригиналната слика, за разлика од сликите реставрирани со алгоритмите за неслепа деконволуција. Друга нулта хипотеза се оденсуваше на тоа дека целосно реперентните мерки за квалитет на слика, тестирани за сликите реставрирани со BID алгоритмите, имаат поголеми отстапувања од идеалните вредности, споредено со резултатите за сликите реставрирани со алгоритмите за неслепа деконволуција и дека нереперентните мерки за квалитет на слика, тестирани за сликите реставрирани со BID алгоритмите, имаат полоши резултати, споредено со резултатите за сликите реставрирани со алгоритмите за неслепа деконволуција. Со нивно отфрлање, а прифаќање на дефинираните алтернативни хипотези, се потврдија очекувањата дека слепите филтри за реставрација се навистина ефикасни. Со нив можат да се добијат добри резултати, кои се компаративни со оние кои се добиваат со неслепите филтри. Резултатите од истражувањето покажуваат дека во поголемиот број на случаи резултатите за слепите филтри се и супериорни во однос на неслепите. Со тоа се докажува добрата и ефикасна проценка на јадрото на замаглување, што кај слепата деконволуција е најзначајниот почетен процес при реставрацијата.

8. ЗАКЛУЧОК

Истражувањето имаше за цел да го потврди тврдењето дека проблемот на слепа деконволуција може да се реши со користење на информации од теоретски концепт. За независниот сигнал, односно слика се смета дека самата во себе содржи одредени корисни информации. Фокусот беше ставен на неколку интересни предизвици во обид да се потврдат предложените нови решенија за нив. Предизвиците при истражувањето вклучуваат: *истражување на робустни слепи филтри за деконволуција на слика, слепо проценување на параметарски облик на PSF при линеарно моторно движење, одредување на ефикасноста и квалитетот на реставрираните слики со користените филтри, предлагање начин на нивно подобрување и нивна споредба со неслепите филтри за деконволуција*. Конкретно, беа испитувани острите рабови како корисна информација на сликата кај филтерот за слепа деконволуција на Cho и Lee, како и спектралните карактеристики на сликата како корисна информација кај филтерот за слепа деконволуција на Liu и Chang. Ова се два филтри за слепа деконволуција развиени во последните неколку години (филтерот на Liu и Chang е развиен минатата година) чија ефикасност во литературата е споредена само со мал број на други слепи филтри и мал број на целосно референтни мерки за квалитет на слика.

За да се направи споредба меѓу филтрите за слепа и филтрите за неслепа деконволуција, во истражувањето беа тестирани и филтрите за неслепа деконволуција: Wiener и Lucy-Richardson. Тие како PSF ги користат соодветните јадра на замаглување, проценети со тестираните слепи филтри за деконволуција. Квалитетот на реставрираните слики со филтрите за слепа деконволуција во истражувањето се одредува со користење на мерки за квалитет на слика од групата на референтни, но и слепи, нерелевантни мерки за квалитет. Никаде во литературата не е направена споредба на филтерот на Cho и Lee со филтерот на Liu и Chang, ниту пак нивно тестирање со било која мерка за квалитет на слика од групата на нерелевантните мерки, што уште еднаш го потврдува значењето на истражувањето презентирани во овој магистерски труд.

Проучувањето на тоа како спектарот на сликата како оператор конволуција се менува пред и по замаглувањето е имплементирано во конвексниот

регулизатор на замагленост на јадрото на Liu и Chang. Со резултатите на ова истражување нивниот регулизатор се покажа како навистина моќен и ефикасен за проценување на PSF кај линеарно моторно движење. Емпириските резултати за референтните мерки за квалитет: MSE, NCC, SNR и PSNR за тестираните слики укажуваат на тоа дека за одредена класа на остри слики, проблемот на слепа деконволуција може да се реши преку избегнување на итеративно заедничко минимизирање. Всушност, BID проблемот може да биде решлив со користење на само две пресметковни стабилни постапки: прво проценка на јадрото на замаглување, а потоа враќање на остра слика од слепата деконволуција, како што е направено во филтерот на Cho и Lee. Кај филтерот на Liu и Chang постои итеративно заедничко минимизирање. Поради тоа и поради тоа што тие не користат брзи Фуријеви трансформации-FFT во нивниот филтер, истиот е поспор од сите други тестирани филтри за слепа и неслепа деконволуција. Заклучокот до кој дојдовме при истражувањето во однос на пресметковната ефикасност е дека брзината на слепите филтри за реставрација понекогаш може да претставува проблем.

Cho и Lee во нивниот метод поаѓаат од претпоставката дека силните рабови на замаглена слика можат да обезбедат релевантни информации за проценката на јадрото на замаглување. Со тестирањата во ова истражување и овој начин се потврди како добро решение за справување со BID проблемот. Со претпоставка може да се определат бараните карактеристики на оригиналната слика, со користење на проценетото јадро во еден повторлив процес на одмаглување. Со истражувањето се потврди дека избегнувањето на скапи приоритети е, исто така, добро решение за BID, особено за справување со големи и сложени замаглувања. Од особена важност е да се истакне дека Cho и Lee, како и Liu и Chang во своите истражувања ефикасноста на предложените филтри не ја одредуваат со референтните мерки за квалитет на слика кои се тестирани во ова истражување.

Од анализата на добиените резултати се заклучува сека јадрото на замаглување може ефикасно да се процени со филтрите за слепа деконволуција. Исто така, дека слепата деконволуција на слики е ефикасна и дава подобри резултати за разлика од неслепата реставрација (или барем исти).

Уште може да се заклучи дека сликите реставрирани со BID алгоритамите се визуелно подобри и послични со оригиналната слика, за разлика од сликите реставрирани со алгоритамите за неслепа деконволуција. Како и дека, целосно референтните мерки за квалитет на слика имаат вредности поблиску до идеалните, споредено со резултатите за сликите реставрирани со алгоритамите за неслепа деконволуција (или барем исти). Отстапување од последната претпоставка постои само за два случаи, кои беа споменати при дискусијата. Со ова се потврдени првите четири алтернативни хипотези дефинирани на почетокот на истражувањето. Со анализата на слепите мерки за квалитет на слика се потврдува и последната алтернативна хипотеза. Таа се однесуваше на тоа дека нереперентните мерки за квалитет на слика, тестирани за сликите реставрирани со BID алгоритамите, ќе имаат подобри резултати, за разлика од резултатите за сликите реставрирани со алгоритамите за неслепа деконволуција.

Целокупниот заклучок од истражувањето е дека со слепата деконволуција на слики, исто така, се добиваат добри резултати, како и со неслепата. Како што беше споменато и претходно, во повеќето случаи и подобри. Ако се земе во предвид фактот дека јадрото на замаглување во најголем број на реални случаи не е достапно, тогаш разбирливо е зошто слепата деконволуција сè почесто се користи. Филтрите за слепа деконволуција: Cho-Lee и Liu-Chang кои се имплементирани и тестирани во ова истражување се добра замена за старите, неслепи Wiener и Lucy-Richardson филтри, кои се вградени како готови функции за реставрација на слики во MATLAB програмскиот пакет.

9. КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА (REFERENCES)

- [1] Patrizio Campisi and Karen Egiazarian "BLIND IMAGE DECONVOLUTION", 2007 by Taylor & Francis Group, LLC.
- [2] D. Li, and S. Simske, "Atmospheric turbulence degraded-image restoration by kurtosis minimization," IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, vol. 6, no. 2, pp. 244-247, 2009.
- [3] M. S. C. Almeida and L. B. Almeida, "Blind and semi-blind deblurring of natural images" IEEE Transactions on Image Processing, vol. 22, no. 6, pp. 2101-2114, 2013.
- [4] E. Faramarzi, D. Rajan, and M. P. Christensen, "Unified blind method for multi-image super-resolution and single/multi-image blur deconvolution," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 19, no. 1, pp. 36-52, 2009.
- [5] X. Yuquan, W. Lu, H. Xiyuan, and P. Silong, "Single-image blind deblurring for non-uniform camera-shake blur", Proc. 11th Asian conference on Computer Vision Daejeon, Korea, pp. 336-348, 2013.
- [6] B. Amizic, S. Babacan, R. Molina, A. Katsaggelos, "Sparse Bayesian blind image deconvolution with parameter estimation," in European Signal Processing Conference, 2010.
- [7] S. Babacan, R. Molina, A. Katsaggelos, "Variational Bayesian blind deconvolution using a total variation prior," IEEE Trans. Image Proc., vol. 18, pp. 12–26, 2009.
- [8] S. Cho, S. Lee, "Fast Motion Deblurring," ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH ASIA 2009), vol. 28, 2009.
- [9] Q. Shan, J. Jia, A. Agarwala, "High-quality motion deblurring from a single image," ACM Trans. Graph., vol. 27, 2008.
- [10] C. Wang, L. Sun, Z. Chen, J. Zhang, S. Yang, "Multi-scale blind motion deblurring using local minimum," Inverse Problems, vol. 26, 2010.
- [11] L. Xu, J. Jia, "Two-phase kernel estimation for robust motion deblurring," in ECCV, 2010.
- [12] M. Almeida, M. Figueiredo, "Deconvolving images with unknown boundaries using the alternating direction method of multipliers," IEEE Trans. Image Proc., vol. 22, 2013.

- [13] A. Khan, and H. Yin, "Efficient blind image deconvolution using spectral non-gaussianity," *Integrated Computer-Aided Engineering*, vol. 19, no. 4, pp. 331-340, 2012.
- [14] Patric Muller, *Image restoration – Blind deconvolution for noised Gaussian blur*, Master Thesis, Eidgenossische Technische Hochschule Zurich, 2008.
- [15] Gradshteyn, I. S. and Ryzhik, I. M. *Tables of Integrals, Series, and Products*, 6th ed. San Diego, CA: Academic Press, p. 1114, 2000.
- [16] Higham, N. J. "Matrix Norms." §6.2 in *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*. Philadelphia: Soc. Industrial and Appl. Math., 1996.
- [17] Golub, G. H. and Van Loan, C. F. *Matrix Computations*, 3rd ed. Baltimore, MD: Johns Hopkins, 1996.
- [18] Gradshteyn, I. S. and Ryzhik, I. M. "Hessian Determinants." §14.314 in *Tables of Integrals, Series, and Products*, 6th ed. San Diego, CA: Academic Press, p. 1069, 2000.
- [19] R. Fergus, B. Singh, A. Hertzmann, S. T. Roweis, and W. T. Freeman, "Removing camera shake from a single photograph," *ACM Trans.Graph.* 25(3), 787–794, 2006.
- [20] *Regularization Tools A Matlab Package for Analysis and Solution of Discrete Ill-Posed Problems*, Version 4.1 for Matlab 7.3, Per Christian Hansen Informatics and Mathematical Modelling Building 321, Technical University of Denmark DK-2800 Lyngby, Denmark, p.25-33, 2008.
- [21] D. Marr and E.Hildreth. "Theory of Edge Detection". *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, Vol. 207, No. 1167, pp. 187-217, February 1980.
- [22] H.P.Kramer and J.B.Bruckner. *Iterations of a non-linear transformation for enhancement of digital images*. *Pattern Recognition*, 1975.
- [23] S. Osher and L.I.Rudin. *Feature-oriented image enhancement using shock filters*. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1990.
- [24] M. Breuß, J. Weickert, *A shock-capturing algorithm for the differential equations of dilation and erosion*. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, Vol. 25, 187-201, 2006.
- [25] L.Alvarez, L.Mazorra, *Signal and image restoration using shock filters and anisotropic diffusion*. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 31:590-605,1994.

- [26] I. Daubechies, R. Devore, M. Fornasier, C. S. Gunturk “Iteratively reweighted least squares minimization for sparse recovery,” *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 63, pp. 1-38, 2009.
- [27] J. Cai, H. Ji, C. Liu, and Z. Shen, “High-quality curvelet-based motion deblurring from an image pair,” in *Proc. IEEE Conf. On Computer Vision and Pattern Recognition*, 2009.
- [28] L. Yuan, J. Sun, L. Quan, and H. Shum, “Image deblurring with blurred/noisy image pairs,” in *Proc. ACM SIGGRAPH 2007*, *ACM Trans. Graph.* 26, No. 3, 2007.
- [29] J. Jia, “Single image motion deblurring using transparency,” in *Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2007.
- [30] N. Joshi, R. Szeliski, and D. Kriegman, “PSF estimation using sharp edge prediction,” in *Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2008.
- [31] J. Cai, H. Ji, C. Liu, and Z. Shen, “Blind motion deblurring from a single image using sparse approximation,” in *Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2009.
- [32] Yangqing Jia and Trevor Darrell, *Heavy-tailed Distances for Gradient Based Image Descriptors*, UC Berkeley EECS and ICSI, 2011.
- [33] J. McNames, Portland State University ECE 4/557, *Multivariate Optimization Ver. 1.14*, 2014.
- [34] Włodzimierz Kasprzak, *BLIND DECONVOLUTION OF TIMELY ORRELATED SOURCES BY GRADIENT DESCENT SEARCH*, Warsaw University of Technology, Institute of Control and Computation Engineering, *Image Processing & Communications*, vol.9, no.1, pp.33-52, 2005.
- [35] Utkarsh Srivastava and Sachin Grover, *Improvements in Blind Image Restoration*, Department of Computer Science and Engineering National Institute of Technology Rourkela Rourkela – 769 008, India, May 2010.
- [36] Hui Huang, Uri Ascher, *Faster gradient descent and the efficient recovery of images*, *Vietnam Journal of Mathematics* manuscript, November 2013.
- [37] Doel, K.v.d., Ascher, U.: *The chaotic nature of faster gradient descent methods*. *J. Scient. Comput.* DOI10.1007/s10915-011-9521-3, 2011.
- [38] J. Barzilai and J. Borwein. *Two point step size gradient methods*. *IMA J. Num. Anal.*, 8:141–148, 1988.

- [39] MONEY, J. H., AND KANG, S. H. Total variation minimizing blind deconvolution with shock filter reference. *Image and Vision Computing* 26, 2, 302–314, 2008.
- [40] A. C. Bovik, *Handbook of Image and Video Processing*. New York: Academic, 2005.
- [41] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, and T. G. Stockham, —Nonlinear Filtering Of Multiplied and Convolved Signals, *Proceedings of the Institute of Electrical and Electronics Engineers*, vol. 56, no. 8, pp. 1264-1285, 1968.
- [42] M. M. Sondhi, —Image Restoration - Removal of Spatially Invariant Degradations, *Proceedings of the IEEE*, vol. 60, no. 7, pp. 842-853, 1972.
- [43] Aftab Khan and Hujun Yin, Senior Member, IEEE, Efficient Blind Image Deblurring with Gradient Descent Based Kurtosis Maximization, The University of Manchester, Manchester, M13 9PL, UK , 2014.
- [44] R. C. Gonzalez, and R. E. Woods, —*Digital Image Processing*, *Prentice-Hall Inc*, 2002.
- [45] J. Biemond, R. L. Lagendijk, and R. M. Mersereau, “Iterative methods for image deblurring,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 78, no. 5, pp. 856-883, 1990.
- [46] T. G. Stockham, T. M. Cannon, and R. B. Ingebretsen, —Blind Deconvolution through Digital Signal-Processing, *Proceedings of the IEEE*, vol. 63, no. 4, pp. 678-692, 1975.
- [47] T. G. Stockham, —Image Processing In Context of a Visual Model, *Proceedings of the IEEE*, vol. 60, no. 7, pp. 828-842, 1972.
- [48] S. Tan, and T. Savoie, *Blind Deconvolution Techniques for Image Deblurring*, Project Report, 2002.
- [49] M. R. Banham and A. K. Katsaggelos. Digital image restoration. *IEEE Signal Process. Mag.*, 14(2):24–41, 1997.
- [50] W. H. Richardson, —Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration, *Journal of the Optical Society of America*, vol. 62, no. 1, pp. 55-59, 1972.
- [51] D. Kundur, and D. Hatzinakos, —A Novel Blind Deconvolution Scheme for Image Restoration Using Recursive Filtering, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 2, pp. 375-390, Feb, 1998.
- [52] G. R. Ayers, and J. C. Dainty, —Iterative Blind Deconvolution Method and Its Applications, *Optics Letter*, vol. 13, no. 7, pp. 43-64, 1988.

- [53] B. L. K. Davey, R. G. Lane, and R. H. T. Bates, —Blind Deconvolution of Noisy Complex-Valued Image, *Optics Communications*, vol. 69, no. 5-6, pp. 353-356, Jan, 1989.
- [54] A. M. Eskicioglu, and P. S. Fisher, —Image Quality Measures and Their Performance, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, no. 12, pp. 2959-2965, Dec, 1995.
- [55] D. Brunet, E. R. Vrscay, and Z. Wang, “On the mathematical properties of the structural similarity index,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 21, no. 4, pp. 1488-1499, 2012.
- [56] Z. Wang, and A. C. Bovik, “A universal image quality index,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 9, no. 3, pp. 81-84, Mar, 2002.
- [57] A. Mittal, A. K. Moorthy, and A. C. Bovik, “No-reference image quality assessment in the spatial domain,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 21, no. 12, pp. 4695-4708, 2012.
- [58] A. Mittal, R. Soundararajan, and A. C. Bovik, “Making a "Completely blind" Image quality analyzer,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 20, no. 3, pp. 209-212, 2013.
- [59] R. Soundararajan and A. C. Bovik, “RRED indices: Reduced reference entropic differencing for image quality assessment,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 21, no. 2, pp. 517–526, Feb. 2011.
- [60] W. O. Frank, W. L. Daniel, F. B. Ronald, and W. C. Charles, *NIST handbook of mathematical functions*: Cambridge University Press, 2010.
- [61] CHAN, T. F., AND WONG, C.-K. Total variation blind deconvolution. *IEEE Trans. Image Processing* 7, 3, 370–375, 1998.
- [62] TOMASI, C., AND MANDUCHI, R. 1998. Bilateral filtering for gray and color images. In *Proc. ICCV* 839–846, 1998.
- [63] LEVIN, A., WEISS, Y., DURAND, F., AND FREEMAN, W. 2009. Understanding and evaluating blind deconvolution algorithms. In *Proc. CVPR* 2009.
- [64] LEVIN, A., FERGUS, R., DURAND, F., AND FREEMAN, W. T. Image and depth from a conventional camera with a coded aperture. *ACM Trans. Graphics* 26, 3, article no. 70, 2007.
- [65] Guangcan Liu, Shiyu Chang, and Yi Ma, Blind Image Deblurring by Spectral Properties of Convolution Operators, *Image Processing, IEEE Transactions on* (Volume:23 , Issue: 12), pp 5047 – 5056, Dec. 2014.

- [66] Y.-L. You and M. Kaveh, "Fourth-order partial differential equations for noise removal," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 9, no. 10, pp. 1723–1730, 2000.
- [67] A. Levin, Y. Weiss, F. Durand, and W. T. Freeman, "Understanding blind deconvolution algorithms," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 33, no. 12, pp. 2354–2367, 2011.
- [68] F. Sroubek and J. Flusser, "Multichannel blind deconvolution of spatially misaligned images," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 14, no. 7, pp. 874–883, 2005.
- [69] D. Krishnan and R. Fergus, "Fast image deconvolution using hyperlaplacian priors," in *Neural Information Processing Systems*, pp. 1033–1041, 2009.
- [70] L. Yuan, J. Sun, L. Quan, and H.-Y. Shum, "Progressive inter-scale and intra-scale non-blind image deconvolution," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 27, no. 3, pp. 1–10, 2008.
- [71] S. Cho, J. Wang, and S. Lee, "Handling outliers in non-blind image deconvolution," in *International Conference on Computer Vision*, pp. 495–502, 2011.