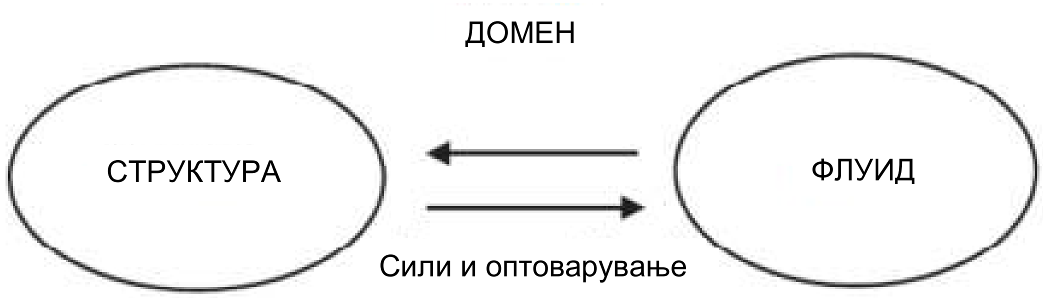
СОДРЖИНА

1. ВОВЕД

Нумеричката симулација при научни пресметки на повеќе физички проблеми претставува еден од големите предизвици. Типични примери за ова се пресметките на термо-структурни, електромагнетно - термички, магнетно-структурни и флуидно-структурни интеракцииии.Во овој труд ќе се осврнеме на пресметката на интеракцијата флуид - структура (fluid-structure interaction (FSI). Флуидно - структурната интеракција (FSI) се користи при анализа на заемнодејсвото помеѓу флуидите и цврстите структури. Овој феномен се јавува кај сите проблеми кои вклучуваат проток на флуид кој предизвикува деформација на цврстата структура и деформираната цврста структура предизвикува промена на протокот на флуидот. На пример, протокот на воздух околу авионското крило предизвикува крилото да се деформира и како крилото се деформира тоа предизвикува густината и струењето на воздухот околу него да се промени. Две главни области од посебен интерес каде што се јавува проблемот на интеракцијата флуид-структура е воздухопловството (аеронаутика) и биомеханиката. Во аеронаутиката пресметките на интеракцијата флуид-структура главно се користат за анализа на треперењата каде што врската помеѓу флуидот и структурата е доста слаба. Во биомедицината наоѓа примена кај интеракцијата на крвните садови или ѕидот на срцевиот мускул со протокот на крв, што резултурира во решавање на многубројни можни проблеми. Други примени на проблемот на интеракција флуид – структура наоѓа кај процесот на формирање на металите, авионската индустрија, автомобилските гуми, подводните експлозии, анализа на процесот на заварување и др.

Интеракцијата помеѓу флуидот и цврстата структура главно е поделена на еднонасочна и двонасочна врска. Еднонасочната врска е посебно значајна за апликации каде структурната деформација е мала, но деформацијата генерирана од страна на деформираниот флуид е важна. Кај еднонасочната врска или притисокот од флуидот се пренесува еднаш во текот на времето на структурата како дополнително оптоварување или деформацијата на структурата се пренесува еднаш во текот на времето на флуидот, така што доменот на флуидот може да се ажурира. Двонасочна врска (слика 1) се јавува кога постои осцилирање во структурата. Овие осцилации може да бидат придушени или непридушени. Во случај на придушено осцилирање структурата може да ја достигне рамнотежната позиција, додека во случај на непридушени осцилации може да дојде до оштетување на структурата како што е пример рушењето на мостот Tacoma Narrow во државата Вашингтон во 1940 година. Bridge Collapse [3]



Слика 1. Конфигурација на интеракцијата флуид - структура

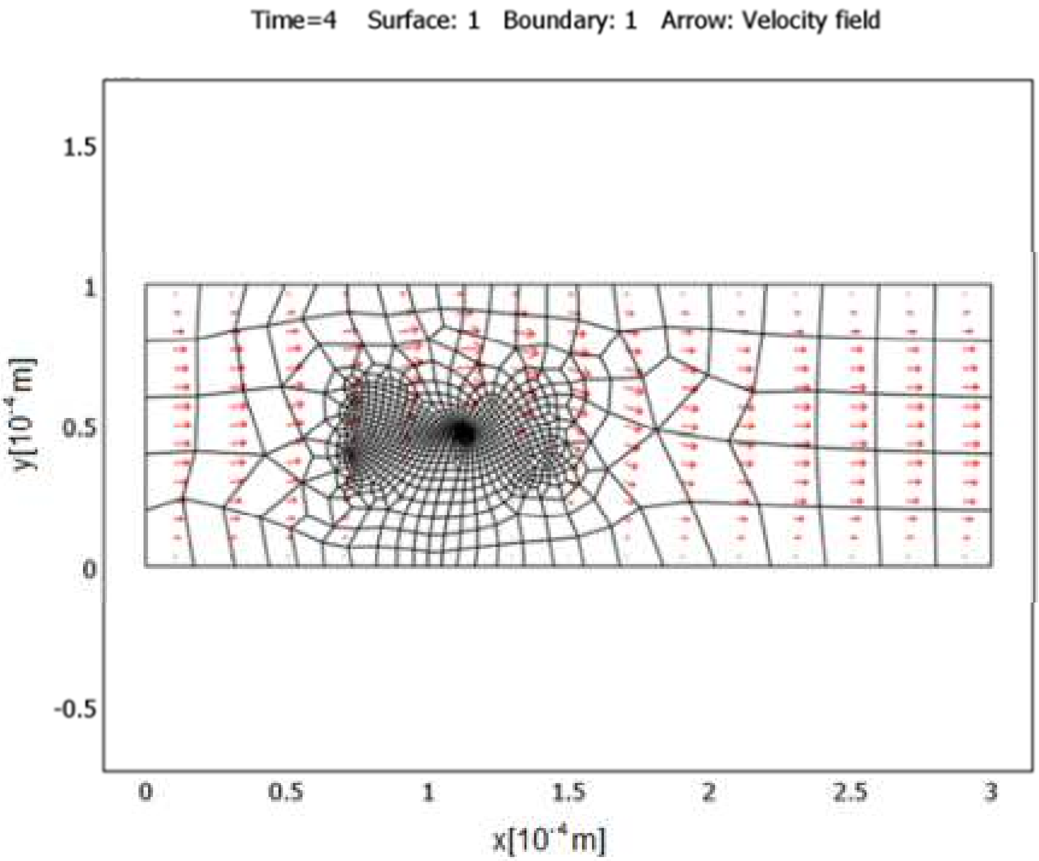
Figure 1.1 Configuration for fluid-structure interaction

На слика 1.2 е прикажана интеракцијата флуид – структура во системот на крвни садови [1]. Крвните садови, вградени во биолошкото ткиво се деформираат при протокот на крв како резултат на притисокот врз внатрешните ѕидови. Моделот се состои од анализа на динамиката на флуиди со пресметка на брзината и распределба на притисокот во крвта, заедно со механичка анализа на ткивото и артеријата.

Слика 1.2. Интеракција флуид – структура во системот на крвни садови

Figure 1.2 FSI in network of blood vessel [1]

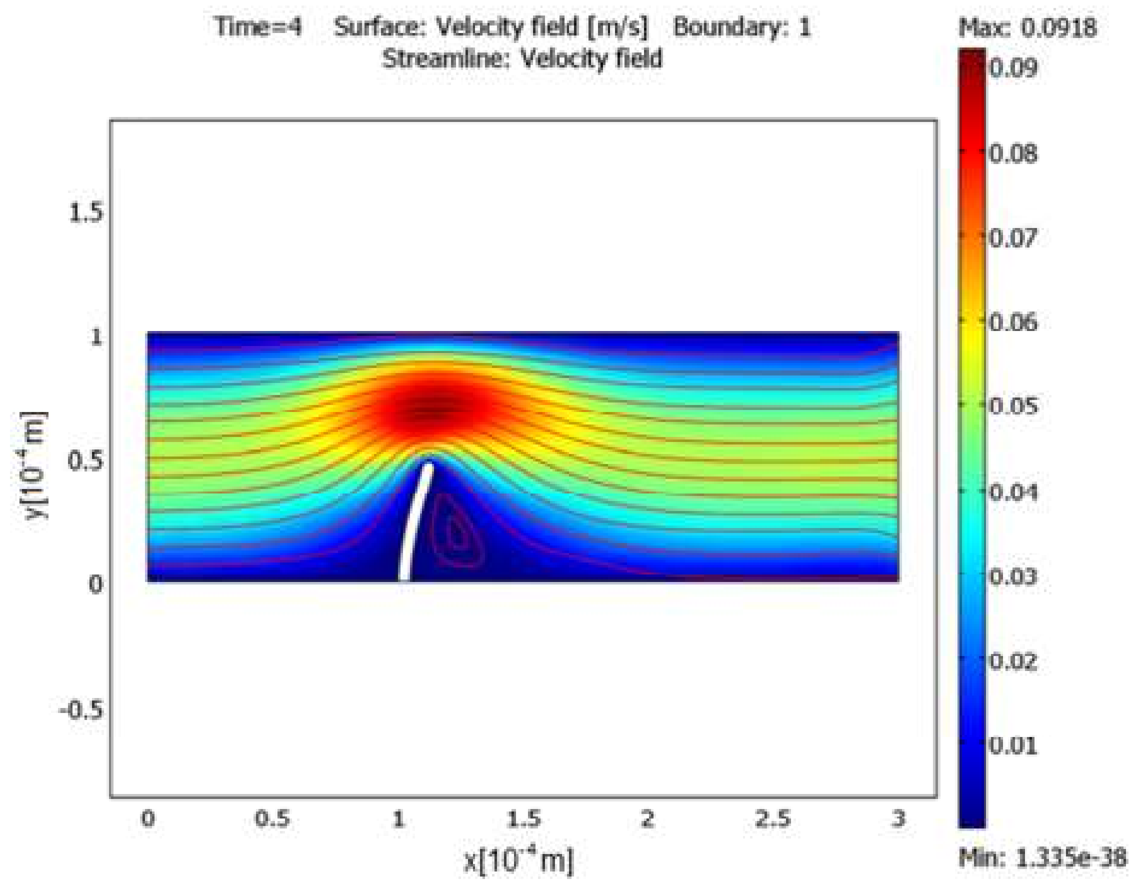
На слика 1.3 и слика 1.4 е претставена ALE[1] интеракција флуид – структура, односно пример на модел за тоа како FSI можат да се моделираат со користење на COSMOL Multiphysics [2]. Сликата го покажува подрачјето на брзини и деформација во стабилна состојба.



Слика 1.3 Флуидот протекува низ хоризонталниот канал од левата страна и на влезот има параболичен профил на брзината. Тесната вертикална структура на каналот доведува до принудно движење на протокот во потесна патека. Како резултат на притисокот на флуидот и отпорот на триење, првобитната вертикална структура се закривува (вертикалната структура се поместува на десно). Ова претставува симулација на моделите на проток на флуид во деформирана движечка мрежа која го следи движењето на закривената структура.

[1] arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) technique. (http://www.comsol.com/model/download/33915/fluid_structure_interaction.pdf)

Figure 1.3 Fluid flows into this horizontal flow channel from the left, and it enters with a parabolic velocity profile. A narrow vertical structure in the channel (the straight vertical structure) forces the flow into a narrower path. Due to fluid pressure and viscous drag, the originally vertical structure bends (the vertical structure shifted to the right). This simulation models the fluid flow in a deformed, moving mesh that follows the movement of the bending structure.



Слика 1.4 Брзина на проток и геометриска деформација за t = 4 s . Линиите на проток ја покажуваат насоката на протокот а бојата големината на брзината. Геометриската деформација е скалирана во единици. [2]

Figure 1.4 Flow velocity and geometry deformation at t = 4 s. The streamlines indicate the flow direction and the color indindicates flow-velocity magnitude. Here the geometry deformation is scaled by unity. [2]

Досегашните симулации поврзани со феноменот на интеракција флуид-структура се однесуваат на деформирани тела. Но, отсекогаш било интересно да се анализира однесувањето на тенки крути објекти во проток на флуиди. Целта на анализата е да се види како структура се однесува во протокот кога е изложена на вртлог (vortex-shedding). Во трудот е опишано како крути предмети со произволна форма и дебелина осцилираат во флуидниот проток. Главниот фокус е на компарација на методод на фиктивни граници [4] со и без методот на подвижна мрежа [5] применет на експериментална мерна основна конфигурација [6].

Првото поглавје започнува со краток опис за моменталниот статус на флуидно структурни интеракциски проблеми, почетната состојба и негова примена во различни инженерски дисциплини.

Со цел да се продолжи со нумеричка анализа на проблемите на интеракција флуид - структура, важно е да се разбере теоријата на „Пресметковната динамика на флуиди". Втората глава ја опишува теоријата на CFD, основните равенки, Навие-Стоксовите равенки и методот на конечни елементи. Во ова поглавје се дискутира за решавање на проблемот со помош на софтверот FEATFLOW [7].

Третата глава се занимава со методи кои се користат за анализа на проблемите на интеракција флуид - структура. Овде е даден детален опис на методот на фиктивни граници (FBM), пресметки на хидродинамичката сила преку интегрирање на волуменот, алгоритамски детали за FBM, математичките концепти за дискретизација на времето (fractional–step-scheme) и дискретизација на просторот (методот на конечни елементи). Ова е проследено со воведувањето на техники на адаптација на мрежата, математички детали, алгоритамски детали за адаптација на мрежата и ALE формулација на FBM.

Во четвртата глава се прикажани нумеричките резултати добиени за различни дебелини на мембраната. Влезниот агол θ односно поместувањето на објектот и аголното поместување ω се пресметуваат и илустрираат преку дијаграми (цртежи). Коефициентот на отпор Cd, коефициентот на подигнување Cl и вртливиот момент исто така се пресметуваат и прикажуваат со слики. Компарацијата помеѓу различни дебелини на мембрана со користење на фиксната мрежа и деформирани мрежи се исто така објаснети преку цртежи, како и компарацијата помеѓу фиксните и деформираните мрежи. Конечно точноста на деформирани мрежи на пониски нивоа се споредуваат со резултатите добиени на повисоките нивоа на фиксната мрежа.

Петтата глава е заклучокот во кој се дава преглед на резултатите добиени од нумеричка симулација на модифициранаta експериментална основна конфигурација.

2.ТЕОРИЈА НА ПРЕСМЕТКОВНА ДИНАМИКА НА ФЛУИДИ

Пресметковната динамика на флуиди (CFD) претставува основна алатка во аеродинамиката, биомеханиката и многу други инженерски апликации како за дизајнирање, така и за анализирање на протокот. Во ова поглавје е даден краток преглед на теоријата за CFD, равенките кои се користат, Навие-Стоксовите равенки и методот на конечни елементи, како и воведните елементи во FEATFLOW [7] софтверот.

2.1. Дефиниција на CFD

Опишувањето на својствата на флуидите преку решавање на физички равенки користејќи пресметковни методи е познато како " Пресметковна динамика на флуиди". CFD заедно со експерименти и математичка анализа помага да се разберат феномените кои се јавуваат кај флуидите. Основен акцент во CFD се става на тоа како оваа теорија го третира континуираниот флуид во дискретизираните услови на компјутерот. Динамиката на флуиди е посебна дисциплина од механиката на флуиди која ги проучува законите на движењето на флуидите (гасови и течности) под дејство на површинските и волуменските сили.

Динамиката на флуиди има широка примена, вклучувајќи пресметување на сили и моменти на авионски крила одредување на масен проток на нафта низ цевководите, временска прогноза. Решавањето на проблеми од динамиката на флуиди обично вклучува пресметување на различни својства на флуидите, како што се брзина, притисок, густина и температура, како функции од просторот и времето. При моделирање на протокот постојат одредени ограничувања, несигурности и грешки, кои се класифицираат како несигурности на моделот, нумерички грешки, приближни грешки и несигурности при примената.

2.2.Основни равенки во теоријата на CFD

За да се развие добар нумерички метод и за да се направи соодветна интерпретација на резултатите од посебна важност е да се разберат основните равенки кои се користат во динамиката на флуиди [8, 9]. При проучувањето на динамичкото однесување на флуидот, треба да се земе во предвид фактот дека флуидот има способност при своето движење да ги пренесува материјалните и физичките карактеристики од точка до точка во флуидниот простор. Појавите кои се поврзани со преносот и движењето на флуидите се однесуваат и на процесите за: пренос на маса, пренос на топлина и пренос на количество движење. Секој од овие процеси е поврзан со некој од фундаменталните закони во физиката.

1. Процесот на пренос на маса е поврзан со основниот закон за одржување на материјата. Равенката на континуитет укажува на фактот дека материјата ја менува формата, но истата не може да биде создадена, ниту уништена.

Равенка на континуитет се применува кога постои некоја количина *q* кој може да струи или се движи, како што се маса, енергија, електричен полнеж, број на молекули, итн. Начинот на кој оваа количина *q* струи е опишан преку флуксот. На пример:

$$j = \rho u \tag{2.1}$$

Равенката 2.1 претставува равенка на континуитет за водата што тече, во која:

u - брзина на водата во секоја точка,

ρ - густина на водата во секоја точка, а

j - флукс.

Интегрална форма

$$\frac{dq}{dt} + \oiint_S \; j dS = \Sigma$$

Диференцијална форма

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = \sigma$$

q -количество на материја во единица волумен

ρ -густина [1/m^3]

u - брзина на флуид

t − временски интервал

V –волумен

S - имагинарна затворена површина, опфатена од волумен V

$\oiint_S \; dS$ - површински интеграл опфатен од затворената површина

j - флуксот на q

Σ[2] (σ) - генерира материја q по единица волумен во единица време (создава (Σ> 0) или одзема (Σ <0))

$$\frac{dq}{dV} = \rho$$

q не може да биде создадена или уништена (како енергија), σ = 0, и равенката на континуитет е

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0$$

2. Процесот на пренос на количество на движење е поврзан со Вториот Њутнов закон/ Равенката на импулс на телото: промената на импулсот на телото е еднаква на резултантната сила која дејствува на него и е во ист правец.

Користејќи ја Кошиевата равенка[3]

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\nabla\, u\right) = \;\nabla\sigma + \rho g$$

ρ -густина [1/m^3]

u - брзина на флуид [m/s]

σ – напрегање [N/m^2]

g – земјино забрзување [m/s^2]

[2] Кога q се зголемува , тоа се нарекува "извор" на q , и тоа го прави σ позитивен. Кога q е да се намалува, тоа се нарекува " потонување " на q , и тоа го прави σ негативен.

[3] Cauchy momentum equation

Напрегањето зависи од интензитетот на силите на површината кои се аналогни на напрегањето во телото

$$\nabla\sigma = -\nabla p + \nabla\tau + f$$

∇p - интензитет на притисок кој доаѓа од изотропна средина[4]

$\nabla\tau$ - вискозни сили за некомпресибилен флуид

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + (\rho u \nabla\, u) = -\nabla p + \nabla\tau + f$$

Левата страна од равенката опишува забрзување, а десната страна збир на сили кои делуваат на телото (притисок, напрегање и гравитација)

$$\overbrace{\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + (\rho u \nabla\, u)}^{\text{инерција (по волумен)}} = \overbrace{\underbrace{-\nabla p}_{\text{градиент на притисок}} + \underbrace{\nabla\tau}_{\text{вискозност}} + \underbrace{f}_{\text{гравитација,центрифугална сила}}}^{\text{напрегање}}$$

$$\tau = -\mu\nabla\mathrm{u}$$

$$f = \rho g$$

μ - динамичка вискозност (зависи од густината и притисокот)

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\nabla\, u\right) = -\nabla p + \mu\nabla^2 u + f$$

За правоаголен координатен сиситем

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \rho g_x$$

[4] Cauchy stress tensor

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)+\rho g_y$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)+\rho g_z$$

g_x, g_y, g_z земјината тежа која зависи од ориентацијата на гравитацијата во однос на одбраните координати

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

3. Процесот на пренос на топлина е поврзан со основниот закон за одржувањето на енергијата, Првиот закон на термодинамиката / Равенката за енергија: Топлината која се доведува на системот се троши дел за зголемување на внатрешната енергија на системот, дел за извршување на работа или поинаку кажано преку законот за запазување на енергијата: енергијата ниту се создава, ниту се уништува, единствено може да се претвора од еден во друг облик.

$$\frac{d(\rho E)}{dt}+\nabla.(\rho E\mathrm{u})=\nabla.(k\nabla T)+\rho q-\nabla.(p\mathrm{u})+\mathrm{u}.(\nabla.\tau)+\nabla\mathrm{u}{:}\,\tau+\rho g\mathrm{u}$$

$$E=e+\frac{u^2}{2},\frac{\partial(\rho e)}{\partial t}+\nabla.(k\nabla T)+\rho q-p\nabla.u+\nabla u{:}\,\tau$$

Овој систем на парцијални диференцијални равенки заедно со законот за материја $\tau = 2\mu D$ се познати како равенки на Navie-Stock за компресибилен (стислив) флуид.

2.3. Равенки на Navie- Stock за нестислив флуид

Равенките на Navie- Stock претставуваат фундаментални парцијални диференцијални равенки кои го опишуваат протокот на нестисливите флуиди. Формално кажано, нестислив флуид е оној кај кој густината на честиците на патеката на движење е константна. Доколку сите посматрани честици припаѓаат на областа со униформна густина, тоа значи дека густината на флуидот е константна. Така со воведување на ρ=const. во горните равенки се добиваат следните равенки на Navie- Stock за вискозен нестислив флуид:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\nabla u\right)=-\nabla p+\mu\Delta u$$

$$\nabla u=0$$

каде што:

u(x,t) - брзина,

p(x,t) - притисок,

$\mu = \nu\rho$ - динамичка вискозност и

ν – коефициент на кинематичка вискозност.

2.4. Метод на конечни елементи

2.4.1. Дефиниција

Методот на конечни елементи претставува нумерички метод за решавање на инженерски проблеми. Во најголем број на случаи кога анализираната структура има сложена геометрија, кога оптоварувањето е сложено и кога структурата е од различни материјали, не е можно да се најде аналитичко решение. Аналитичкото решение подразбира добивање на аналитички изрази за пресметка на бараните карактеристики на различни места во структурата. За добивање на овие податоци треба да се решат диференцијални и парцијални диференцијални равенки. Тоа може да се направи само за многу едноставни проблеми. Кога станува збор за сложена геометрија и сложено оптоварување не е можно да се најде аналитичко решение и тогаш се користат нумерички методи, а еден од нив, најчесто користен, е методот на конечни елементи. Решавањето на проблемот со методот на конечни елементи се сведува на решавање на систем на алгебарски равенки. Добиените решенија се приближни и се однесуваат на одредена точка од структурата. Процесот на моделирање се состои во дискретизирање на континумот (тело или структура). Ваквиот модел се состои од конечни елементи кои се поврзани во јазли, по заеднички гранични линии (рамнински елементи) или по заеднички површини (просторни елементи). За секој конечен елемент се поставуваат равенки, а со нивна комбинација се добиваат равенки за целата структура. Конечните елементи меѓусебно се поврзани со помош на еден или повеќе јазли во мрежа на конечни елементи.

Пресметковниот домен е поделен на повеќе помали поддомени

$$\bar{\Omega} = \cup_{K \in T_h} K$$

K- елементи

- Триангулацијата T_h е прифатлива ако пресекот на било кои два елементи е празно множество или заедничко теме во мрежата.
- Подпросторот Vh со конечни елементи се состои од поделена-полиномна функција
- Секоја функција $v \in Vh$ е еднозначно определена со конечен број степени на слобода (вредности на функцијата или изводи на одредени точки, т.н. јазли).

2.4.2.Терминологија

- Домен – Математички, домен претставува множество на вредности на независната променлива за кои функцијата е дефинирана.
- Основни равенки – основни равенки за даден систем претставуваат равенки изведени од физиката на системот. Многу инженерски системи може да бидат опишани со основни равенки, кои ги определуваат (дефинираат) карактеристиките на системот и неговото однесување.
- Гранични услови – множество на услови наведени за решението на границата на доменот. Dirichlet, Neumann и Non-slip условите се три услови кои генерално се користат.
- Елемент- дел од доменот кој обично има некоја едноставна форма, како триаголник или четириаголник во 2D или тетраедар и хексаедар се најчести облици на 3D елементите.
- Јазол – точка во доменот и често претставува теме на неколку елементи. Јазолот уште се нарекува и јазолна точка.
- Мрежа – елементите и јазлите заедно формираат мрежа која претставува централна структура на податоци во анализата на конечните елемнти.

2.5. Вовед во FEATFLOW софтверот

CFD софтверот FEATFLOW [7, 10], овозможува да се направи нумеричка анализа на проблемот интеракција флуид- структура. Пакетот FEATFLOW еориснички ориентиран, и е наменет за нумеричко решавање во 2D и 3D простори. Целиот пакет е поделен во три категории: предпроцесирање, решавање и постпроцесирање.

Првата категорија е предпроцесирачкиот дел кој содржи опис на 2D домените и графичко генерирање на груби триангулации. Постојат одредени програми како што се trigen2d, tr2to3 и trigen3D кои овозможуваат груби триангулации за решението и графички излез на програмата. Пресметковните домени за нумеричко тестирање се моделирани во DeViSoR мрежа 3D. DeViSoR мрежа 3D претставува предпроцесирачка алатка во FEATFLOW софтверот која се користи за креирање на 2D и 3D пресметковни домени. Откако ќе биде воспставена геометријата на профилот, доменот се дискретизира со испреплетување во мрежа на многу мали делови, наречени елементи. Мрежите генерирани во тековната анализа претставуваат рамнострана импровизирана мрежа со четириаголни елементи така што алгоритмите може да се решат со одредена точност.

Следната категорија е делот за решавање дел кој се состои од пакети за решавање cc2d/cc3d кои се користат за решавање како на постојаните така и непостојаните проблеми на потполно ист заеднички начин. За решавање на конкретниот проблем го користевме нумеричкиот тест pp2d.

3. НУМЕРИЧКИ МЕТОДИ

3.1. Вовед

Со цел проучување на интеракцијата помеѓу течноста и цврстите тела развиени се различни алгоритми кои се класифицирани во методот на Ојлер и Ланграж[5]. Ојлеровиод метод користи фиксна мрежа (независна од честичките) која го покрива целиот домен на флуидот и Лангражов метод кој се базира на движење на мрежата која го следи движењето на границите на честичките во флуидот.

3.2 Ојлеров пристап

Кај Ојлеровиот пристап со цел анализа на интеракцијата помеѓу течноста и цврстите честички со произволна форма воведен е „Фиктивен граничен метод"[6] . Овој метод се базира на неструктурирана позадинска мрежа од конечни елементи (FEM) кој користи повеќе конечни елементи за пресметување на протокот и им овозможува на цврстите честички да се движат и осцилираат слободно во пресметковниот домен. Овој пристап се базира на принципот на вградени или фиктивни домени, во кој протокот на флуиди се пресметува како простор кој го зафаќа цврсто тело исполнето со флуид во рамки на неподвижни гранични услови на цврстото тело како граница. Фиктивниот домен е дискретизиран само еднаш на почетокот.

3.2.1 Модел на флуид

Флуидот е моделиран како некомпресибилен, и е опишан со равенките на Navier-Stokes за некомпресибилни флуиди. Се разгледува Ωf (t) домен опфатен од страна на флуидот во време t, и $\Omega s(t)$ домен опфатен од страна на цврсто тело. Примарната цел е да се пресмета интеракцијата на некомпресибилниот проток со цврстото тело со маса Ms во флуид со густина ρ_f и вискозитет v.

Флуидот се однесува според равенките на Navier-Stokes во доменот Ωf (t),

$$\rho_f\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\nabla u\right)-\nabla\sigma=0,\nabla u=0,\forall t\in(o,T)\ldots \quad (3.1)$$

[5] Eulerian и Lagrangian

[6] Fictitious Boundary Method” [12, 4, 13]

Во горната равенка σ е дефинирано како вкупно напрегање во флуидот.

$$\sigma = -pI + \mu_f[\nabla u + (\nabla u)^T] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.2)$$

p - притисок,

I - единечен вектор,

$\mu_f = \rho_f . \nu$ – динамички вискозитет

u - брзина на флуидот.

Сега се разгледува $\Omega = \Omega f$ (t) U Ω s(t), како целосен пресметковен домен независно од времето t. Со примена на граничните услови на Dirichlet и Neumann [7] на надворешната граница се добива $\Gamma = \partial\Omega f$ (t).

3.2.2 Модел на цврсто тело

Во досегашните анализи објектот за симулација се разгледува како круто тело. Цврст (крут) објект претставува идеализација на цврсто тело со конечни димензиии каде деформацијата е занемарена. Со други зборови, растојанието помеѓу било кои две дадени точки на круто тело останува константна без разлика на надворешните сили кои делуваат на него. Движењето на круто тело се моделира според Њутн-Ојлеровите равенки.

3.2.2.1 Теорија на динамика на цврсти (крути) тела

Движењето на цврсто (круто) тело се заснова на Њутн-Ојлеровите равенки. За цврсто тело силата која дејствува во центарот на масата и предизвикува забрзување е дефинирана со Вториот Њутнов закон:

$$F = \frac{d(mu)}{dt} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.3)$$

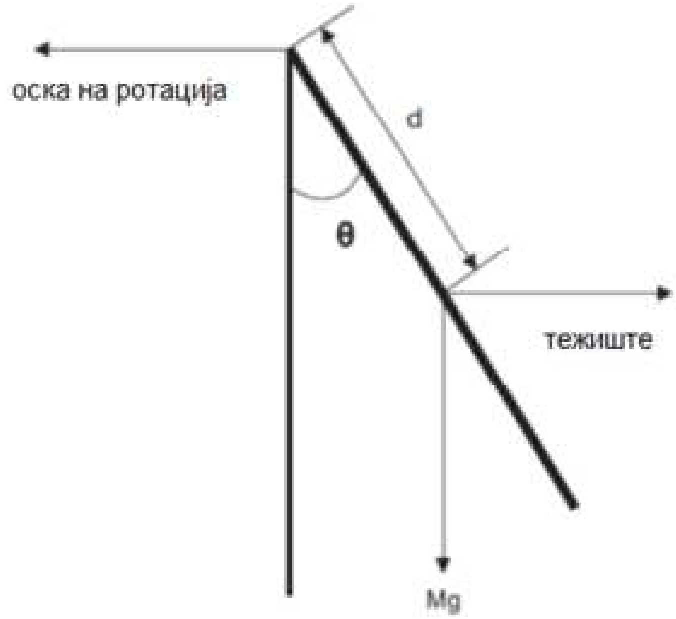
На сл.3.1 е покажана ротацијата на цврсто тело околу фиксен центар на масата. За ротирачки цврсти тела [9], моментот кој предизвикува аголно забрзување е дефиниран со Ојлеровите равенки.

$$N = \frac{d(Iw)}{dt} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.4)$$

w - аголно забрзување,

I - момент на инерција

[7] Dirichlet and Neumann



Сл.3.1 Цврсто тело кое ротира околу фиксна оска

Figure 3.1 Rigid body rotating about a fixed axis

За цврсто тело што ротира околу фиксна оска, гравитациониот момент околу оската е даден со равенката:

$$\tau = -Mgdsin\theta \text{..............................(3.5)}$$

τ - гравитационен момент,

М-маса на телото,

g- земјино забрзување,

d-растојание од оската на ротација до центарот на масата и

θ - аголно поместување на центарот на масата од рамнотежата

Според вториот закон на Њутн моментот произведува аголно забрзување

$$\tau = I\alpha = I\,\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} \text{.........................(3.6)}$$

каде I е моментот на инерција на телото и α аголно забрзување.

Во доменот на флуидот, објектот се движи праволиниски и ротира под дејство на гравитациските и флуидни сили кои дејствуваат на него. Њутн-

Ојлеровите равенки кои го дефинираат движењето на објектот, односно, праволинските брзини Us и аголните брзини ω_s на цврсто тело се дадени со равенките:

$$M_S \frac{dU_S}{dt} = (\Delta M)g + F_S \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.7)}$$

$$I_S \frac{dw_S}{dt} + w_S(I_S w_S) = T_S \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.8)}$$

каде

M_s - маса на цврстото тело

I_s - вектор на момент на инерција

ΔM - масата која претставува разлика меѓу масата на цврстото тело Ms и масата на флуидот опфатен од истиот волумен.

g - вектор на гравитацијата.

Fs и Ts се резултантните хидродинамички сили и момент околу центарот на масата на цврсто тело и се пресметува со равенката:

$$F_S = (-1)\int_{\partial\Omega_S} \sigma n d\Gamma_S \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.9)}$$

$$T_S = (-1)\int_{\partial\Omega_S} (X - X_S)(\sigma n) d\Gamma_S \ \ldots\ldots \text{(3.10)}$$

каде Xs е позиција на центарот на масата на цврсто тело, ∂Ωs е граница на цврстото тело, n е единечен вектор нормален на границата ∂Ωs. Позицијата Xs на цврстото тело и неговиот агол θs се добиени со интегрирање на кинематичките равенки.

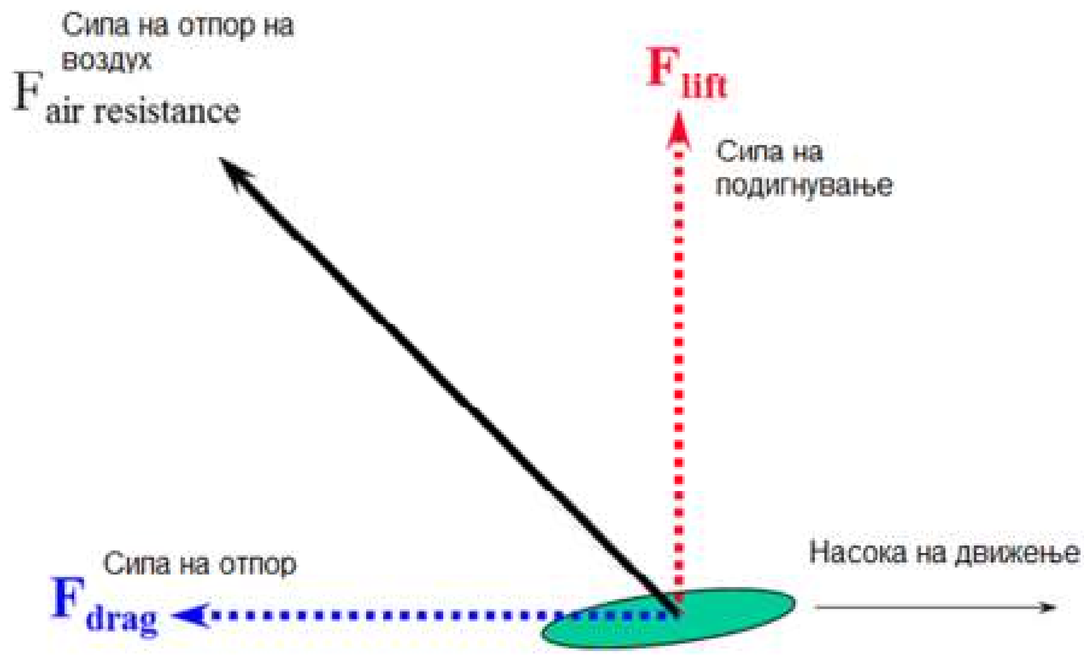
$$U_S = \frac{dX_S}{dt},\ w_S = \frac{d\theta_S}{dt} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.11)}$$

Постојаните граничните услови се применуваат на ∂Ωs помеѓу цврстото тело и флуидот, односно за било X ∈, брзината u (x) е дефинирана со равенката:

$$u(X) = U_S + w_S\,(X - X_S) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.12)}$$

3.2.3 Пресметка на силите на отпор и подигнување

Во овој дел се дава краток опис на пристапот на интегрирање по волуменот за пресметување на силата на отпор F_D и силата на подигнување F_L кои дејствуваат врз подвижни цврсти тела.



Слика 3.2. Сили на отпор и подигнување

Figure 3.2 Drag and Lift Forces

Силата на отпор е компонента на аеродинамичката сила паралелна со релативното струење.

Силата на подигнување е компонента на аеродинамичката сила нормална на релативното струење.

Ако S е површината на ѕидот на цврсти тела, n_s - внатрешен единичен вектор нормален во однос на Ω и тангенцијален вектор $\tau = (n_y, -n_x)$.

Силите на отпор и подигнување се пресметуваат со површински интеграл:

$$F_D = \int_S \left(\mu \frac{\partial u_\tau}{\partial n_s} n_y - p n_x\right) ds, F_L = \int_S \left(\mu \frac{\partial u_\tau}{\partial n_s} n_x - p n_y\right) ds \quad \text{..(3.13)}$$

додека коефициентите на отпор и подигнување се пресметуваат со примена на следните формули:

$$C_d = \frac{2F_D}{\rho U^2 D} \ , \ C_l = \frac{2F_L}{\rho U^2 D} \ , \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.14)}$$

Каде U е карактеристична брзина и D карактеристична должина. Од горните равенки сосема е јасно дека за пресметка на силите на отпор и подигање треба да се разгледува површинскиот интеграл околу површината на ѕидот на крутите тела. Ако се реконструираат формите на површина од подвижните тела, не само што ќе одземе време, но, исто така, точноста е само од прв ред поради интерполација по делови. За надминување на овој проблем, се користи методот за пресметување на C_D и C_l каде површинскиот интеграл се заменува со волуменски. Се дефинира параметар α како

$$\alpha(X) = 1 \ , \ X \in \Omega_S \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.15)}$$

$$\alpha(X) = 0 \ , \ X \in \Omega_f \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.16)}$$

Каде што X ги дава координатите на средните точки, Ωs е домен на цврсти тела, Ωf е флуиден домен, целиот домен Ω = Ωf ∪ Ωs. Важноста на таква дефиниција може да се гледа од фактот дека градиент на α е нула насекаде, освен на површината на ѕидовите на цврстите тела, и еднаков на нормалниот вектор n дефиниран на мрежата,

$$n = -\nabla\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.17)}$$

Оттука силите кои дејствуваат на површината на ѕидот на цврстите тела може да се пресметува со

$$F_D = -\int_\Omega [\mu(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial \alpha}{\partial y}) - p\frac{\partial \alpha}{\partial x}]d\Omega \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.18)}$$

$$F_L = -\int_\Omega [\mu(\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial \alpha}{\partial y}) - p\frac{\partial \alpha}{\partial x}]d\Omega \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.19)}$$

3.2.4 Повеќемрежен фиктивен граничен метод

За разлика од (полу) имплицитни пристапи на Glowinski, Joseph и ко-автори [15], како и на Patankar, Singh, Joseph, Glowinski и Pan [16], овде е опишан "експлицитен" пристап во кој делови од флуидот се третираат со, (експлицитна) пресметка на силите и движењето на цврсто тело, на последователен начин. Потоа, стратегијата за решавање на горенаведените равенки со кои се дефинира интеракцијата на системот флуид - цврсти тела може да се сумира на следниот начин:

1. Имајќи ја предвид позицијата и брзината на цврстото тело, решавање на равенките на флуидот (3.1) во соодветниот флуиден домен, земајќи ја позицијата на објектот за граничните услови.
2. Пресметување на соодветните хидродинамики сили и вртливиот момент кои делуваат на цврстото тело со помош на равенките (3.9) и (3.10).
3. Решавање на равенките (3.7) и (3.8) за да се добие праволинискатa и аголната брзина на цврсто тело, а потоа и добивање на нови позиции и нови брзини на телото со равенката (3.11).
4. Користење на равенките (3.12) за да се добие нов флуиден домен и гранични услови, а потоа решавање за нова брзина и притисок на флуидот како што е опишано во чекор 1).

Ако директно се спроведува оваа стратегија за решавање на интеракцијата во системот на флуид и цврсто тело, ќе видиме дека нејзината реализација не е едноставна, бидејќи доменот на флуидот секогаш се менува со текот на времето и не е можно решение.

Равенката (3.1), важи за движење на флуиди само во доменот на флуидот, додека обликот и големината на доменот на флуидот се менува во време кога објектот се движи.

Овој FBM метод се базира на FEM позадинска мрежа кој го покрива целиот пресметковен домен Ω и кој е дозволено да биде во мирување или адаптиран со тек на времето. Тоа започнува со голема мрежа која може да содржи голем број на геометриски детали Ωs, а тоа опфаќа индикатор на фиктивни граници [12], кој ги опишува детално сите структури на цврсто тело во однос на условите на интеракцијата флуид-цврсто тело во равенката (3.12).

Потоа, сите детални структури на цврстото тело се третираат како внатрешни објекти, на пример дека соодветните компоненти во сите матрици и вектори се непознати степени на слобода кои се имплицитно вклучени во сите итеративни чекори [17].

Значи, со употреба на равенката (3.12), може да се изврши пресметка за флуидот во целиот домен Ω. Голема предност на повеќемрежниот FBM е дека вкупното групирање на доменот Ω не мора да се промени со текот на времето, и може да се групира само еднаш. Доменот кој ја дефинира брзината на флуидот u е проширен со брзината на цврсто тело (3.12), што може да се појави како дополнителен проблем за Навиер-Стоукс равенки (3.1), т.е.

$$\nabla u = 0\,,\ X \in \Omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.20)$$

$$\rho_f\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\nabla u\right) - \nabla\sigma = 0\,,\ X \in \Omega_f \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.21)$$

$$u(X) = U_S + w_S\,(X - X_S), 0\,,\ X \in \Omega_s \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.22)$$

За проучување на интеракцијата меѓу флуидот и цврсто тело, пресметката на хидродинамичките сили кои дејствуваат врз подвижни цврсти тела е многу важна. Од равенките (3.9) и (3.10), можеме да видиме дека за пресметување на силите Fs и Ts треба да се изврши површинско интегрирање на ѕидовите на цврстиот објект. Меѓутоа, во презентираниот повеќемрежниот FBM метод, формите на површините на ѕидовите од подвижните цврсти тела е имплицитно наметнато во полето на флуидот. Ако се реконструираат формите на површината на цврстото тело, тоа не само што одзема време, но исто така, точноста е само од прв ред поради деловите на константа на интерполација. За надминување на овој проблем, се врши пресметка на хидродинамичката сила со користење на волуменски интеграл.

Потоа, хидродинамичките сили и вртливиот момент кои дејствуваат на цврстото тело, може да се пресметуваат со:

$$F_S = -\int_{\Omega} \sigma\, \nabla\, \alpha_S d\, \Omega \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.23)$$

$$T_s = -\int_{\Omega} (X - X_s)(\sigma \nabla \alpha_s) d\,\Omega \quad \text{..............(3.24)}$$

Со равенките (3.23) и (3.24) може да се пресметаат Fs и Ts со волуменски интеграл на целиот домен Ω наместо со површинскиот интеграл на цврстото тело во равенките (3.9) и (3.10). Интегралот над секој елемент кој го покрива целиот домен Ω се оценува со стандардна Гаусова површина од повисок ред. Бидејќи градиентот ∇αs не е нула само во близина на површината на цврстото телото, волуменскиот интеграл треба да се пресметува само во еден слој на мрежата околу цврсто тело што доведува до многу ефикасен третман.

3.3 Шеми за нумеричка дискретизација

Едно од општите решенија на равенките (3.20) (3,21) (3,22) е посебна дискретизација во време и простор. Прво се прави временска дискретизација со еден од вообичаените методи познат како Fractional-step-θ-scheme [8] [18]. Потоа ги применуваме генерализирананите Навиер-Стоукс равенки со пропишаните гранични вредности за секој чекор. Во оваа теза Fractional step-θ-шема која е силно А-стабилна методот на дискретизација на времето поседува можност за целосно филтрирање што е важно во случај на груби почетни или гранични податоци. Во секој временски чекор, се добива нелинеарен проблем кој треба да се дискретизира во просторот. Потоа се врши просторна дискретизација со методот на конечни елементи.

3.3.1 Временска дискретизација со чекорна θ шема

Fractional-step- θ шемата претставува силно А-стабилен пристап во дискретизација на времето. Оваа шема поседува можност за целосно филтрирање што е важно во случај на груби почетни или гранични податоци. Таа исто така содржи само многу мала нумеричка дисипација кој е од клучно значење во пресметката на не-придушени временски осцилации. Подетална дискусија за овие аспекти може да се најде во [19, 20]. Прво вршиме полу-

[8] Поединечна-чекор-θ-шема

дискретизација на равенките (3.20) и (3.21) во време со помош на фракционо чекорна-θ-шема. Дадено е u^n и временскиот чекор K = T_n + 1 - T_n, а потоа се решава за u = u_n+1 и p = p^{n+1}. Во фракционо чекорна-θ-шема, еден временски чекор $t_n \rightarrow t_n$+1 = t_n + K е поделен на три последователни под чекори θ: = α θ K = β θ`K,

$$\left[[I+\Theta N(u^{n+\Theta})u^{n+\Theta}+\Theta K\nabla p^{n+\Theta}]=[I-\beta\Theta KN(u^n)u^n],\nabla u^{n+\Theta}=0\right]$$

.........................(3.25)

$$\left[[I+\Theta N(u^{n+1-\Theta})u^{n+1-\Theta}+\Theta`K\nabla p^{n+1-\Theta}]=[I-\alpha\Theta`KN(u^{n+\Theta})u^{n+\Theta}],\nabla u^{n+1-\Theta}=0\right]$$

.........................(3.26)

$$\left[[I+\Theta N(u^{n+1})u^{n+1}+\Theta K\nabla p^{n+1}]=[I-\beta\Theta KN(u^{n+1-\Theta})u^{n+1-\Theta}],\nabla u^{n+1}=0\right]$$

.........................(3.27)

каде

$$\Theta=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Theta=1-2\Theta`$$

$$\alpha=\frac{1-2\theta}{1-\theta}$$

$$\beta=1-\alpha$$

N(v)u е компактна форма за дифузен и конвективен дел

$$N(v)u=\ -v\nabla[\nabla \mathrm{u}+(\nabla \mathrm{u})^T]+(v)\nabla \mathrm{u}$$ ....(3.28)

Од равенкитете (3.27)(3.28)(3.29) во секој временски чекор можеме да решиме нелинеарен проблем од ваков вид:

$$\left[\left[I+\Theta_1 N\left(u\quad\right)u\quad+\Theta_2 \mathrm{K}\nabla p\quad\right]=f\ ,f=\ [I-\Theta_3 KN(u^n)u^n],\nabla u\quad=0\right]$$

.................................(3.29)

За равенката (3.22) даваме експлицитна форма,

$$u^{n+1}=U^n+w_s^n x(X^n-X_s^n)$$ .... (3.30)

3.3.2 Просторна дискретизација со метод на конечни елементи

Ако дефинираме {u, p} ∈ $H = H_0{}^1(\Omega) \times L := L_0{}^2(\Omega)$, дводимензионална форма *a(u, v) := (∇u, ∇v)* и *b(p, v) := −(p, ∇ · v)*, формулацијата за (3.29),

$$(u, v) + \theta_1 K[(a(u, v) + n(u, u, v)] + \theta_2 K b(p, v) = (f, v), \forall v \in H$$

........................(3.31)

$$b(q, u) = 0\,, \quad \forall q \in L \text{ ....(3.32)}$$

Каде $L_0^2(\Omega)$ и $H_0^1(\Omega)$ се Lebesgue и Sobolev простор, n(u, u, v) даден во тридимензионална форма

$$n(u, v, w) = \int_\Omega \; u_i(\frac{\partial v_j}{\partial v_i} + \frac{\partial v_i}{\partial v_j})w_j dx \text{......................(3.33)}$$

За да се дискретизират равенките (3.31) и (3.32) во просторот, се воведува четириаголна мрежа од конечни елементи T_h за целиот домен T, каде симболот h се користи како параметар за карактеризирање на максималната ширина на елементите на T_h. За да се добие фина мрежа T_h од грубата мрежа T_{2h}, едноставно ги поврзуваме спротивните средни точки. Во фината мрежа T_{2h}, старите средни точки на грубата мрежа T_h стануваат темиња.

Го избираме Q_1/Q_0 парот кој користи билинеарна форма на функција за брзина на пропагирање ($x^2 - y^2$, x, y, 1) во дводимензионална средина и константи за притисокот во ќелиите. Вредностите во јазлите претставуваат средни вредности на векторот на брзината на границата на доменот. Со М-матрични својства [19], ако се избере конечни-димензионални простори Hh и Lh и да се дефинира пар {uh, ph} ∈ Hh × Lh,

$$(u_h, v_h) + \theta_1 K[(a_h(u_h, v_h) + \tilde{u}_h(u_h, u_h, v_h)] + \theta_2 K b_h(p_h, v_h)$$
$$= (f, v_h), \forall v_h \in H_h$$

$$b_h(q_h, u_h) = 0\,, \quad \forall q_h \in L_h$$

каде

$$a_h(u_h, v_h) = \sum_{T \in T_h} a(u_h, v_h)_T$$

$$b_h(p_h, v_h) = \sum_{T \in T_h} b(p_h, v_h)_T$$

Забелешка $\overline{n_h}$ (u_h, u_h, vh) е нов термин кој може да се стабилизира на следниве два пристапи:[9]

1. Аеродиманична-дифузна техника
2. Спротивни шеми

Аеродинамична -дифузна техника

Со Користење на аеродинамична-дифузна техника конвективните услови може да се стабилизираат како :

$$\tilde{u}_h(u_h, v_h, w_h) = \sum_{T \in T_h} n(u_h, v_h, w_h)_T + \sum_{T \in T_h} \delta_T (u_h \nabla v_h, u_h \nabla w_h)_T$$

......................(3.34)

Каде δ_T е локален вештачки вискозитет кој е во функција на локалниот Рејнолдсов број[10] R_{eT}

$$\delta_T = \delta^* \frac{t_h}{\|u\|_\Omega} \frac{2R_{eT}}{1+R_{eT}}, \; R_{eT} = \frac{\|u\|_T h_T}{v} \quad \text{......................} \quad (3.35)$$

Каде $||u||_T$ значи просечна брзина над Т, T_h означува големина на локалната мрежа, и δ^* е дополнителен слободен параметар кој може да биде избран произволно. Очигледно, за мали Рејнолдсови броеви, со $R_{eT} \rightarrow 0$, δ_T се намалува, така што во граничен случај се постигнува стандардна централна дискетизација од втор ред. Обратно при домининанетн проток со $R_{eT} >> 1$, се

[9] 1. Streamline-diffusion technique.

2. Upwind schemes.

[10] http://en.wikipedia.org/wiki/Reynolds_number

додава анизотропен дифузен[11] член на големината O(h), која е усогласен со насоката на струјните линии u_h .

Спротивна шема

Upwind Scheme[12]

За решавање со upwind schemes [19] се дефинира

$$\tilde{u}^n(u_h, v_h, w_h) = \sum_l \ \sum_{k\in\Lambda_l} \oint \Gamma_{lk} u_h u_{hl} d\gamma \big(1 - \lambda_{lk}(u_h)\big)\,(v_h(m_k) - v_h(m_i) w_h(m_i)$$

Ги користиме можностите за λ_{lk} (со $x = \frac{1}{v}\oint \Gamma_{lk} u_h n_{lk} d\,\gamma$ за мерење на Рејнолдсовиот број):

Едноставна (основна) шема

$$\lambda_{lk}(u_h) = 1 \text{ за } x \geq 0$$

$$\lambda_{lk}(u_h) = 0 \text{ за друга вредност на } x$$

Сложена Samarskij шема :

$$\lambda_{lk}(u_h) = \frac{0{,}5 + \alpha x}{1 + \alpha x} \text{ за } x \geq 0$$

$$\lambda_{lk}(u_h) = \frac{1}{2(1 - \alpha x)} \text{ а друга вредност на } x$$

α е дополнителен параметар на пригушување, најчесто α = 1, додека α → ∞ доведува до едноставна шема.

3.3.3 Шема за дискретна проекција

За решавање на дискретни нелинеарни проблеми откако е извршена дискретизација во време и простор, треба да се земат во предвид нелинеарноста, некомресибилноста и целосната надворешна контрола како критериуми за конвергенција, за вкупната надворешна итерација, бројот на чекори, контрола на конвергенцијата, вградување во повеќе мрежи, итн. Општо земено, постојат два можни пристапи за решавање на одделни проблеми [20].

[11] http://en.wikipedia.org/wiki/Anisotropic_diffusion

[12] http://en.wikipedia.org/wiki/Upwind_scheme

Првиот тип е Гарлекин шема (Galerkin)[13], каде што првично се третира нелинеарноста со надворешни нелинеарни повторувања (итерации) на фиксна точка или квази-Њутн[14] тип или со линеаризација преку екстраполација во времето, а потоа се добиваат линеарни подпроблеми (Oseen равенки[15]), кои може да се решат со директен заеднички или со поединечен пристап посебно за брзината и притисокот. Типични шеми се GMRES[16] или повеќе мрежни решенија врз основа на притисок Шур(Schur) метод[17] [19].

Вториот тип се шеми на проекција, каде што прво се поделува заедничкиот проблеми за да се добие дефинитивен проблеми во u(Burgers Equations), како и во p (Pressure-Poisson problems). Потоа се разгледуваат нелинеарните проблеми во u со соодветена нелинеарна итерација или линеаризација при оптимално решавање се користат за Поисонова (Poisson) равенка[18].

Класични шеми кои припаѓаат на оваа класа се Chorin и Ван Кан (Chorin and Van Kan) шеми и дискретни методи, сите се добро прилагодени за динамичени конфигурации кои бараат мали временски чекори [21].

Овде ќе се усвојат дискретни методи на проекција [21] како посебна варијанта на поопшти мрежни решенија врз основа на притисок Шур(Schur) метод со дополнување на (MPSC) шемите за решавање на нелинеарни дискретни проблеми во време и простор. Прво се изведува како надворешена итерација на фиксна точка, се применува нелинеарни динамички равенки. Потоа, во внатрешниот циклус, се решаваат соодветни линеарни равенки кои вклучуваат дифузни проблеми. Конечно, притисокот е даден преку Поасон равенка. Бидејќи секој временски чекор бара решавање на линеарни Бургерови(Burgers) равенки[19] и Поасонови проблеми, се користи оптимизиран

---

[13] http://en.wikipedia.org/wiki/Galerkin_method

[14] http://en.wikipedia.org/wiki/Quasi-Newton_method

[15] http://en.wikipedia.org/wiki/Oseen_equations

[16] http://en.wikipedia.org/wiki/Generalized_minimal_residual_method

[17] http://en.wikipedia.org/wiki/Schur_complement_method

[18] http://en.wikipedia.org/wiki/Poisson%27s_equation

[19] http://en.wikipedia.org/wiki/Burgers%27_equation

повеќемрежен пристап. Најважните компоненти се множење на матрица-вектор и мрежата за пренос на рутини (пролонгирање и ограничување) за основните FEM простори кои се реализирани во FeatFlow.

3.3.4 Решавање со pp2d

Со решавање со pp2d [7], кој е шема за решавање на дискретни Навиер-Стоукс равенки. Во оваа шема прво се врши раздвојување на чекорот за u и p како и надворешно повторување ("нелинеарни дискретни шеми") . Понатаму C = M_l , но само за L = 1 повторување. Во случај на целосна нелинеарност, се применува итерација на иста фиксна точка за дифузен чекор со нелинеарен оператор S ("Бургерови равенки"). На аналоген начин се третираат и линеарните шеми (со екстраполација). pp2d кодот се применува за непостојани (nonstationary) проблеми.

3.3.4.1 Алгоритмички чекори со pp2d

Дадено: $u^{n-1} = u(t_n-1)$ и $p^{n-1} = p(t_n-1)$ за време n - 1.

Да се пресмета: u^n и p^n за новото време со 5 подчекори.

- Решавање на средна брзина $\tilde{u}^n$ со нелинеарните равенки на Бургерс со основните нелинеарни повторувања и повеќемрежни итерации.

Десната страна го содржи оригиналниот вектор на оптоварување за време t_n и последните повторувања за притисок p^{n-1},

$$S(\tilde{u}^n)\tilde{u}^n = g - kBp^{n-1}$$

каде што S, е матрица на брзината и B е градиент на матрицата. Некои параметри поврзани со нелинеарни повторувања:

INLMIN - Параметар за најмал број на нелинеарни чекори на матрица
INLMAX - Параметар за најголем број на нелинеарни чекори на матрица.

- Пресметување експлицитно на десната страна fp за притисок-Поасон проблем, вклучува дискретна дивергенција на $\tilde{u}^n$

$$f_p = \frac{1}{k} B^T \tilde{u}^n$$

- Решавање со ажурирање на равенката за притисок q со примена на реактивни предуслови R = $B^T M_L^{-1} B$ (M_L е додаден масен број на матрица M)

$$B^T M_L^{-1} B_q = f_p \text{ за повеќемрежни повторувања}$$

- Корекција на притисокот со примена на предусловот за дифузија D = Mp, $p^n = p^{n-1} + \alpha_R \rho + \alpha_D D^{-1} fp$

каде Mp е дијагонална матрица.

- Корекција на брзината

$$u^n = \tilde{u}^n - k M_L^{-1} B_q$$

Матрицата $B^T M_L^{-1} B$ одговара на мешана дискретизација на Лапласов оператор, така што овој метод е аналоген на шемите за класична проекција добиени од Chorin ($p^0 = 0$) и Ван Кан ($p^0 = p(tn)$) преку оператор за разделување на континуираниот проблем.

3.4 Детали за алгоритамот на FBM

Целиот алгоритам на (FBM) за протокот на честици може да се сумира на следниот начин:

1. Дадена е почетна позиција X_s и брзината U_s на цврстиот објект во целокупниот домен Ω. Потоа, претпоставуваме дека ќе бидат завршени пресметките за времето t_n.

2. Поставување на фиктивни гранични услови со помош на (3.22) со "старата" положба на телото X_s^n и брзината U_s^n за време t_n.

3. Со користење на FBM и примена на шемата на дискретна проекција, решавање на флуидните равенки (3.20) и (3.21) за да се добие брзината на флуидот u^{n+1} и притисокот p^{n+1} за време на t_{n+1} за целиот домен Ω.

4. Пресметка на хидродинамичките сили $F_s^{\ n+1}$ и $T_s^{\ n+1}$ на цврсто тело со користење на волуменска интеграција со равенките (3.23) и (3.24).

5. Со помош на Њутн-Ојлер равенките (3.11) се пресметува движењето на цврсто тело, со што се добива нова привремена положба на телото $X_s^{n+1,k}$ и брзина $U_s^{\ n+1,k}$, како и нова аголна брзина $\omega_s^{\ n+1}$ и агол $\theta_s^{\ n+1}$ со

$$U_s^{n+1,k} = U_s^{n,k} + (\frac{\Delta Mg}{M_s} + \frac{F_s^n + F_s^{n+1}}{2M_s})\Delta t_k \quad (3.36)$$

$$X_s^{n+1,k} = X_s^{n,k} + (\frac{\Delta Mg}{M_s} + \frac{F_s^n + F_s^{n+1}}{2M_s})(\Delta t_k)^2 \quad (3.37)$$

$$w_s^{n+1} = w_s^n + \left(\frac{T_s^n + T_s^{n+1}}{2I_s}\right)K \qquad \theta_s^{n+1} = \theta_s^n + \left(\frac{w_s^n + w_s^{n+1}}{2}\right)K \quad (3.38)$$

6. Се продолжува понатаму со нов временски чекор, tn := tn+1 и се повторуваат чекорите 2-6.

3.5 Метод на деформација на мрежата

Генерално постојат различни методи за деформација на мрежата [22, 23, 24, 25]. Покрај тоа, методите на деформација може да се поделат на статички и динамички методи. Динамичниот метод [26, 27] користи време чекор по чекор. Вториот пристап е движењето на мрежата / метод на поместување на мрежата [5, 28, 29, 30].

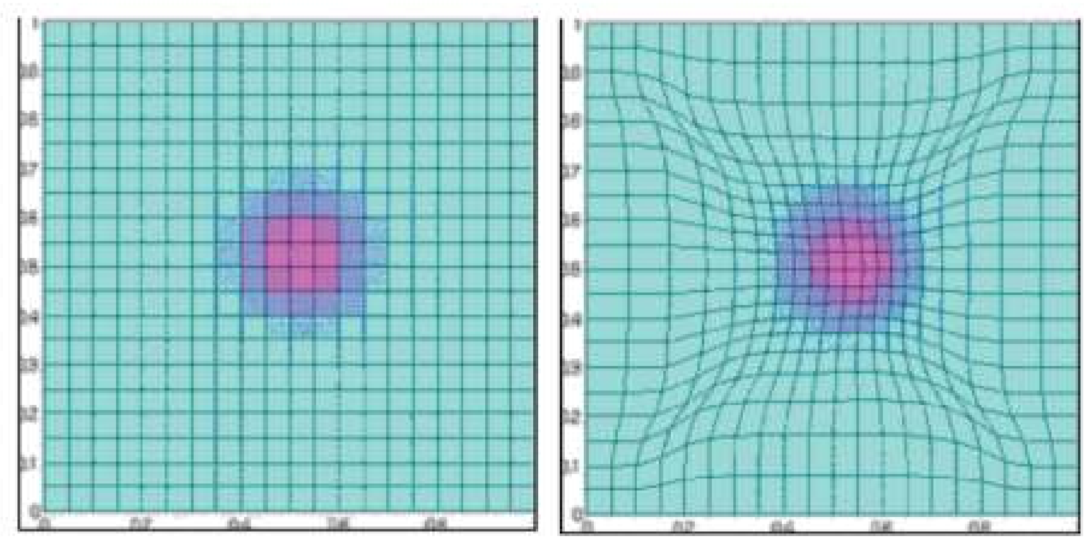
Методите на поместување на мрежата се методи прилагодени на решението за временски зависни парцијални диференцијални равенки (PDEs). Овие методи, се карактеризираат со условите на r-прочистување(r-refinement), постојано деформирање на мрежите или мрежи што динамично се движат, континуирано движење на деформираните мрежи со тек на време додека дискретизацијата на PDE и постапката за избор на мрежа се внатрешно поврзани.

h-refinement[20] методи ("локално") се прилагодува мрежата само во дискретни времески нивоа, додека p-refinement методи (најчесто метод на конечни елементи) зголемување или намалување на редоследот на прираст кога ако е потребно.

r-метод, кој е попознат како метод за движење на мрежата поместувајќи ги точките во мрежа кога мрежата има фиксен број на јазли на таков начин што јазлите се концентрирани во региони на брза промена на решението или

[20] http://www.cs.rpi.edu/~flaherje/pdf/fea8.pdf

одговараат на движењето на интрфејсот. r-методот е динамички метод што значи дека користи чекорна поделба на времето што повлекува пристап кон создавање на посакуваната трансформација. Овој метод на движење на мрежата го задржува истиот број точки, така што станува полесно да се вклучат во повеќето CFD кодови.



Слика 3.2 Недеформирана мрежа и деформирана мрежа

Figure 3.2 Undeformed grid and Deformed grid

Овој пристап претставува генерализиран стандарден метод на конечни елементи на Galerkin[21] [31, 32], во кој и равенките на движење на флуидот и на цврстото тело се вградени во една заедничка променлива равенка. Пресметката се врши врз неструктурни тела вградени во мрежата, и произволна Lagrangian-Eulerian (ALE) техника за да се справи со барањето на цврстото тело.

21 http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~kuzmin/cfdintro/lecture7.pdf
http://w3.bretagne.ens-cachan.fr/math/people/arnaud.debussche/articles/Babushka-Tempone-Zouraris-SINUM04.pdf

3.5.1 Произволна Лагранж-Ојлерова формулација за FBM

ALE[22] Formulation of the FBM

Кога се применува метод на деформација на мрежа за FBM, брзината на мрежата Wm се воведува во равенка.

$$\rho_f[\frac{\partial u}{\partial t} + (u - W_m)\nabla u] - \nabla\sigma = 0\ , X \in \Omega_f \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.39)$$

Ова е познато како Лагранж-Ојлерова (ALE) формулација. Брзината на мрежата Wm не се појавува во равенката на континуитет, како равенката на Поасон за притисок и се решава да ја задоволи равенката на континуитет во надворешниот циклус.

Треба да се задоволи геометрискиот закон на конзервација (GCL), каде брзината на мрежата Wm мора да биде еднаква на брзината на движењето ΔX за временскиот чекор. Затоа, Wm треба да се пресметува според движење на јазлите чекор по чекор.

$$W_m = \frac{1}{\Delta t}(X^{n+1} - X^n)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.40)$$

каде Δt е временски чекор и n го означува бројот на временски чекори.

За секој чекор, новата деформација на мрежата е генерирана врз основа на почетната мрежа, тогаш системот на матрици се ажурира и брзината на мрежата треба да се пресметува според новата позиција на деформација на јазлите.

[22] Arbitrary Lagrangian-Eulerian

3.5.2 Техника на деформација на мрежата

Според [5] сметаме дека доменот $\Omega \subset R^2$ одреден триаголно со мрежа T која се состои од N четириаголни елементи T со големина h_T. Површината на елементот T се означува со m (T). Јакобијан матрицата за мапирање $\Phi\Omega: \rightarrow \Omega$ се означува со $J\Phi$ нејзината детерминанта $| J\Phi |$.

За да се формализира процесот на деформација, се воведува тежинска функција $g \in C^1(\Omega)$ и контролна функцијата $f \in C^1(\Omega)$. Двете функции мора да бидат позитивни во Ω.

Теоретската позадина на овој пристап - како пристап на Лијао [28, 33, 34, 29] се базира на работата на Мосер [35]. Целта на нумеричката деформација на мрежниот алгоритам е опишана како трансформација $\Phi\Omega: \rightarrow \Omega$ која ги задоволува

$$g(x)|J\Phi(x)| = f\left(\Phi(x)\right), x \in \Omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.41)$$

и

$$\Phi \quad \partial\Omega \quad \rightarrow \partial\Omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.42)$$

Ако таквата трансформација Φ е пронајдена, новите координати ξ на мрежните точки x се пресметуваат со

$$\xi = \Phi\ (\mathrm{x}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.43)$$

Со примена на формулата за површина се одредуваат T приноси

$$\mathrm{m}\left(\Phi(\mathrm{T})\right) = \int_{\Phi(\mathrm{T})} 1dx = \int_T \ |J\Phi(x)|dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.44)$$

со користење на 1x1-Гаусово правило во формула (1), се добива

$$g(\mathrm{x}_c)\frac{\mathrm{m}\left(\Phi(\mathrm{T})\right)}{m(T)} = \mathrm{f}\left(\Phi(\mathrm{x}_c)\right) + \mathrm{O}(\mathrm{h}^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.45)$$

Каде, x_c тежнее за центарот на T. Ако функцијата g ја претставува дистрибуција на елементот во областа на мрежата, односно $g(x) = m(T)+O(h^2)$, $x \in T$, тогаш имаме

$$m(\Phi(\mathrm{T}) = \mathrm{f}\left(\Phi(\mathrm{x}_c)\right) + \mathrm{O}(\mathrm{h}^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.46)$$

на тој начин со пропишување на kontrolnata функција f, елементот T ќе добие константа на просторно фиксно скалирање - големина дефинира со вредноста на f во зависност од позицијата на сликата на T во деформираната мрежа.

Во посебен случај g ≡ 1 истражувано од страна на Лијао, контролната функцијата f одредува релативен пораст или намалување на елементите во однос на претходната мрежа, односно мрежа на која се одвива деформацијата. Во методите на Лијао, контролната функцијата f не ја опишува апсолутната дистрибуција на големината на елементот во просторот. Ако и само ако почетната мрежа има иста големина на елементите, контролната функција ја контролира апсолутната големина на елементот.

Ако g (x) биде површинска дистрибуција на недеформираната мрежа, а f (x) (контролна функција) ја опишува апсолутна големина на дистрибуција на дадената мрежа, која е независна од почетната мрежа. Оваа состојба (2.30) од горенаведените гарантира дека граничните точки се движат само по границата. Потоа, трансформацијата Φ може да се пресмета преку следниве четири чекори:

1. Пресметка на скаларните фактори cf и cg фактори за дадената контролна функција f (x)> 0 и површинската функција g со користење

$$c_f \int_\Omega \frac{1}{f(x)} \mathrm{dx} = c_g \int_\Omega \frac{1}{g(x)} \mathrm{dx} = |\Omega| \text{ ....(3.47)}$$

каде $\Omega \subset R^2$ е пресметковен домен, и f (x) ≈ локална мрежна област. ~ f и ~g означуваат реципрочна вредност на скаларните функции f и g .

$$\tilde{\mathrm{f}} = \frac{c_f}{f} \;, \tilde{\mathrm{g}} = \frac{c_g}{g} \text{ ....(3.48)}$$

2. Пресметка на векторот на брзина во полето на мрежата v Ω: ⊂ Rn, со исполнување на линеарната Поасонова равенка

$$-\nabla\Big(\big(v(x)\big)\Big) = \tilde{\mathrm{f}}(\mathrm{x}) - \tilde{\mathrm{g}}(\mathrm{x}), x \in \Omega \quad, \mathrm{v}(\mathrm{x})\mathrm{n} = 0, x \in \partial\Omega \qquad \text{....(3.49)}$$

каде што n е надворешниот нормален вектор на границата Ω, кој може да се состои од неколку гранични компоненти.

3. За секоја точка x на мрежата, се решава следниов ODE систем

$$\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial t} = \eta(\partial\varphi(x,t), 0 \le t \le 1, \varphi(x,0) = x \text{ ....(3.50)}$$

со

$$\eta(\mathrm{y},\mathrm{s}) = \frac{v(y)}{s\tilde{\mathrm{f}}(\mathrm{y})+(1-s)\tilde{\mathrm{g}}(\mathrm{y})}\ , y \in \Omega\ \ , s \in [0,1] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.51)}$$

4. Се одредуваат точките на деформираната мрежа преку

$$\Phi\ (\mathrm{x}) = \varphi(\mathrm{x}, 1) \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.52)}$$

4. НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

Цврсти тела до сега се анализирани за структурна интеракција со флуид за било кој кружен или правоаголен облик. Во следнава теза се работи на произволен облик. Примарната цел на тестот е да се покаже како тенки цврсти предмети осцилираат при проток на флуид. Главната цел е да се покаже дека со метод на поместување на мрежата се добиваат подобри и попрецизни резултати во споредба со фиксната мрежа. Општата цел е да се покаже ефикасноста на презентираниот метод.

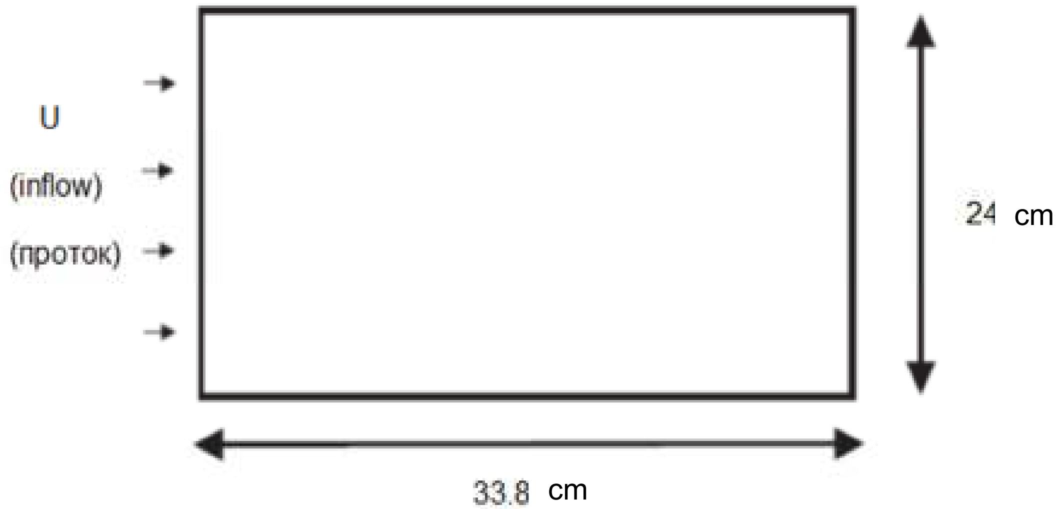
4.1 Опис на основна конфигурација

Следниов дел дава детален опис на експерименталниот репер [6] кој се користи за оваа анализа. Целта на оваа конфигурација е да се обезбеди сигурна база на податоци да служи за споредба на различни нумерички методи и кодот имплементиран за флуид структурна симулација на интеракција. Се усвојува дека флуидиот е нестислив.

4.1.1 Компјутерска дефиниција

Целокупниот правоаголен домен е со должина L = 33,8 см, и ширина W = 24,0 см како што е прикажано во сл.4.1. Целиот домен е исполнет со нестислив флуид. За оваа анализа, како флуид е избран полиетиленски гликол поради тоа што има висока вискозност и густина блиску до водата.

- густина1.05 gm/cm^3
- кинематичка вискозност 1.64 cm^2/sec

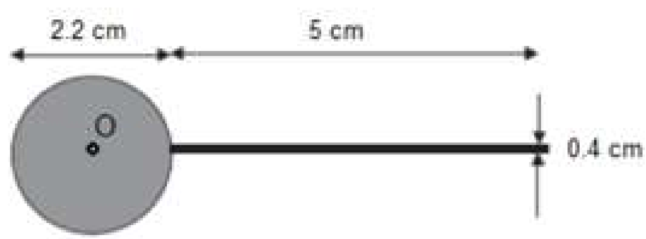


Слика 4.1 Геометриска дефиниција во cm

Figure 4.1 Geometrical definition in cm

4.1.2 Дефиниција на цврсто тело

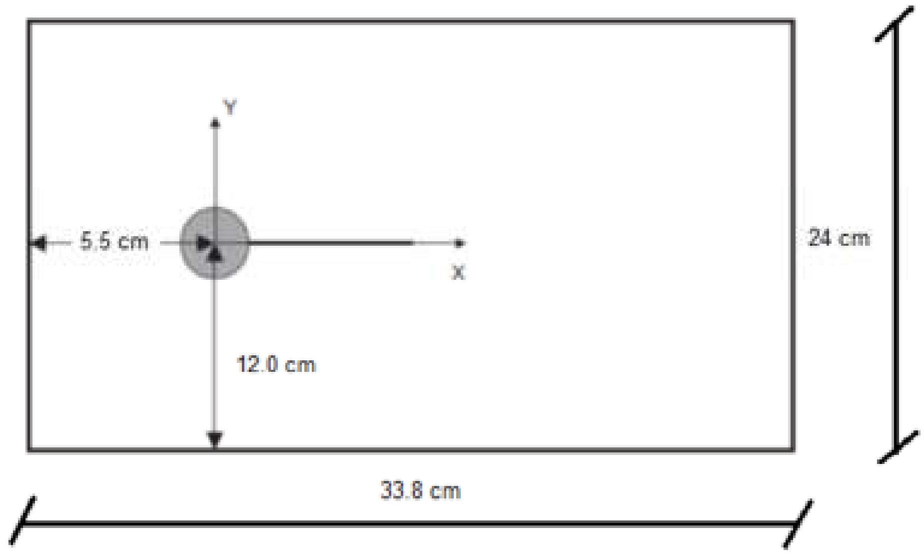
Структурата се состои од 0.4cm дебела челична мембрана прикачена на алуминиумско цилиндрично тело. Цилиндричното тело има дијаметар од 2.2cm и должината на мембраната е 5 cm . Целата структура е слободна да осцилира околу оска O која се наоѓа во централната точка на цилиндричниот дел од телото слика 4.2. Димензиите за крутата структура е претставени на сл. 4.2. Дебелината на мембраната од челик ја менуваме и тоа 0.4cm, 0.2cm и 0.1cm.



Слика 4.2 Геометриска дефиниција на објектот во cm

Figure 4.2 Structure geometrical definition in cm

Целокупната поставеност за нумеричка анализа е прикажана на сл. 4.3



Слика 4.3 Компјутерско подесување

Figure 4.3 Computational setup

Гранични услови

- Дирихле гранична состојба(Dirichlet Boundary Condition) : Брзината на влезот x=0 е дадена како U = 113 cm/sec (Рејнолдсов број од околу Re = 150 , врз основа на дијаметарот од предниот цилиндер) .
- Нојман гранична состојба (Neumann Boundary Condition) : Нојман гранична состојба се применува по истекот за x = 33.8 cm .
- Нелизгачка состојба (Non-Slip Condition): Состојбата не се лизга U = 0 е пропишана за:

  U (x , y, t) = 0 и V (x , y, t) = 0.
- Страничните граници на физичкиот домен се совпаѓаат со цврст ѕидови на објектот за тестираната секција.

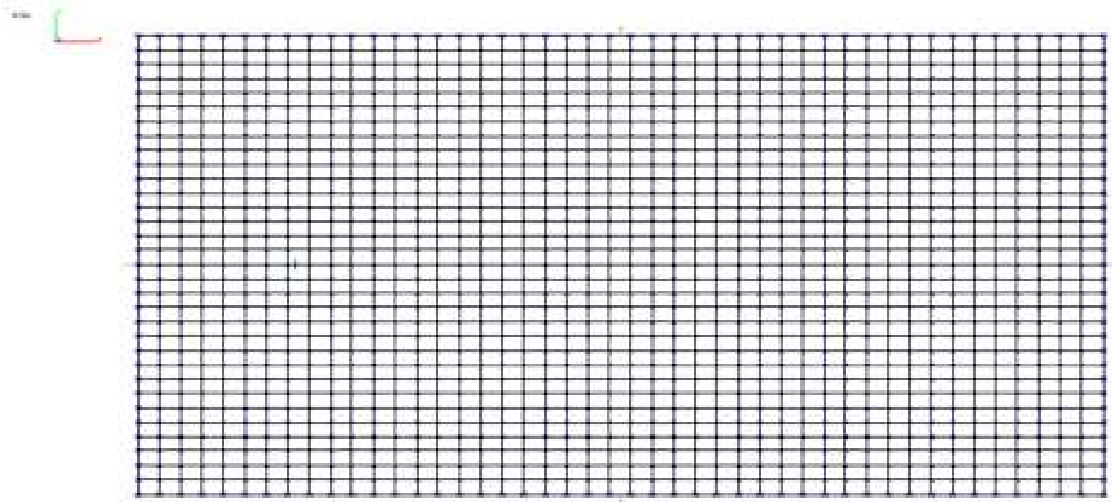
Две различни мрежи се конструирани за нумеричка анализа.

Првата еквидистантна мрежа сл.4.4, каде елементите имаат еднаква големина.

Втората мрежа е нееквидистантна мрежа сл. 4.5, во која областа околу објектот е погуста.

Опис на еквидистантна мрежа , мрежа 1

1. Број на јазли: 1518
2. Број на рабови : 2957
3. Број на елементи : 1440

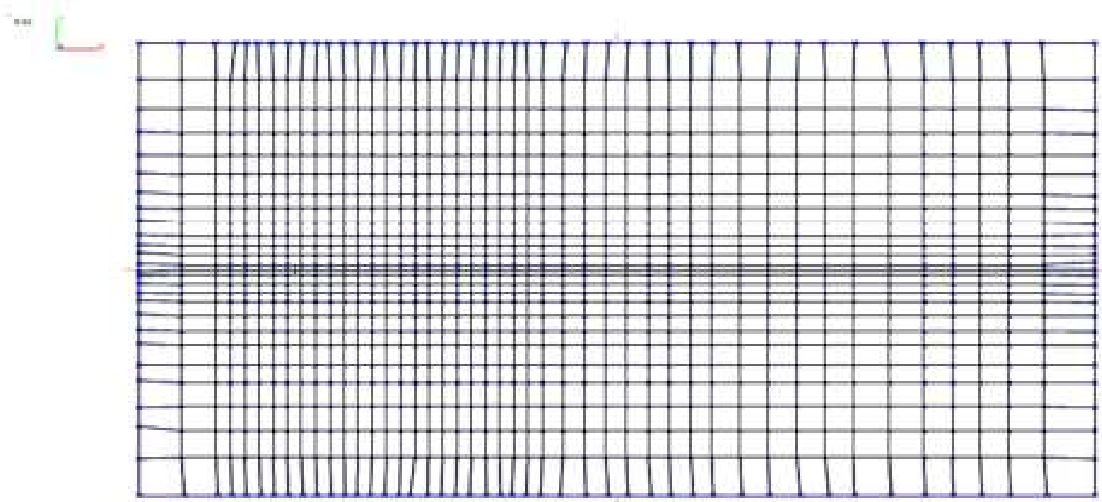


Слика 4.4 Еквидистантна мрежа за нумеричка анализа - мрежа 1

Figure 4.4 Equidistant coarse mesh for the numerical analysis - mesh 1

Опис на нееквидистантна мрежа , мрежа 2

1. Број на јазли: 1242
2. Број на рабови : 2411
3. Број на елементи : 1170



Слика 4.5 Нееквидистантна мрежа за нумеричка анализа - мрежа 2

Figure 4.5 Inequidistant coarse mesh for the numerical analysis - mesh 2

Табела 4.1 Параметри за секвенцијално прилагодена мрежа 1

ниво	Број на јазли	Број на рабови	Број на елементи
1	1518	2957	1440
2	5915	11674	5760
3	23349	46388	23040
4	92777	184936	92160
5	369873	738512	3686400

Табела 4.2 Параметри за секвенцијално прилагодена мрежа 2

ниво	Број на јазли	Број на рабови	Број на елементи
1	1242	2411	1170
2	4823	9502	4680
3	19005	37724	18720
4	75449	150328	74880
5	300657	600176	299520

4.2 Резултати и дискусија

Во овој дел се дадени нумеричките тестови на модифицирана експериментална конфигурација. Првично се вршат симулации на фиксна мрежа за различни дебелини на мембрани. Споредбата за различни дебелини се прикажани на цртежи. Пресметките се прават на статички и динамички деформирани мрежи. Дефинициите на контролните функции се исто така, опишани. На крајот е прикажана споредба помеѓу трите методи на мрежната адаптација, односно, фиксна мрежа за референтно решение, статички деформирана мрежа и динамички деформирана мрежа.

4.2.1 Метод на фиксна мрежа

Случај 1: Дебелина на мембрана T = 0.4cm

Пресметките се вршат со помош на мрежа 2 за три различни дискретизации (нивоа) односно на:

ниво 3 со 19.005 јазли и 18.720 елементи,

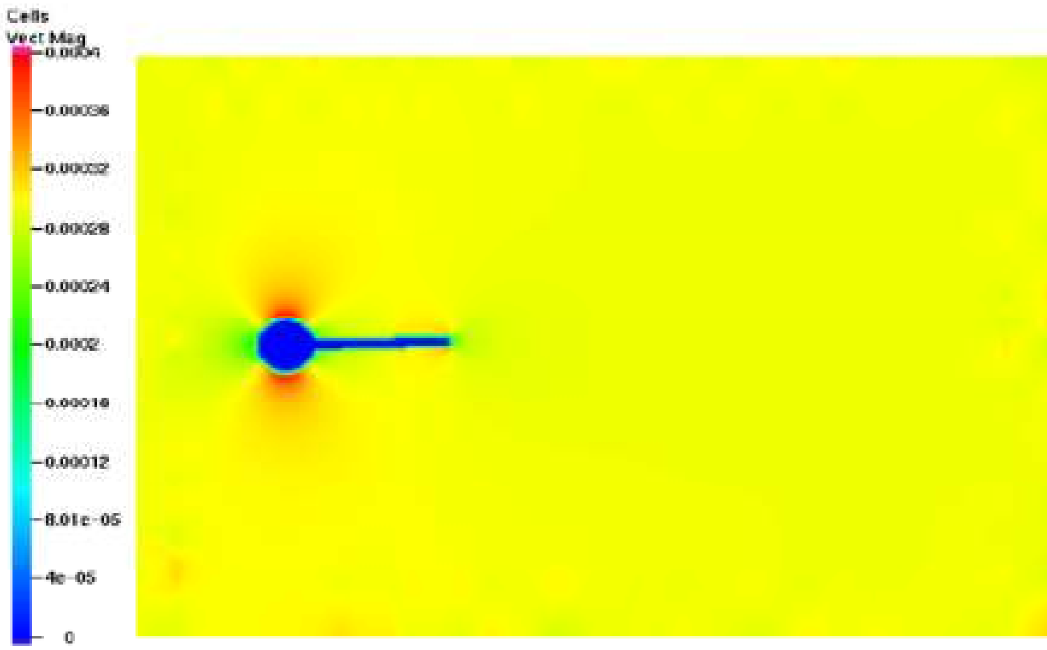
ниво 4 со 75.449 јазли и 74.880 елементи,

ниво 5 со 300.657 јазли и 299.520 елементи.

Почетна аголна брзина и влезниот аголот се поставени на нула. Влезниот агол θ (мерен во радијани) и аголна брзина ω (мерена во rad / сек) за секоја позиција на цврстото тело.

Во овие симулации, пресметките со ниво 3 се изведуваат прво се додека не достигне стабилно периодично движење. По извесно време на решението добиено од ниво 3 се користи за извршување на симулации за ниво 4 и решението на ниво 4 се користат за пресметка на ниво 5. На почетокот на дебелината е земена T = 0.4cm и тестирана. Во зависност од добиеното решение од горенаведените тестови дебелината се сведува на T = 0.2cm и 0.1cm соодветно.

На сл. 4.6 е прикажана почетната позиција на круто тело. Објектот се навалува за агол θ, со цел да се добие подобара осцилација за време на почетокот. На сл. 4.7 и сл. 4.8 е дадена положбата на објектот за време t = 4,07 и t = 8,02. Брзината е прикажана на сл. 4.9.



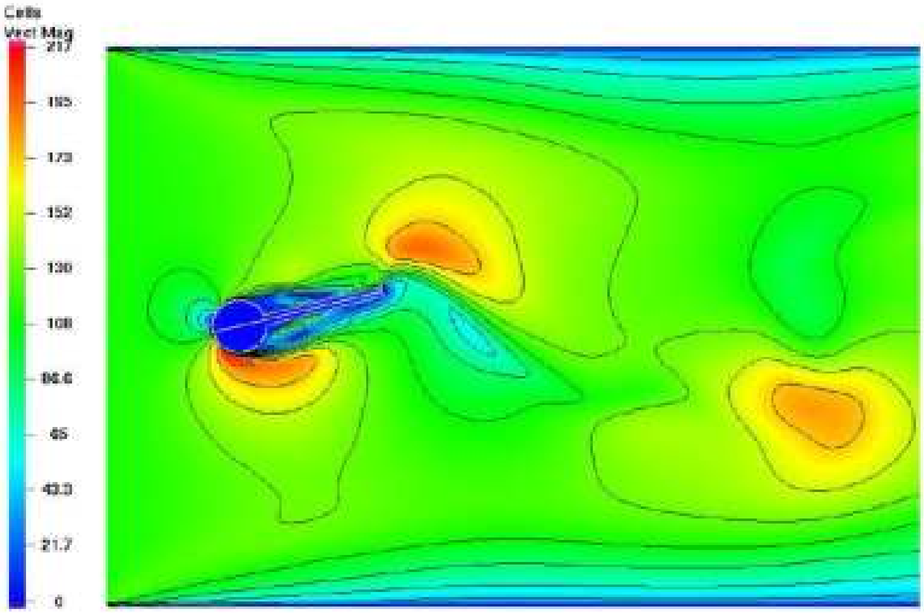
Слика 4.6 Почетна положба на објектот

Figure 4.6 Initial position of the object

Табела 4.3 Фреквенција и амплитуда за различни нивоа за дебелина T = 0.4cm

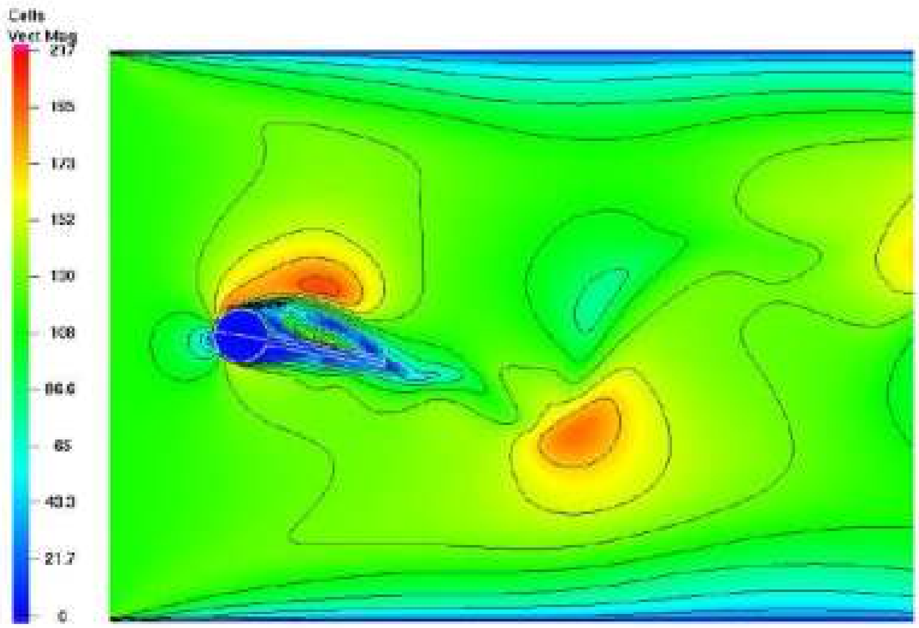
Table 4.3 Frequency and Amplitude at different levels for thickness T = 0.4cm

параметар	ниво 3	ниво 4	ниво 5
фреквенција [Hz]	4,1322	4,2247	4,2016
амплитуда [rad]	0,2286	0,2646	0,2382



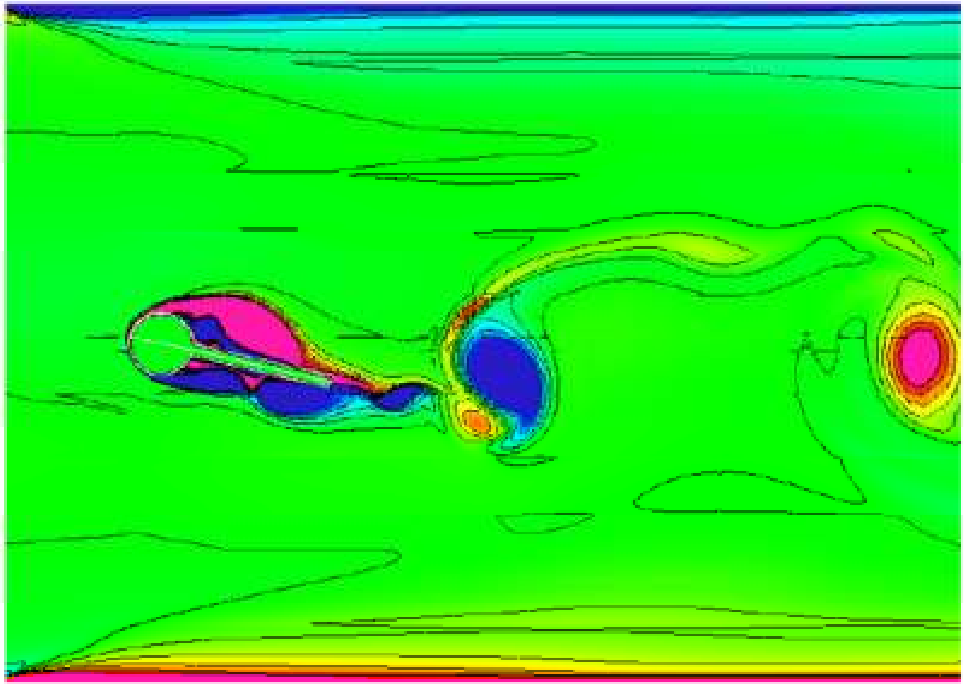
Слика 4.7 Позиција на објектот за t = 4.07

Figure 4.7 Position of the object at t = 4.07



Слика 4.8 Позиција на објектот за t = 8.02

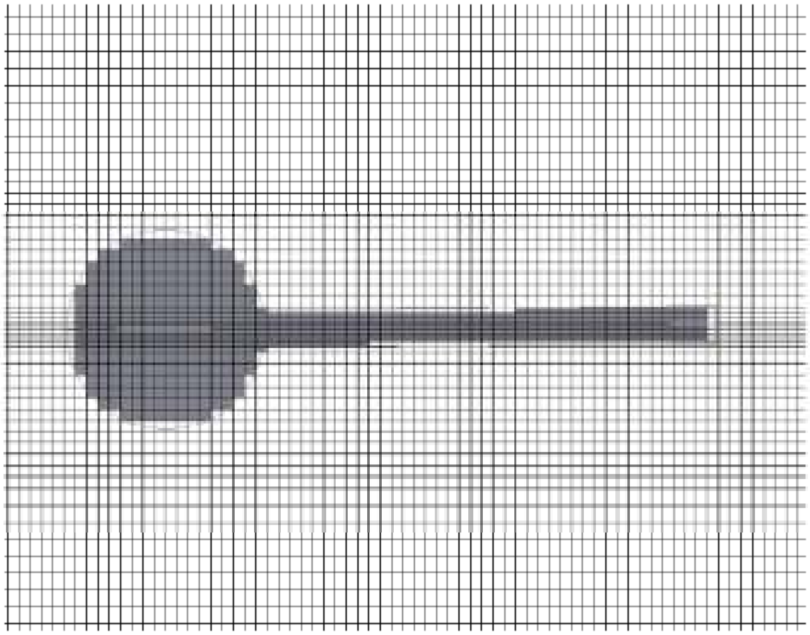
Figure 4.8 Position of the object at t = 8.02



Слика 4.9 Брзина во време t = 16.6, ниво 5

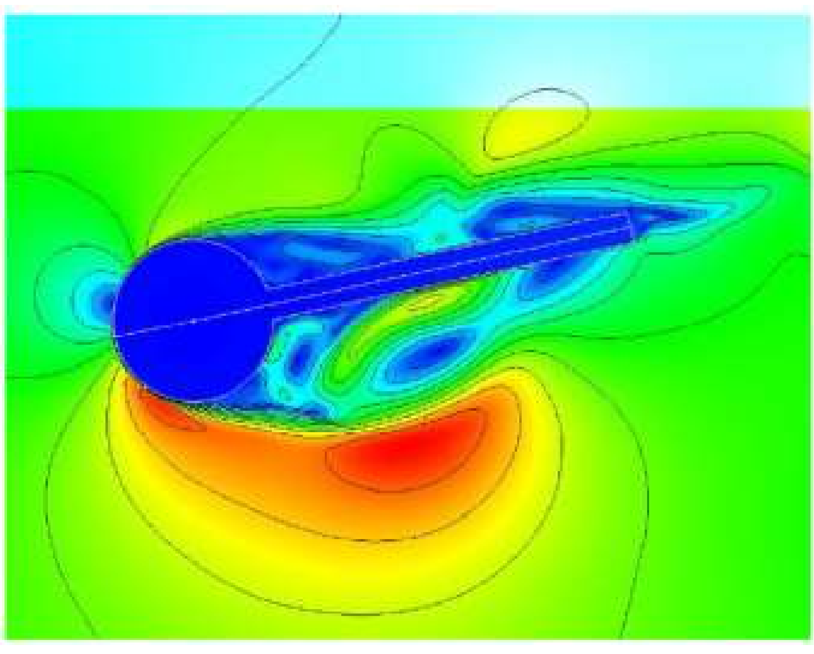
Figure 4.9 Velocity at time t = 16.6,LEVEL 5

Слика 4.10 покажува зумирана локалната мрежа на ротирачки цилиндар на ниво 3. Се забележува дека граничното приближување не е на посакуваното ниво. Но, за таква дебелина пресметките може да се вршат на пониските нивоа. На сл.4.11 и сл.4.12 се претставени зумирани позиции на круто тело кое осцилира.



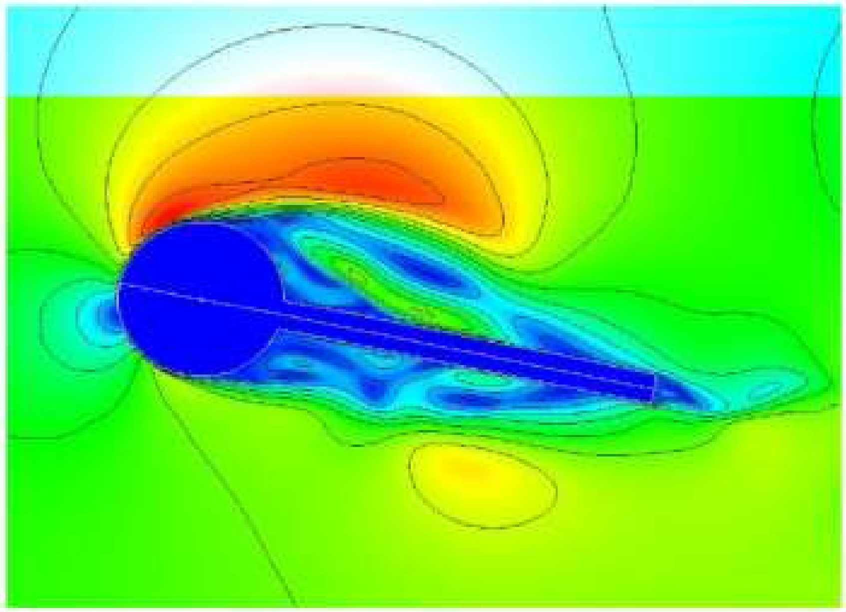
Слика 4.10 Зумирана мрежа на ротирачки цилиндар на ниво 3, T = 0.4cm

Figure 4.10 Zoomed local mesh of the rotating cylinder at LEVEL 3, T = 0.4cm



Слика 4.11 Зумирана позиција на објектот која покажува осцилација на позитивната страна на оската

Figure 4.11 Zoomed position of the object showing the oscillation on the positive side of axis

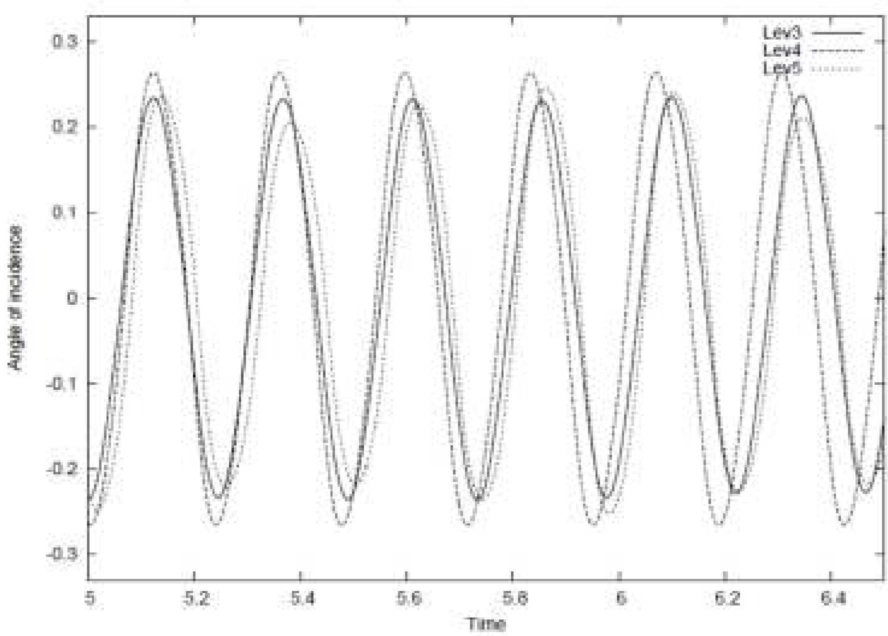


Слика 4.12 Зумирана позиција на објектот која ја покажува осцилација на негативната страна на оската

Figure 4.12 Zoomed position of the object showing the oscillation on the negative side of axis

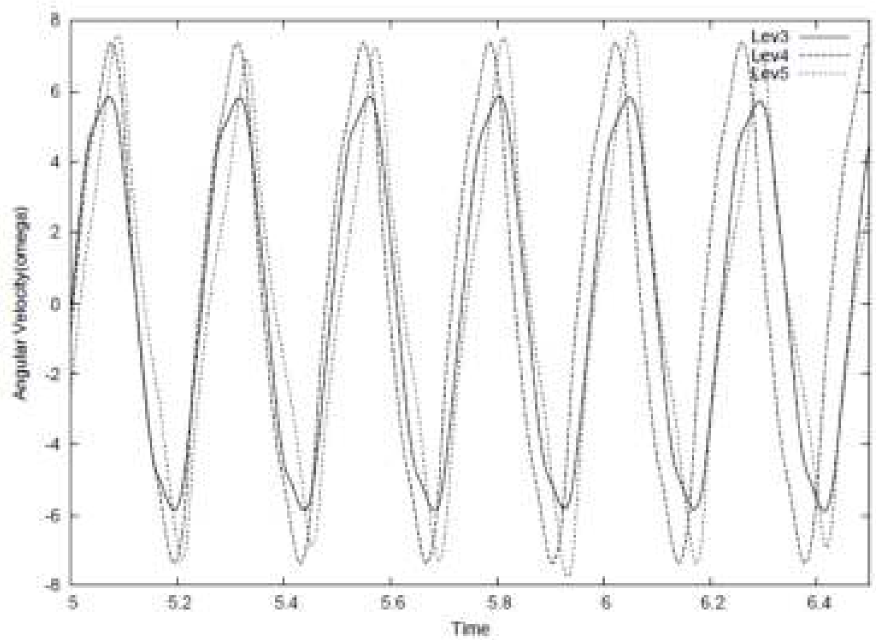
Слика 4.13 ја покажува компарација помеѓу влезниот аголот θ на нивоата 3,4 и 5. Се забележува дека осцилациите од ниво 3 не се високи во споредба со ниво 4 и ниво 5. Исто така осцилациите во секунда (фреквенција) се исти за сите три нивоа, но амплитудата варира како што е прикажано во табела 4.3. Ова може да биде резултат на приближување на деловите на границата на ниво 3. Менувањето на аголната брзина / ω на три различни нивоа, е прикажано на сл. 4.14 .

Хидродинамичката сила и момент се исто така пресметани за три различни нивоа 3,4 и 5. Цртежите за коефициентот на отпор се дадени на сл.4.15, коефициент на подигнување сл.4.16 и моментот сл 4.17.



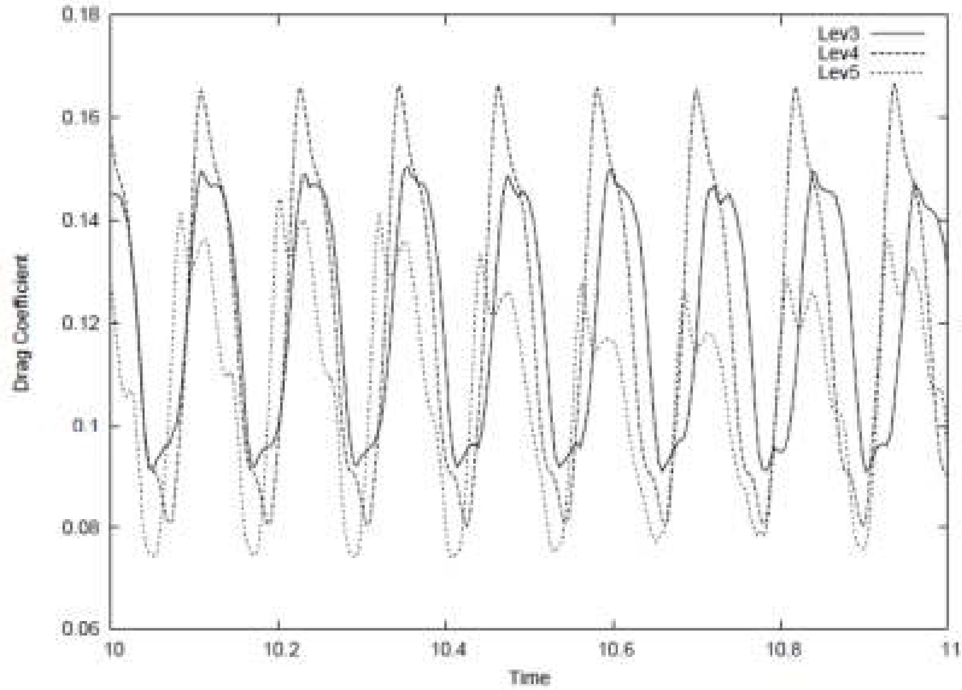
Слика 4.13 Влезен агол за различни нивоа, T = 0.4cm

Figure 4.13 Angle of incidence for different levels, T = 0.4cm



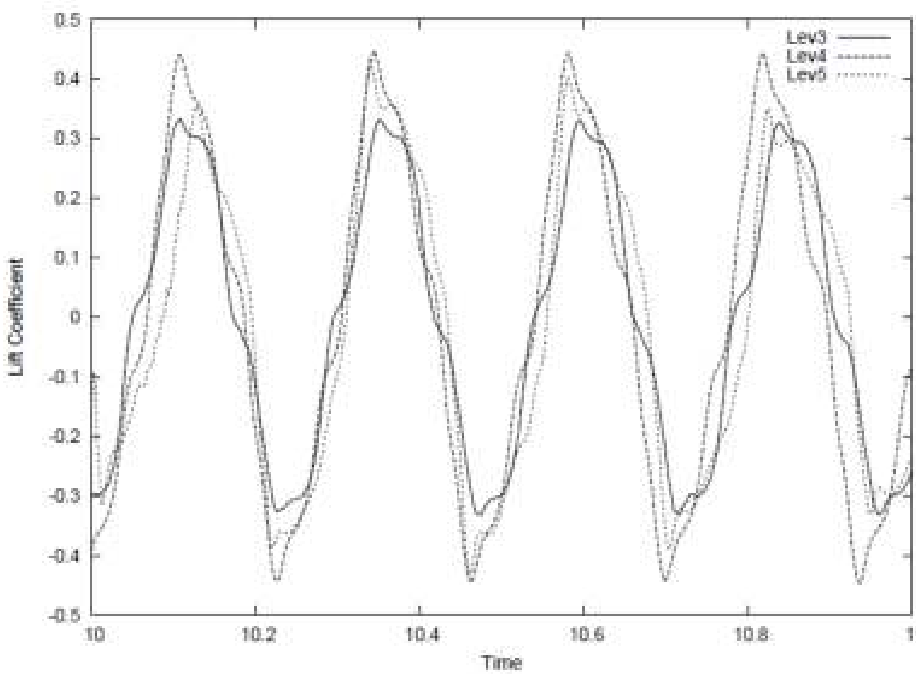
Слика 4.14 Аголна брзина за различни нивоа, T = 0.4cm

Figure 4.14 Angular velocity for different levels, T = 0.4cm



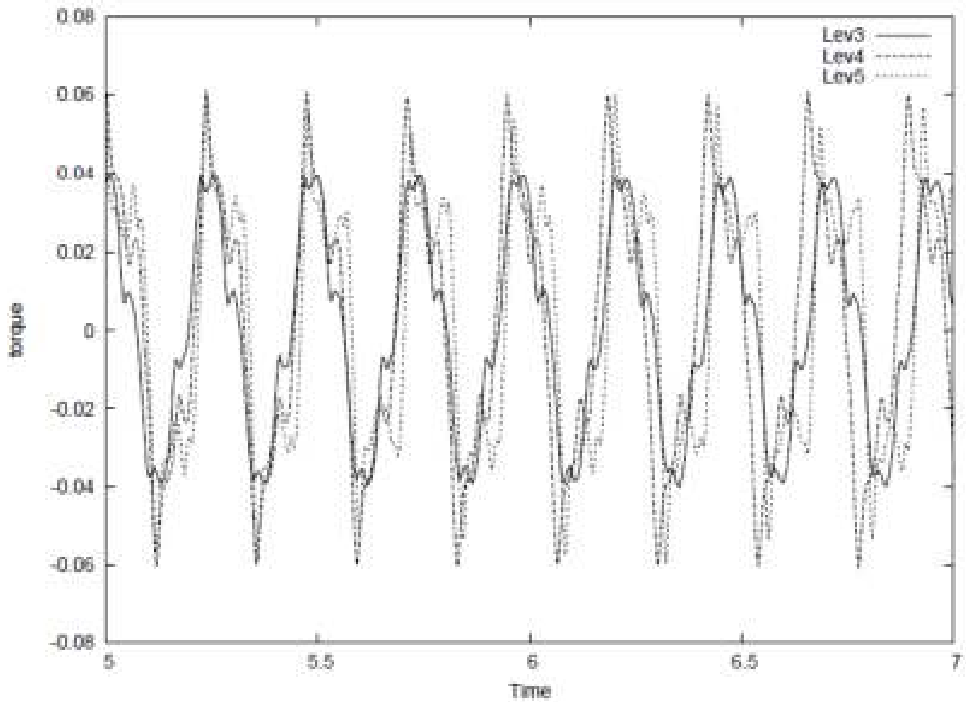
Слика 4.15 Коефициент на отпор за различни нивоа, T = 0.4cm

Figure 4.15 Drag Coefficient for different levels, T = 0.4cm



Слика 4.16 Коефициент на подигање за различни нивоа, T = 0.4cm

Figure 4.16 Lift Coefficient for different levels, T = 0.4cm

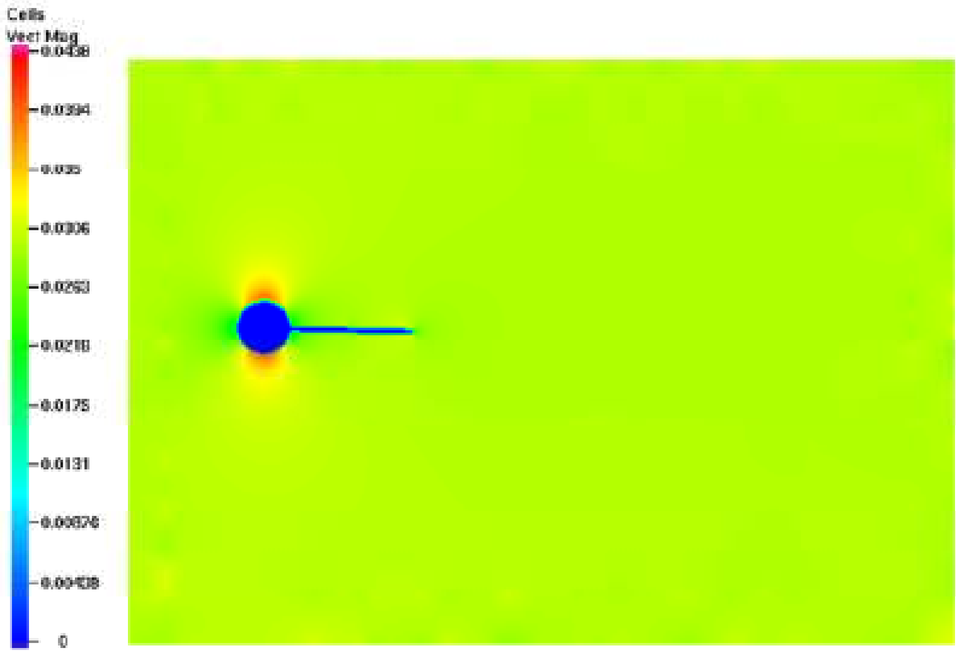


Слика 4.17 Момент за различни нивоа, T = 0.4cm

Figure 4.17 Torque for different levels, T = 0.4cm

Случај 2: Дебелина на мембрана T **= 0.2cm**

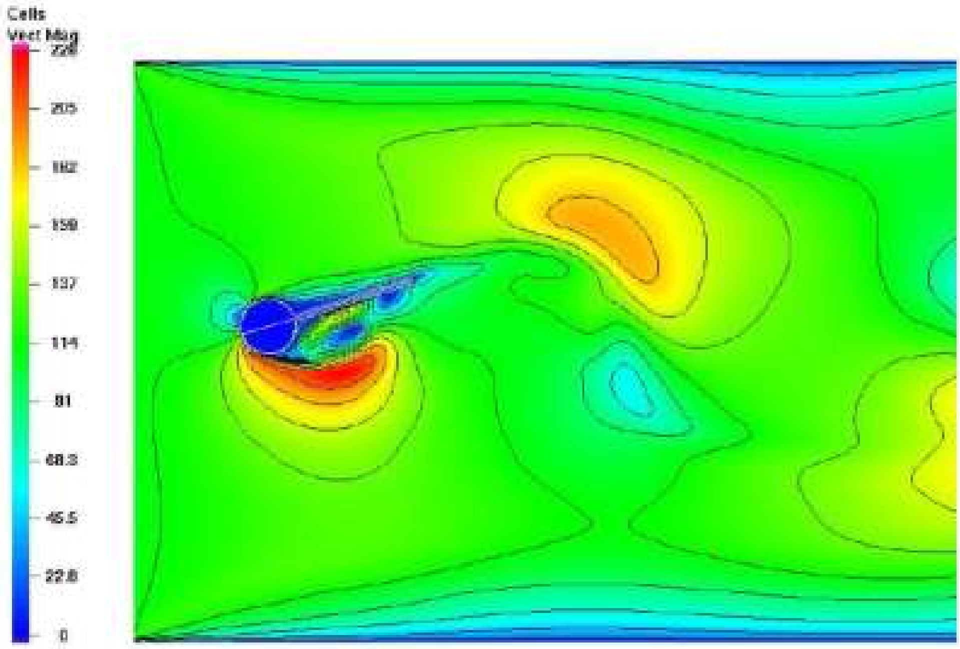
Во следниот дел дебелината на мембраната е намалена до T = 0.2cm. Пресметките се изведени на нивоата 3,4 и 5, соодветно. Густината на мембраната и цилиндарот се исти. На сл. 4.18 е прикажана почетната позиција на објектот кој е поместена за агол θ, а центарот на цилиндарот е фиксен во позиција (x, y) = (0, 1). Во претходниот случај за T = 0.4cm центарот беше определен на позицијата (x, y) = (0, 0).



Слика 4.18 Почетна позиција на објектот

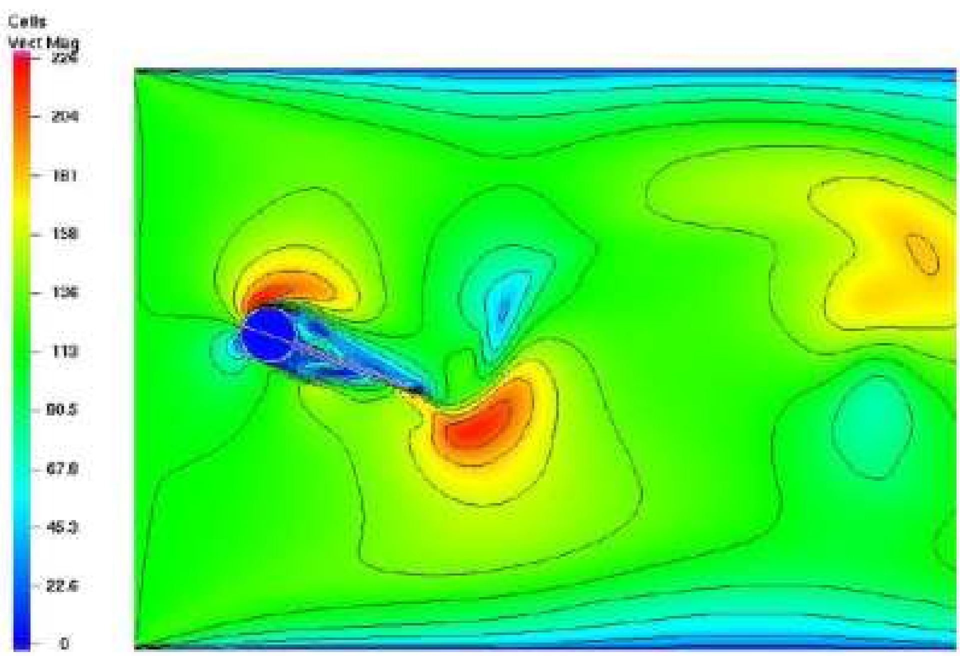
Figure 4.18 Initial position of the object

Откако објектот е фиксиран симетрично во компјутерскиот домен, тенките предмети не можат да осцилираат лесно. Ова е причината поради која објектот се преместува од почетната положба. На слика 4.19 и слика 4.20 се дадени положбите на објектот за време t = 2,0 и t = 6,92. Брзината е прикажана во слика 4.21. Зумираните позиции на објектот се јасно прикажани на слика 4.22 и слика 4.23, од каде може да се заклучи дека осцилацијата е чисто симетрична.



Слика 4.19 Позиција на објектот во t = 2.0

Figure 4.19 Position of the object at t = 2.0



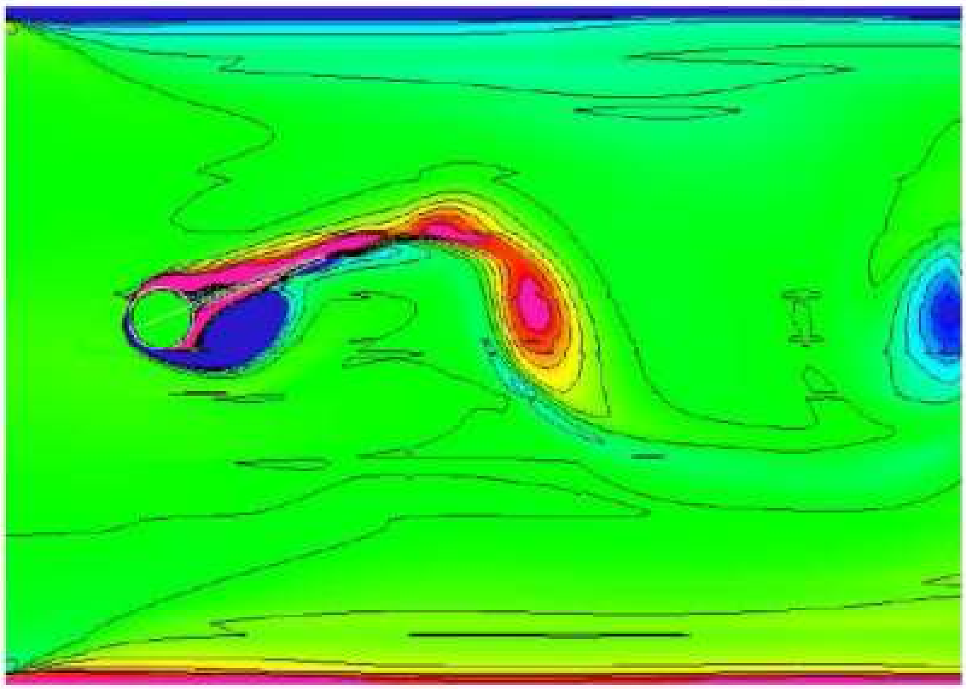
Слика 4.20 Позиција на објектот во t = 6.92

Figure 4.20 Position of the object at t = 6.92

Табела 4.4 Фреквенција и амплитуда на различни нивоа за дебелина T = 0.2cm

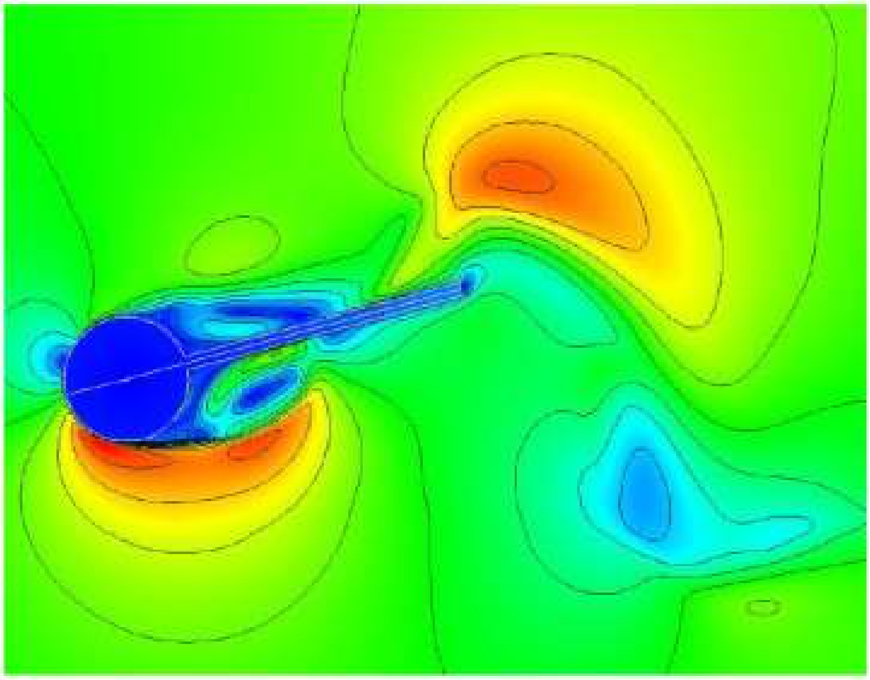
Table 4.4 Frequency and Amplitude at different levels for thickness T = 0.2cm

параметар	ниво 3	ниво 4	ниво 5
фреквенција [Hz]	3,9478	3,9323	3,8505
амплитуда [rad]	0,2265	0,3805	0,3519



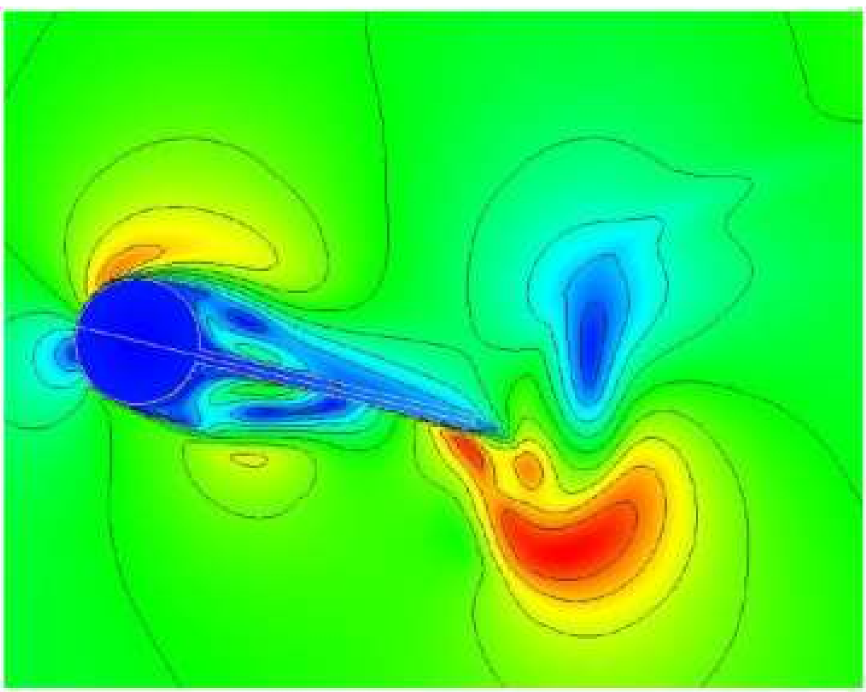
Слика 4.21 Брзина за t = 3.01

Figure 4.21 Velocity at t = 3.01



Слика 4.22 Зумирана позиција на објектот, осцилацијата на позитивната страна на оската

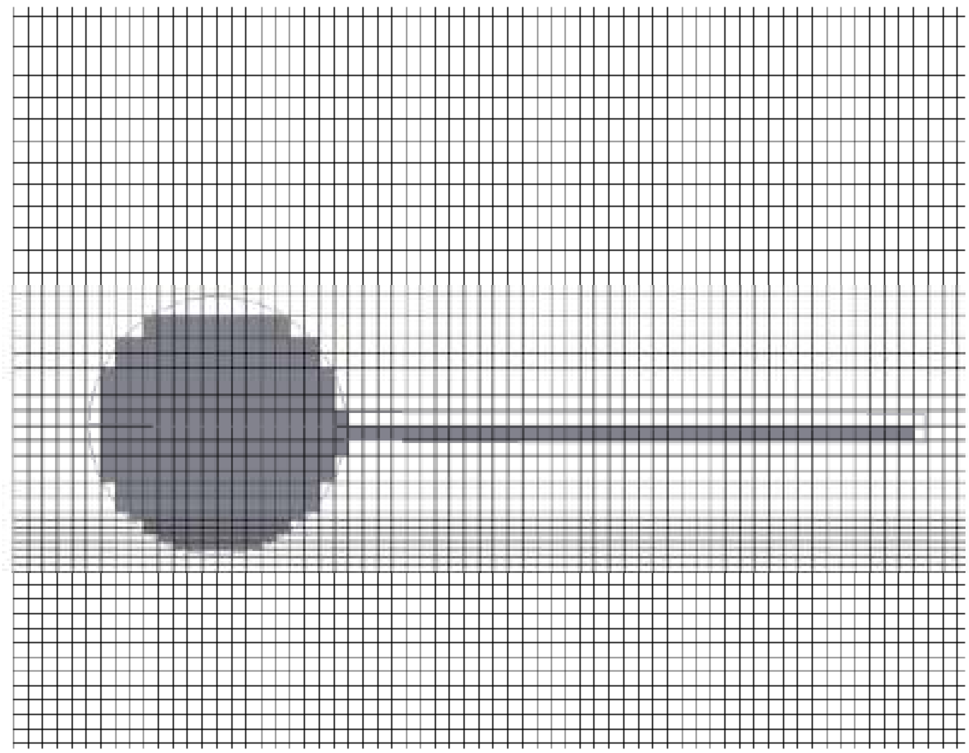
Figure 4.22 Zoomed position of the object, oscillation on the positive side of axis



Слика 4.23 Зумирана позицијата на објектот, осцилацијата на негативната страна на оската

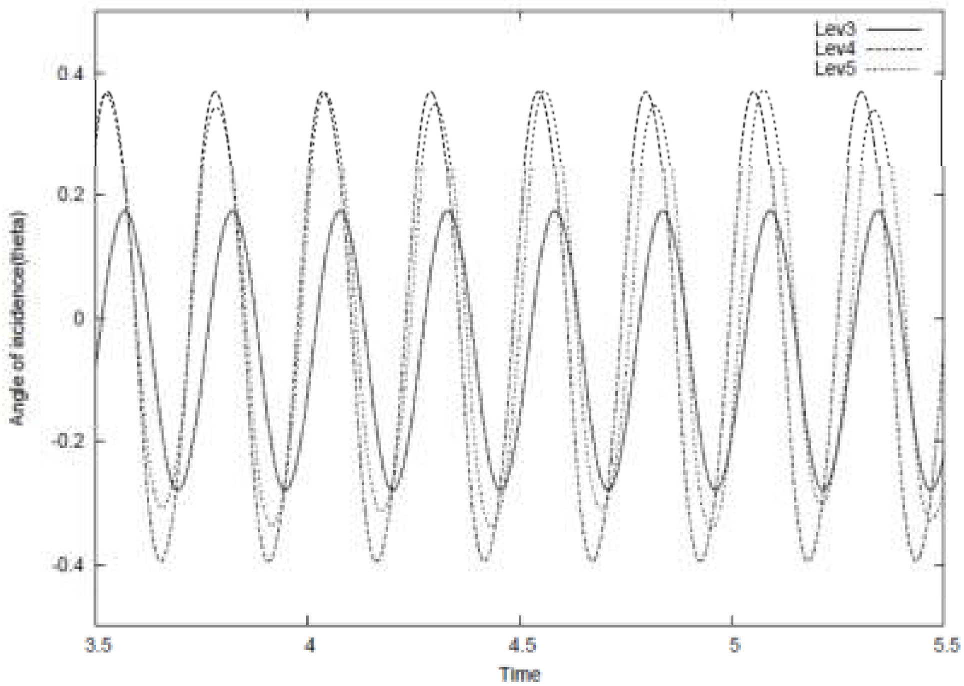
Figure 4.23 Zoomed position of the object oscillation on the negative side of axis

На слика 4.24 е прикажана зумираната локална мрежа на ротирачкиот цилиндар на ниво 3. Може да се забележи дека објектот не е правилно поставен, но може да се прифати за вршење на пресметки на ниво 3.Нивоата 4 и 5 даваат подобра проценка за границата во такви случаи.



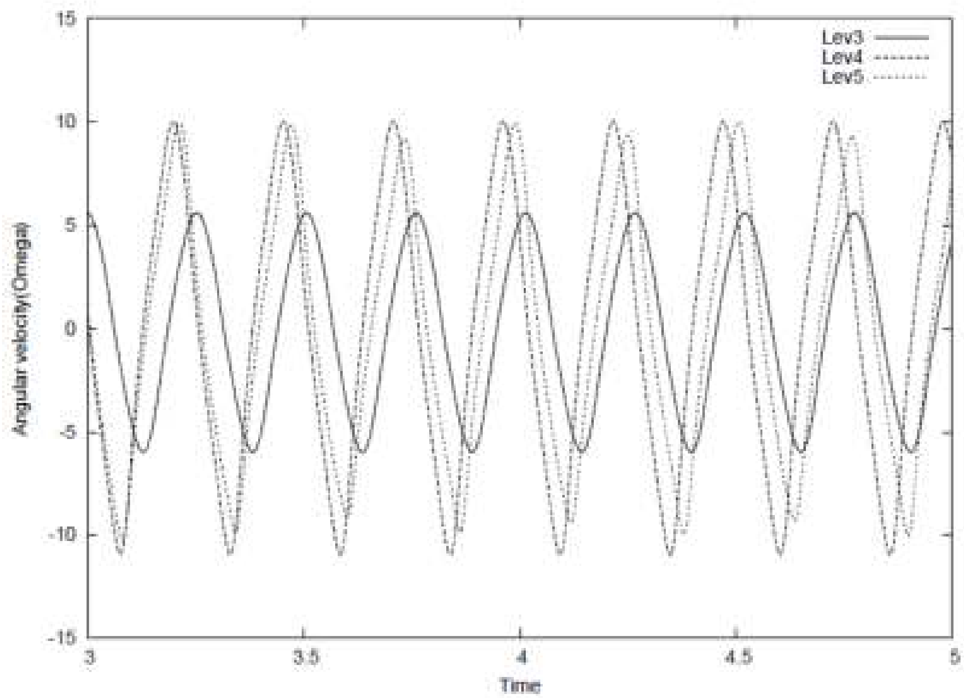
Слика 4.24 Зумирана мрежа на ротирачки цилиндар на ниво 3, T = 0.2cm
Figure 4.24 Zoomed local mesh of the rotating cylinder at LEVEL 3, T = 0.2cm

На слика 4.25 е влезниот аголот θ на нивоата 3, 4 и 5. Осцилациите на нивото 3 не се подобри во споредба со нивоата 4 и 5. Нивоата 3, 4 и 5 имаат речиси иста фреквенција. Амплитудата на ниво 3 е многу мала во споредба со нивоата 4 и 5 како што е прикажано во табела 4.4. Исто така е забележано дека интензитетот на осцилации / поместување на објектот е поголемо во споредба со случајот 1, каде што дебелината на мембраната е T = 0.4 cm. Аголна брзина е прикажана на слика 4.26. Однесувањето на коефициентите за отпор, подигање и моментот на нивоата 3,4 и 5 се прикажани на слика 4.27, слика 4.28 и слика 4.29.



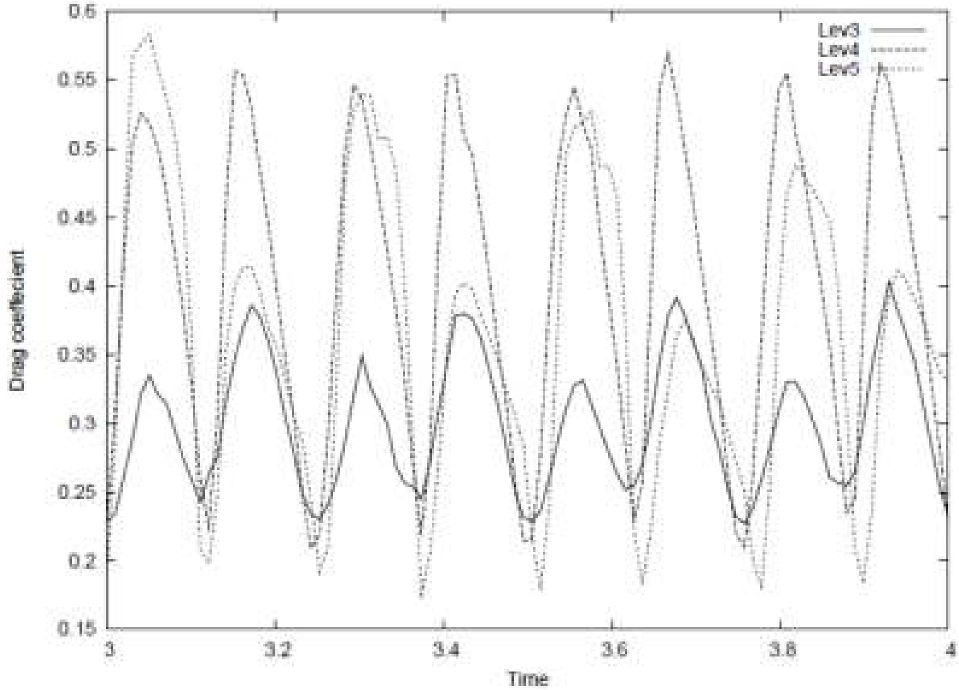
Слика 4.25 Влезен агол за различни нивоа, T = 0.2cm

Figure 4.25 Angle of incidence for different levels, T = 0.2cm



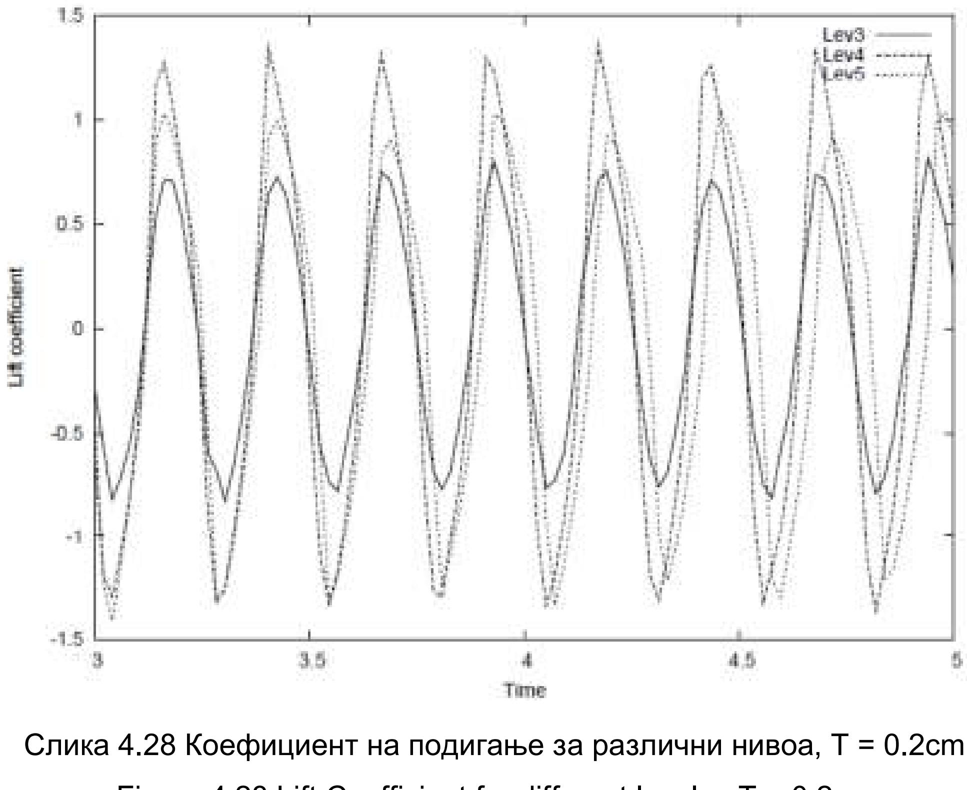
Слика 4.26 Аголна брзина за различни нивоа, T = 0.2cm

Figure 4.26 Angular velocity for different levels, T = 0.2cm



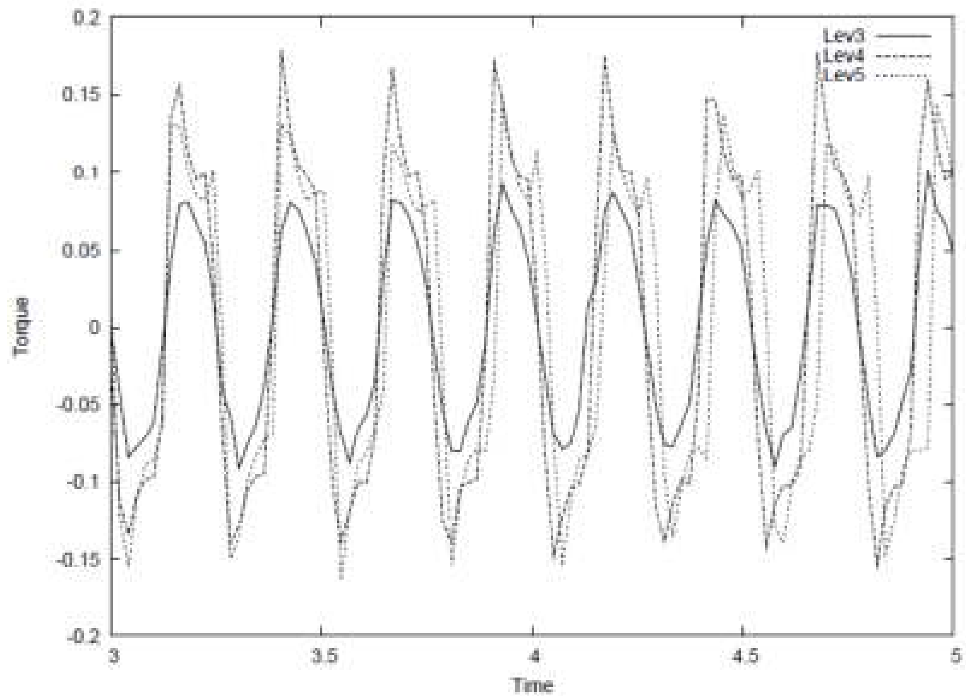
Слика 4.27 Коефициент на отпор за различни нивоа, T = 0.2cm

Figure 4.27 Drag Coefficient for different levels, T = 0.2cm



Слика 4.28 Коефициент на подигање за различни нивоа, T = 0.2cm

Figure 4.28 Lift Coefficient for different levels , T = 0.2cm

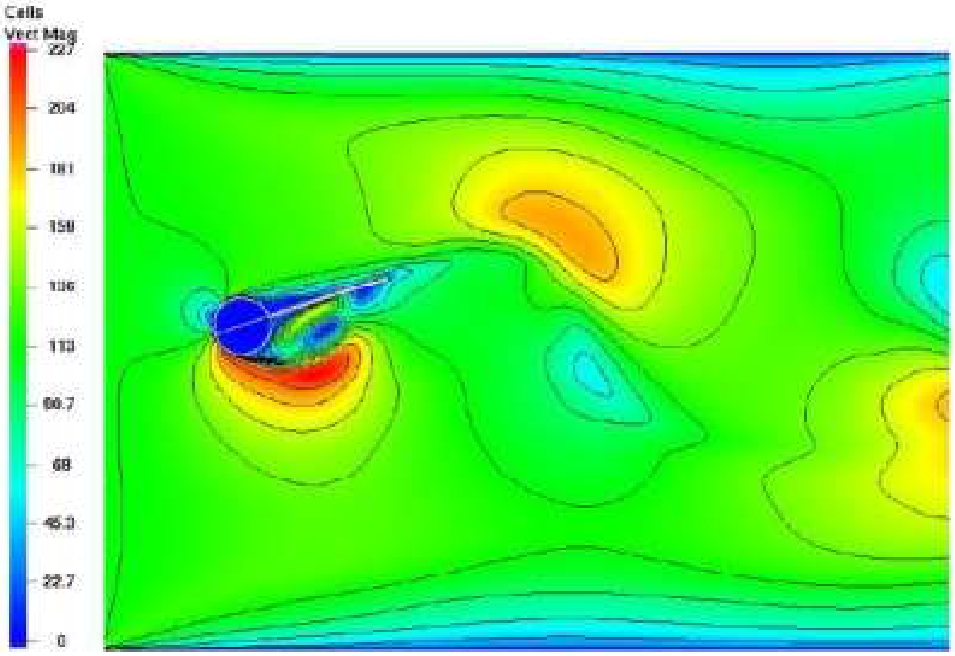


Слика 4.29 Момент за различни нивоа

Figure 4.29 Torque for different levels , T = 0.2cm

Случај 3: Дебелина на мембрана T **= 0.1cm**

Најинтересен дел од тезата е намалување на дебелината на мембраната на T = 0.1cm. Пресметките на ниво 3 се тешки за извршување, бидејќи недостига ефикасен број на јазли во објектот кој го спречува објект од зачувување на добра проценка на границата. Покрај тоа на ниво 3 е тешко да се добие точна форма на објектот. Но на нивоата ≥ 4 може да се добие формата на објектот. За да се покаже ова, се вршат пресметки на ниво 3 и се споредуваат со нивоата 4 и 5, соодветно. Тука, исто така центарот на цилиндарот е фиксен во позиција (x, y) = (0, 1) за подобра и побрза осцилација.

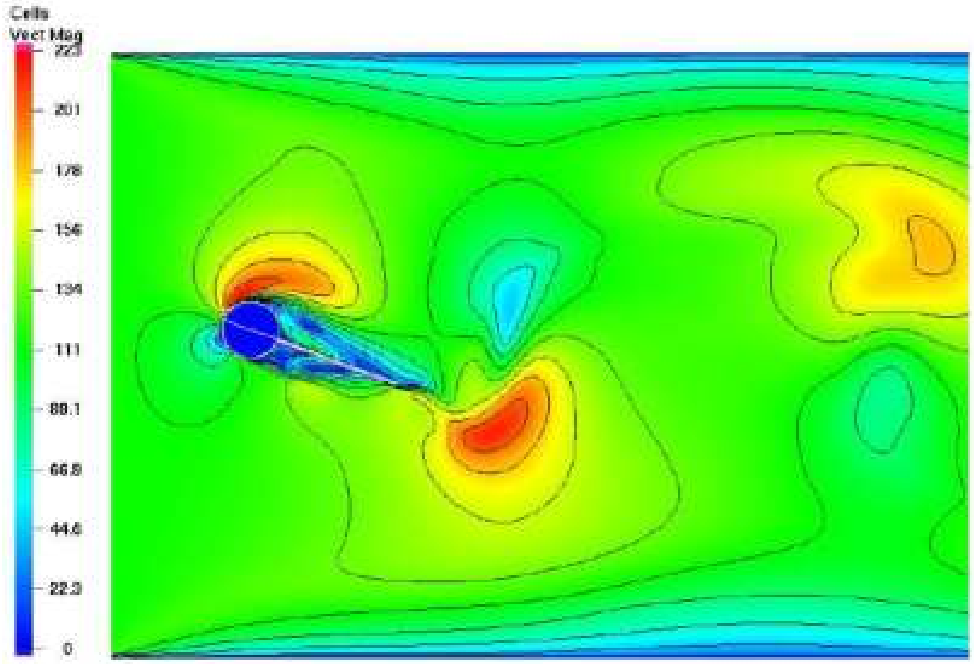


Слика 4.30 Позиција на објектот во t = 2.91

Figure 4.30 Position of the object at t = 2.91

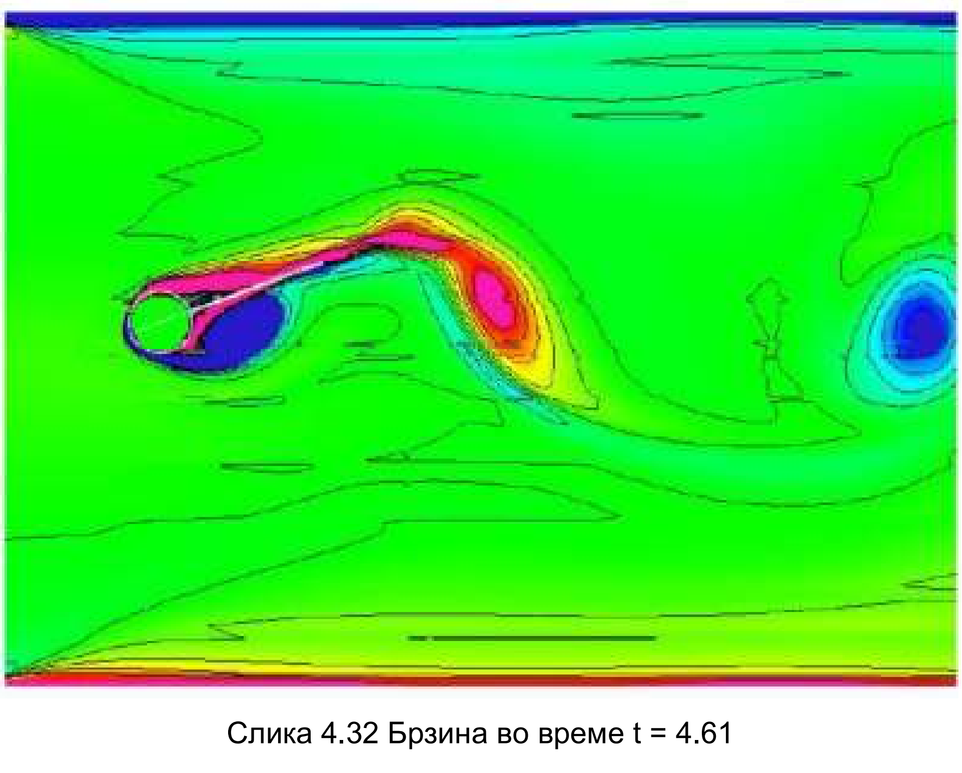
На слика 4.30 ислика 4.31 се прикажани позициите на објектот за време t = 2.91 и t = 7.42 . Брзината е прикажана на слика 4.32.

Табелата 4.5 ги дава вредностите на фреквенцијата и амплитудата пресметани на различни нивоа за дебелина T = 0.1cm. Може да се забележи дека осцилациите во секунда (фреквенцијата) останува иста за сите три нивоа, но амплитуда е многу помала на ниво 3 во споредба со ниво 4. Покрај тоа амплитудата на ниво 5 во овој случај е поголема во споредба со ниво 4.



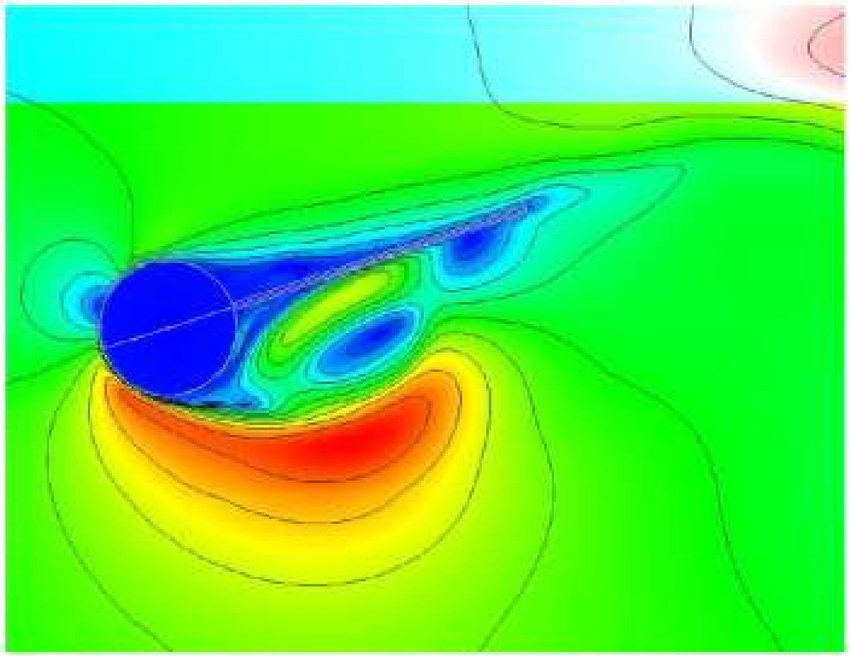
Слика 4.31 Позиција на објектот во t = 7.42

Figure 4.31 Position of the object at t = 7.42



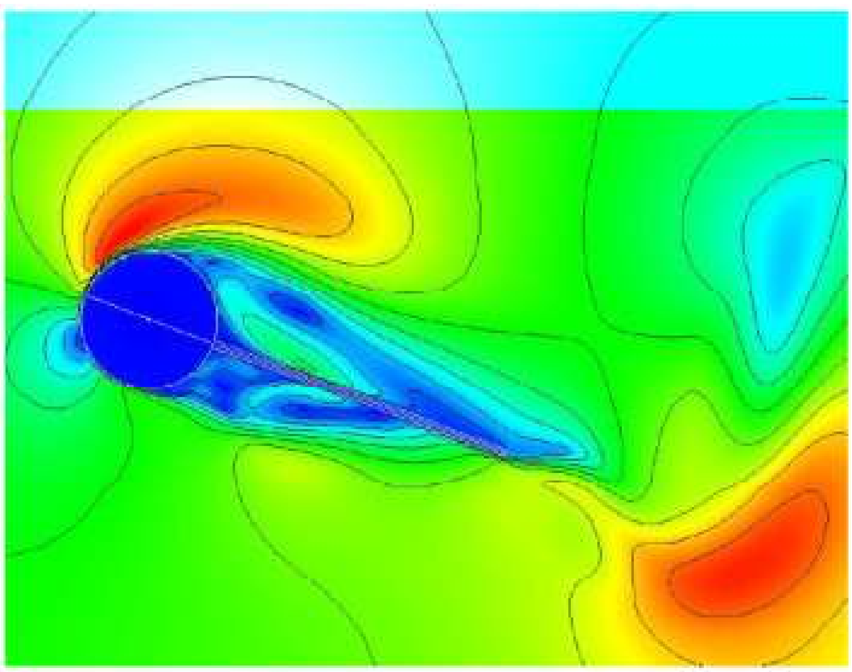
Слика 4.32 Брзина во време t = 4.61

Figure 4.32 Velocity at time t = 4.61



Слика 4.33 Зумирана позиција на објектот, осцилацијата на позитивната страна на оската

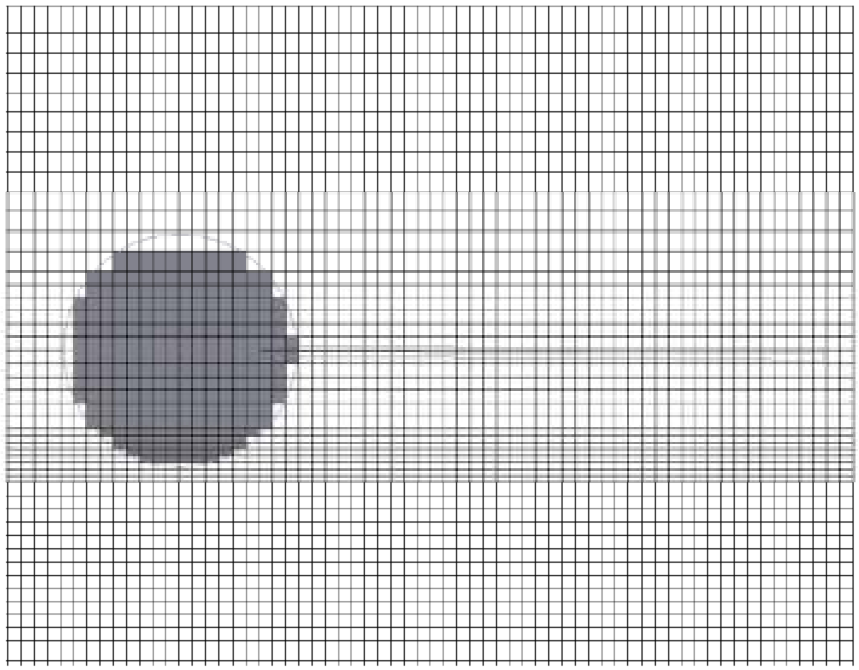
Figure 4.33 Zoomed position of the object oscillation on the positive side of axis



Слика 4.34 Зумирана позиција на објектот, осцилацијата на негативната страна на оската

Figure 4.34 Zoomed position of the object oscillation on the negative side of axis

На слика 4.35 е прикажана зумирана локална мрежа на ротирачки цилиндар заедно со мембрана на ниво 3. На овие нивоа, со оваа дебелина станува тешко да се добие подобро гранично приближување со користење на фиксна мрежа. Единствено решение е да се зголеми нивото или да се деформира мрежата.



Слика 4.35 Зумирана локална мрежа на цилиндер на ниво 3, T = 0.1cm

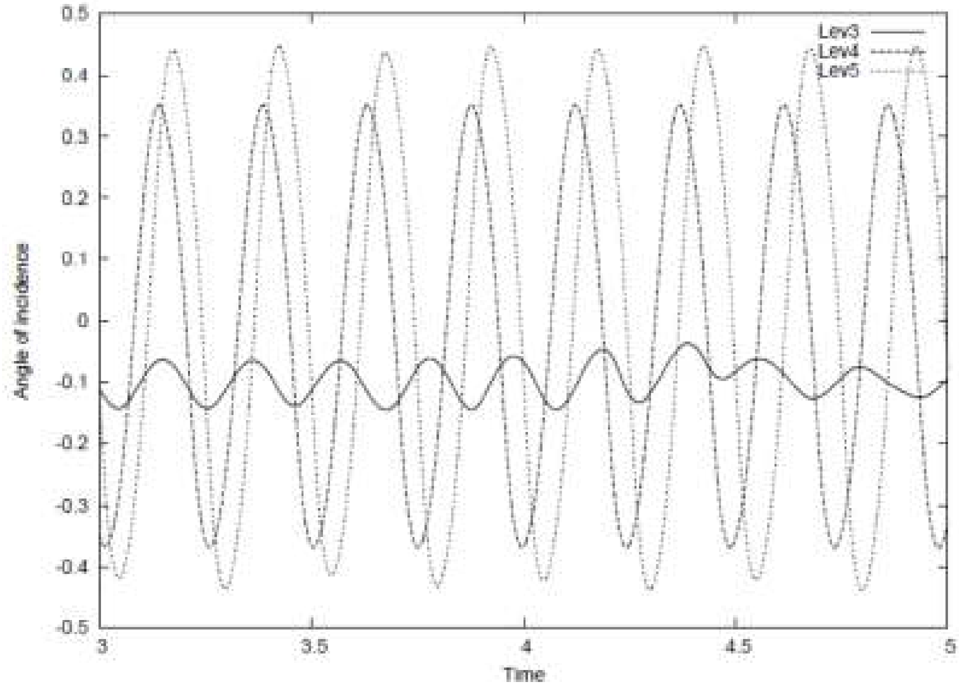
Figure 4.35 Zoomed local mesh of the cylinder at LEVEL 3, T = 0.1cm

Табела 4.5 Фреквенцијата и амплитудата на различни нивоа за дебелина T = 0.1cm

Table 4.5 Frequency and Amplitude at different levels for thickness T = 0.1cm

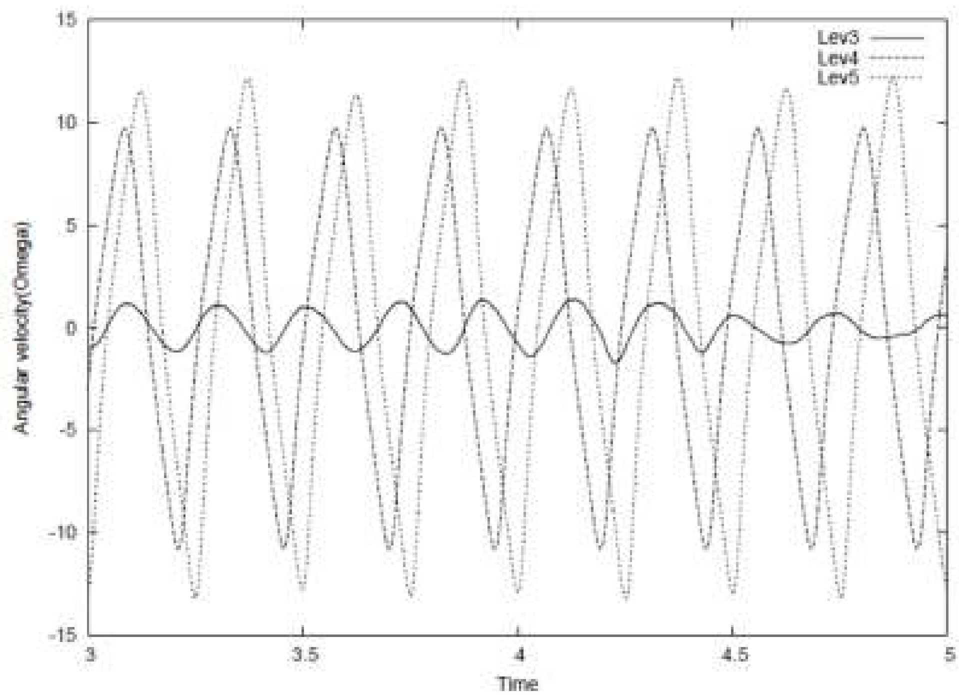
параметар	ниво 3	ниво 4	ниво 5
фреквенција [Hz]	4,012	4,07	4
амплитуда [rad]	0,02	0,359	0,438

На слика 4.36 е прикажан влезниот агол на нивоата 3, 4 и 5, соодветно. Осцилациите на ниво 3 се доста мали. Нивото 5 има повеќе осцилации во споредба со нивото 4. Исто така може да се забележи дека опсегот на осцилацијата и поместувањето на објектот се повисоки во споредба со вториот случај, каде што дебелината на мембраната е T = 0.2cm. Па така тенките објекти имаат поголеми осцилации од дебелите објекти.



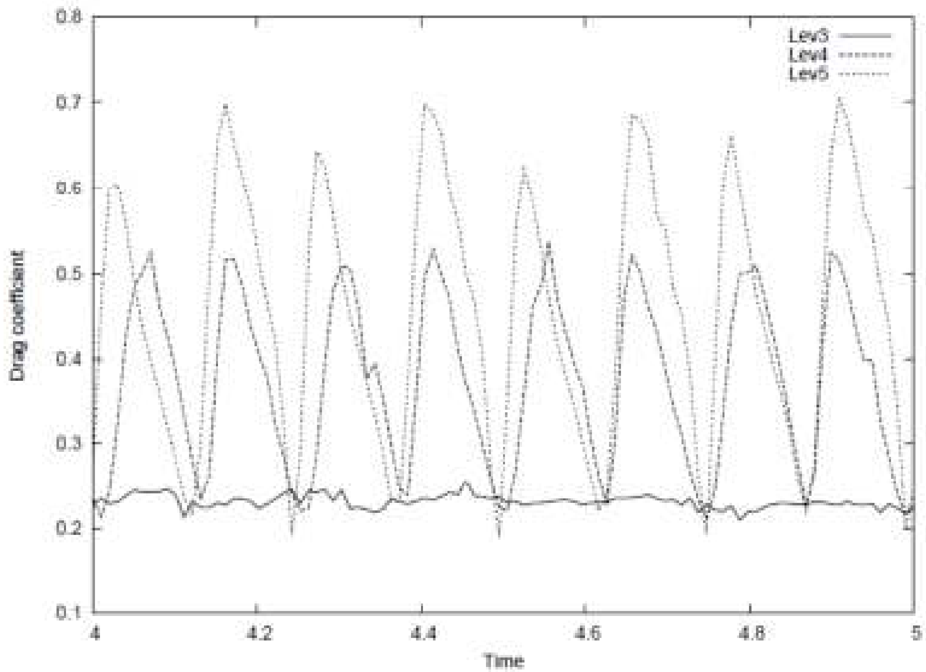
Слика 4.36 Влезен агол за различни нивоа, T = 0.1cm

Figure 4.36 Angle of incidence for different levels, T = 0.1cm



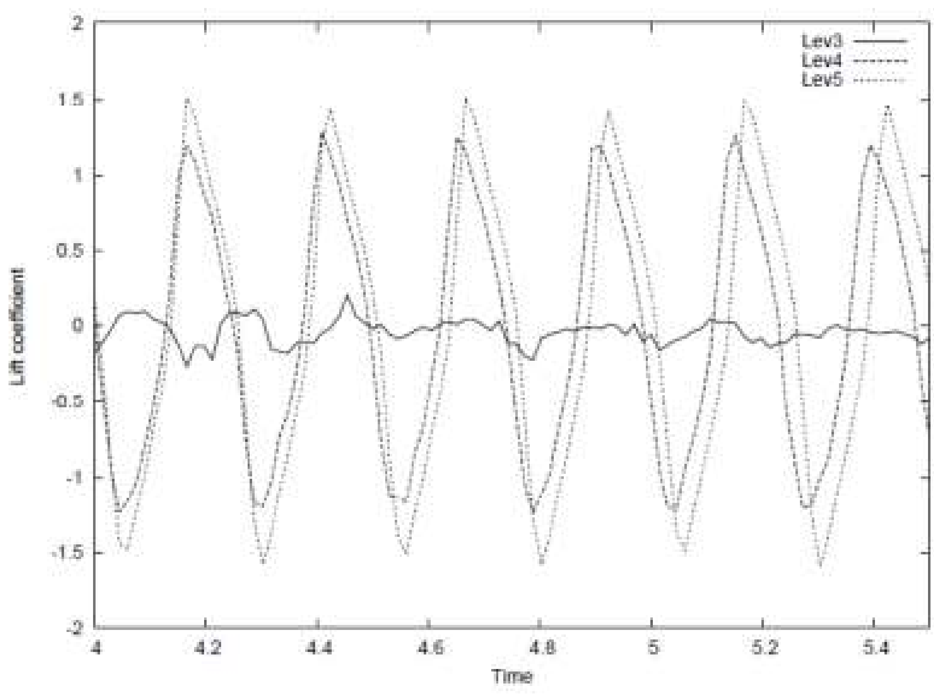
Слика 4.37 Аголна брзина за различни нивоа, T = 0.1cm

Figure 4.37 Angular velocity for different levels, T = 0.1cm



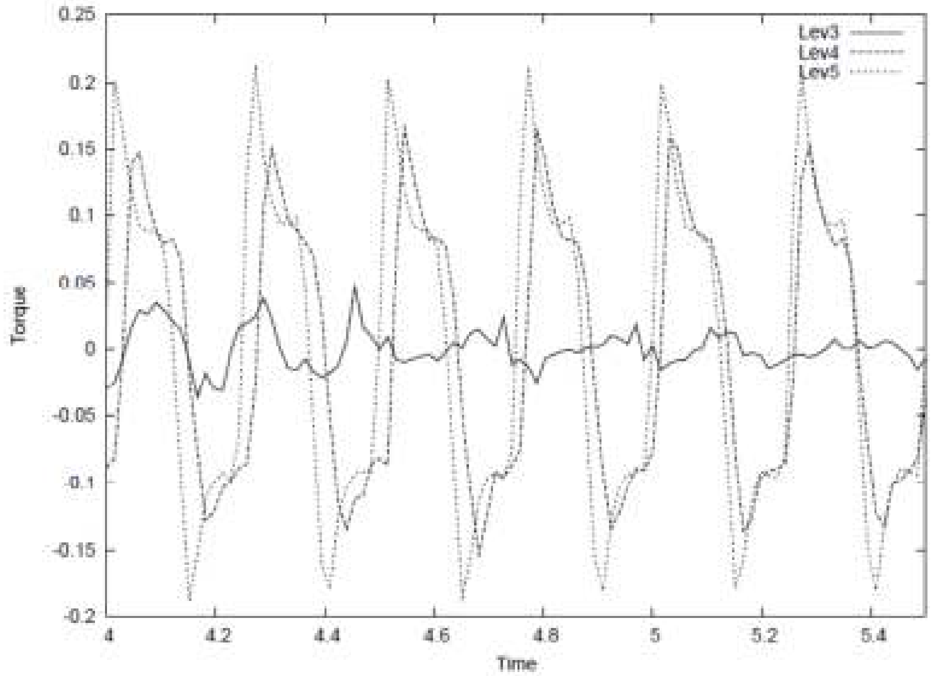
Слика 4.38 Коефициент на отпор за различни нивоа, T = 0.1cm

Figure 4.38 Drag Coefficient for different levels, T = 0.1cm



Слика 4.39 Коефициент на подигнување за различни нивоа T = 0.1cm

Figure 4.39 Lift Coefficient for different levels, T = 0.1cm



Слика 4.40 Момент за различни нивоа, T = 0.1cm

Figure 4.40 Torque for different levels, T = 0.1cm

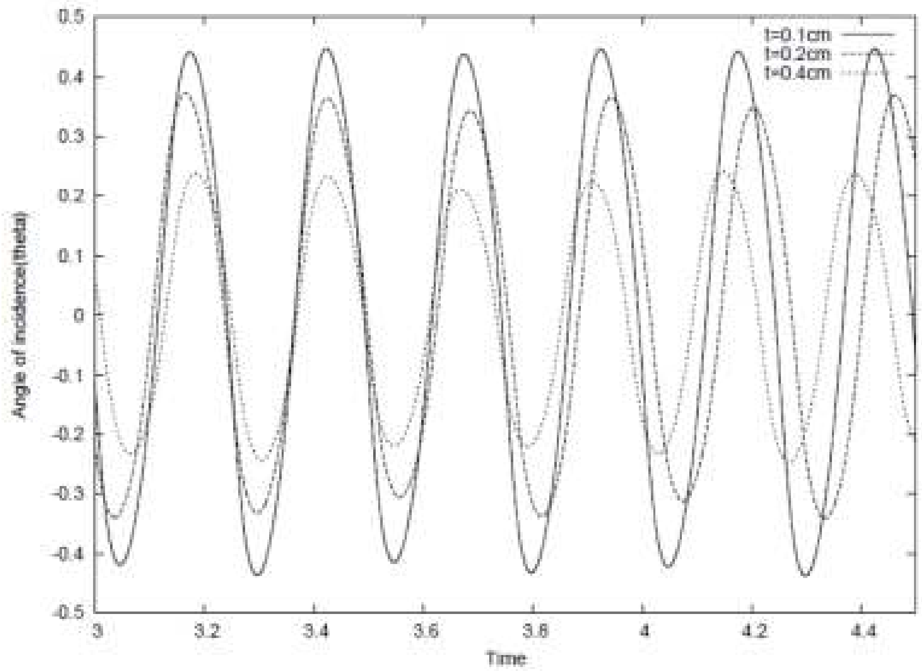
Табела 4.6 Фреквенција и амплитуда за случаите 1, 2 и 3 на ниво 5

Table 4.6 Frequency and Amplitude for case 1, 2 and 3 at LEVEL 5

параметар	T=0,4cm	T=0,2cm	T=0,1cm
фреквенција [Hz]	4,2016	3,8505	4
амплитуда [rad]	0,2383	0,3519	0,438

Споредба на θ и ω за случаите 1,2 и 3 на ниво 5

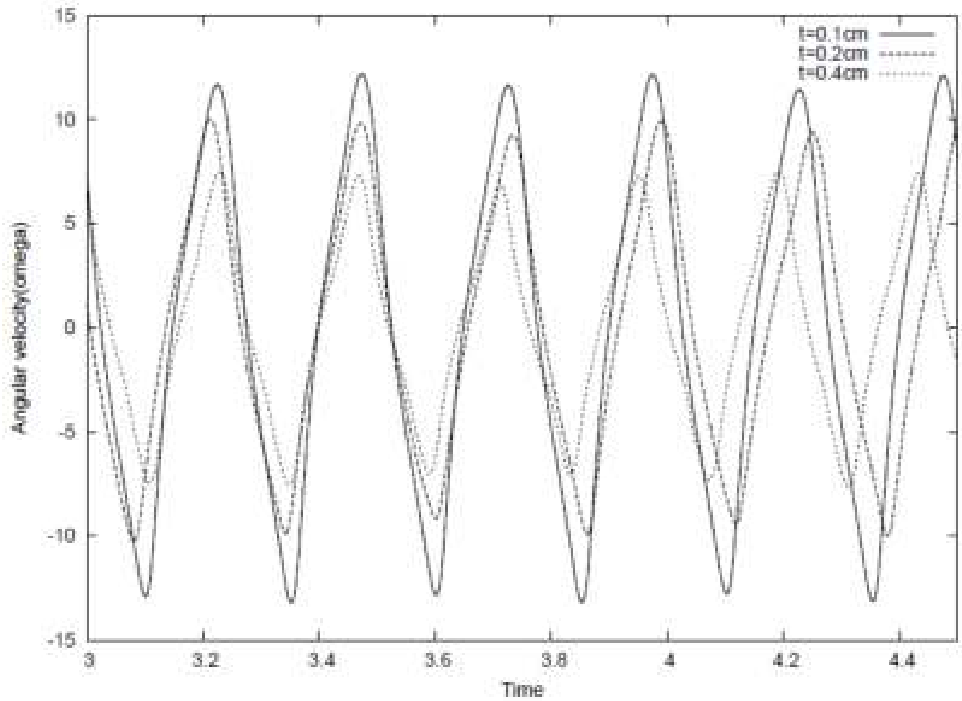
Сликата 4.41 ја дава споредбата на влезниот агол θ за различни дебелини на мембрани на ниво 5.



Слика 4.41 Влезен агол за различни дебелини на мембрана на ниво 5.

Figure 4.41 Angle of incidence for various thickness of beam at LEVEL 5

Слично на слика 4.42 е прикажана аголната брзина на круто тело за различна дебелина на мембрана на ниво 5. Може да се забележи дека мембраната со дебелина T = 0.1cm има поголема аголна брзина во споредба со дебелината T = 0.2cm и 0.4cm. Овие набљудувања јасно укажуваат дека тенките цврсти објекти осцилираат со поголема амплитуда во компарација со подебелите објекти со проток на флуид.



Слика 4.42 Аголна брзина за различна дебелина на мембрана за ниво 5

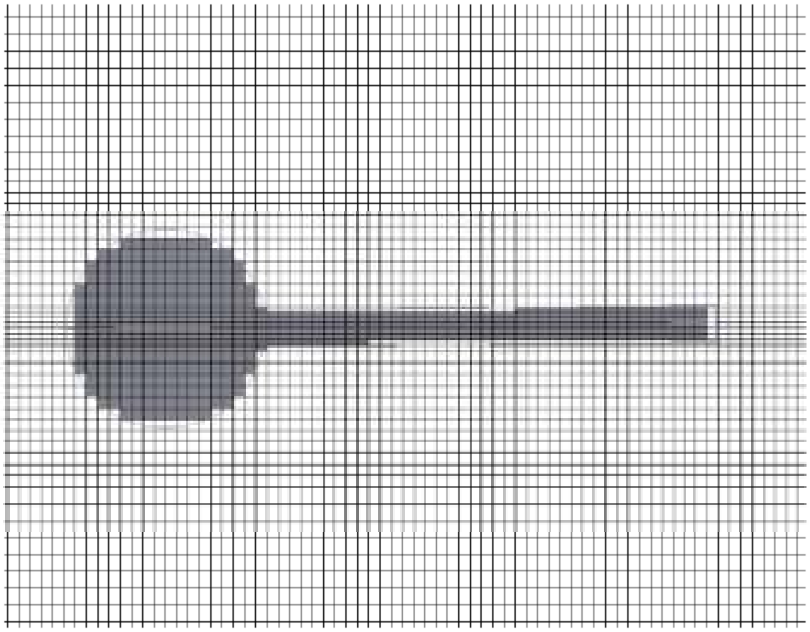
Figure 4.42 Anglular velocity for various thickness of beam at LEVEL 5

4.2.2 Техника за мрежна деформација

Слика 4.43 покажува дека објектот не ја добива неговата оригинална посакувана форма на ниво 3, што значи дека граничното приближување е со мала точност. Ова е прифатено ако објектот е дебел, но во случај на многу тенки објекти, методот на фиксна мрежа не е добар.

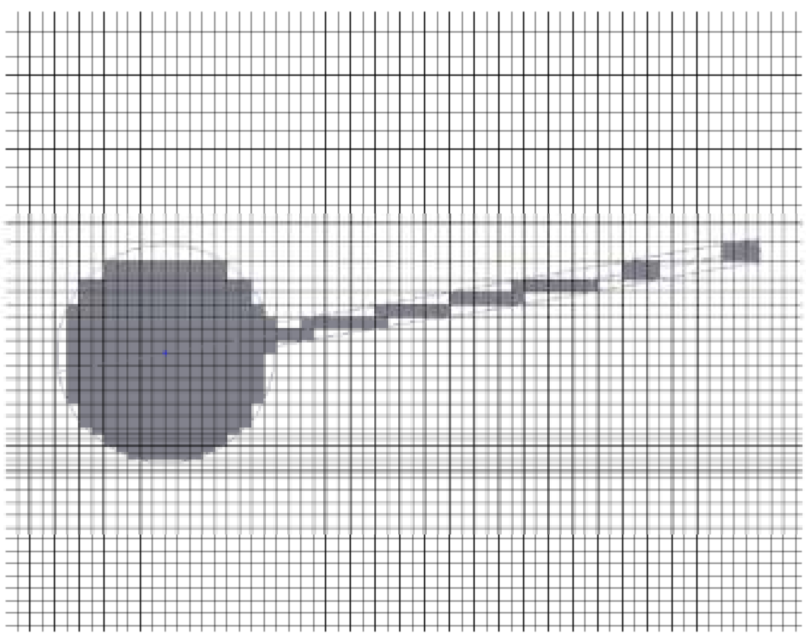
На слика 4.45 е прикажано гранично приближување по делови, со дебелина на мембрана T = 0.1cm на ниво 3. Слика 4.44 покажува дека објектот е делумно решен кога дебелината на мембраната е T = 0.2cm. Единствено решение за ова е да се зголеми бројот на нивоа за да се добие вистинската форма што значи дека ќе биде потребно повеќе време за пресметување и повеќе работа. Ова може да се избегне со користење на методот на мрежна деформација.

Во овој метод, топологијата на мрежата е зачувана како генерализирана блок-структурирана мрежа, додека со локалното усогласување со физичката границата се постигнува грешката на граничното приближување може да биде значително намалена. Подобро приближување на површината на објектот може да се направи со деформирање на мрежата од веќе создадената мрежа т.е. со промена на големината на проредот и ќелиите на мрежата, така што точките на мрежата се повеќе концентрирани во близина на површината на објектот. Ова подобрување на методот може да се види на слика 4.46 каде мембрана е со дебелина T = 0.1cm пресметана на ниво 3. За да се направи тоа точките на мрежата треба да бидат концентрирани во близина на границата .



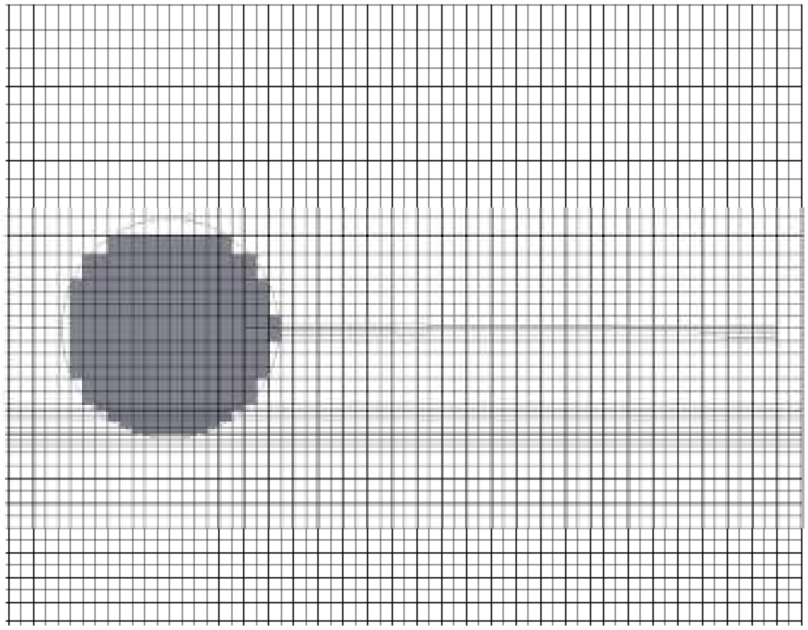
Слика 4.43 Фиксна мрежа на ниво 3 (објектот не ја презема неговата вистинска форма, T = 0.4cm)

Figure 4.43 Fixed Grid at LEVEL 3 (object does not take its actual shape, T = 0.4cm)



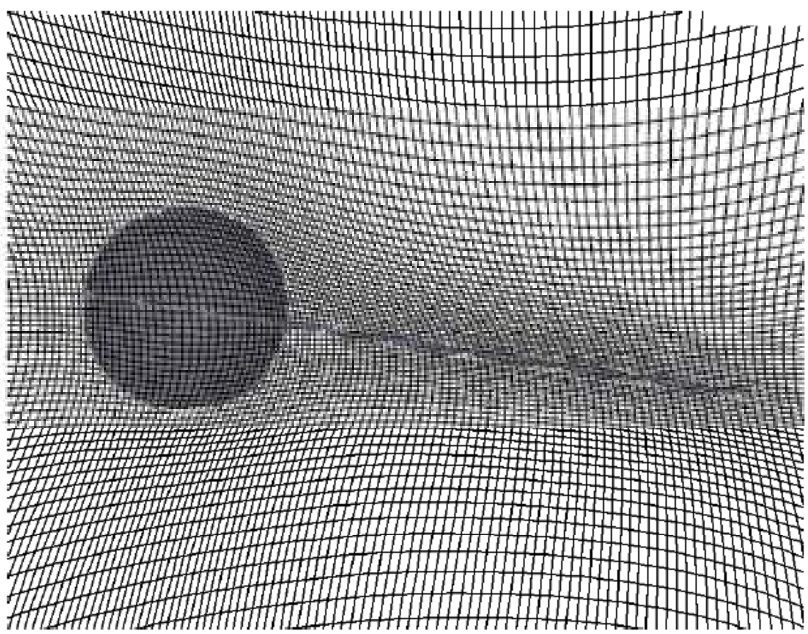
Слика 4.44 Фиксна мрежа на ниво 3 (објект е делумно решен, T = 0.2cm)

Figure 4.44 Fixed Grid at LEVEL 3 (object is partially resolved, T = 0.2cm)



Слика 4.45 Фиксна мрежа на ниво 3 (објект не е решен), T = 0.1cm

Figure 4.45 Fixed Grid at LEVEL 3 (object is not resolved at all), T = 0.1cm



Слика 4.46 Деформирана мрежа на ниво 3 (објект е целосно решен), T = 0.1cm

Figure 4.46 Deformed grid at LEVEL 3(object is fully resolved), T = 0.1cm

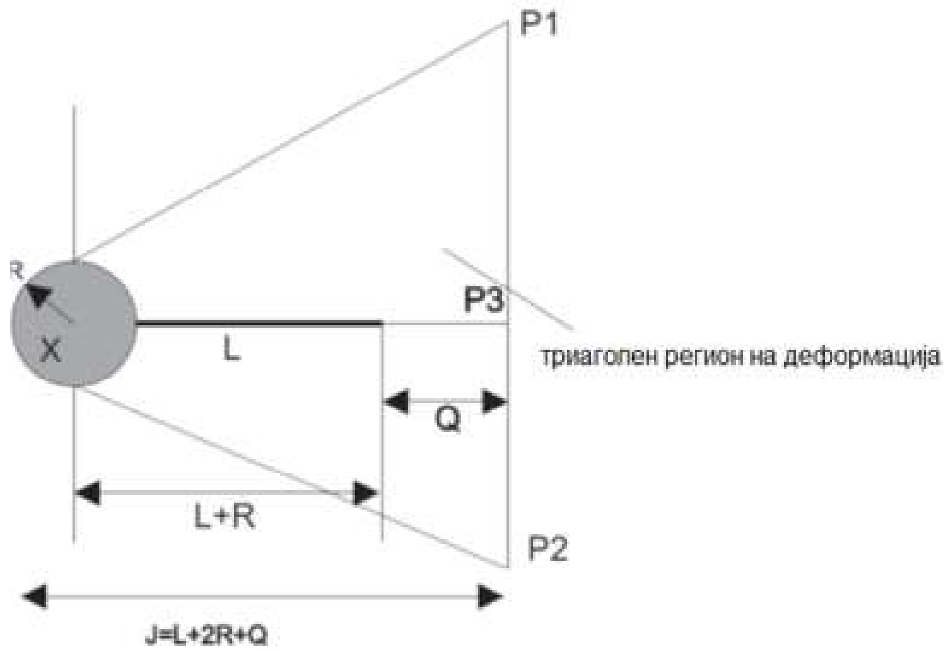
4.2.3 Метод на деформација на статичка мрежа

Втората задача е да се воведе метод за мрежна деформација за основна конфигурација. Овој метод се применува на два начина.

1. Статичен метод.
2. Динамичен метод.

4.2.3.1 Контролна функција на статички деформирана мрежа

Првично се дефинира триаголна контролна функција на статичен случај така што мрежата е концентрирана / деформирана околу објектот, земајќи облик на триаголник и правејќи објектот да осцилира слободно во овој триаголен регион. Геометриската застапеност на оваа контролна функција е прикажана на слика 4.47 каде:



Слика 4.47 Геометриска презентација на триаголна контролна функција

Figure 4.47 Geometrical representation of the triangular monitor function

- $X = (X_0, Y_0)$ фиксен центар на цилиндарот,
- R - радиус на цилиндар,
- L - должина на мембраната.
- $P\ 1 = (X_0 + L, Y_0 + J/2)$,
- $P\ 2 = (X_0 + L, Y_0 - J/2)$,
- $P\ 3 = (X_0 + J, Y_0)$.

Алгоритам на триаголна контролна функција

Доколку со:

- (X_g, Y_g) ги претставиме координатите на мрежните точки,
- FMON контролна функција,
- EPS минимална големина на келиите.

1.If $(X_g \le X_0)$:
If $(X_g, Y_g) - (X_0, Y_0) \le R$: FMON = EPS else FMON = dist($(X_0, Y_0$, circle))

2.If $(X_g > X_0)$:
If $(X_g \ge X_0 + J))$:
If $(Y_g \ge (Y_0 + J/2))$: FMON = dist($(X_g, Y_g) - P\ 1$) If $(Y_g \le (Y_0 - J/2))$: FMON = dist($(X_g, Y_g) - P\ 2$) else FMON = ABS($X_g - X_0 - J$)

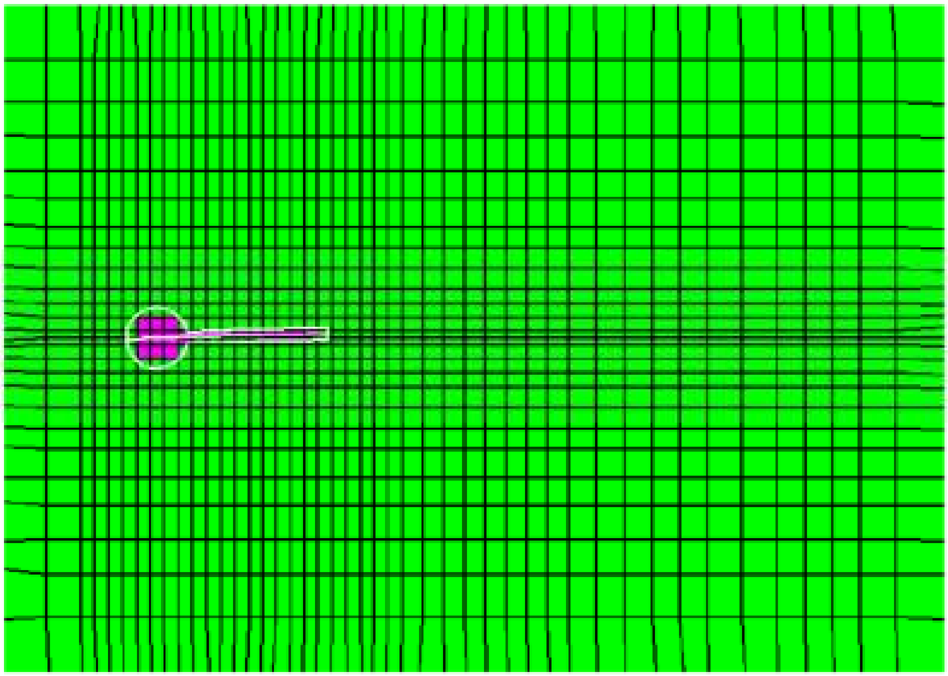
3.ELSE IF $(Y \ge Y_0)$
IF $Y_g \le (X_0 - R + X_g)$: FMON = EPS else FMON = $Y_g - (X_0 - R + X_g)$

4.ELSE $(Y_g \le Y_0)$
IF $Y_g \ge (X_0 - R - X_g)$: FMON = EPS else FMON = $(X_0 - R - X_g) - Y_0$

Случај 1: Дебелина на мембрана T **= 0.4cm**

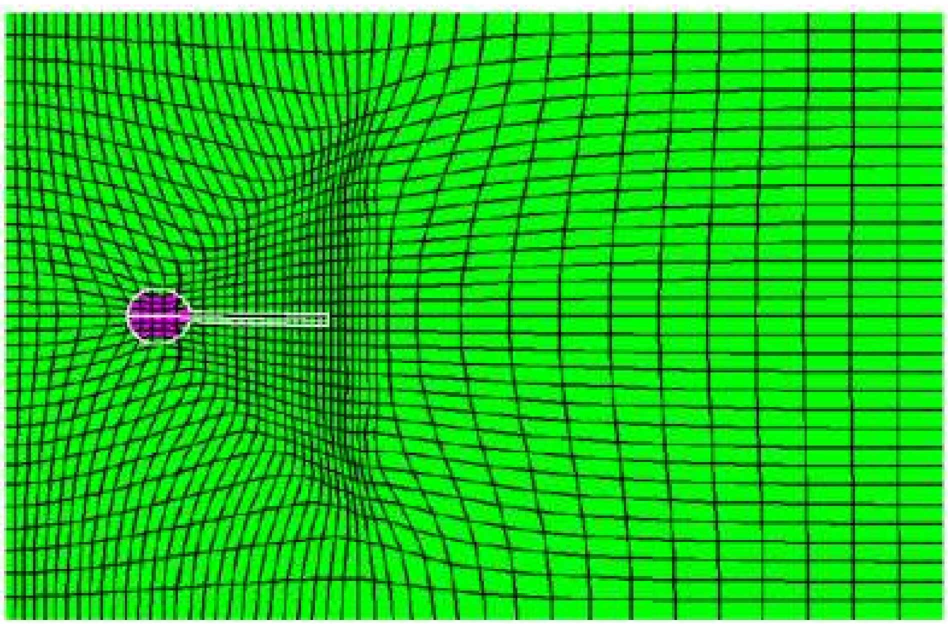
Симулациите се спроведуваат на мрежа 2 за две различни нивоа, односно, ниво 3 со 19.005 јазли и 18.720 елементи, како и ниво 4 со 75.449 јазли и 74.880 елементи. Деформираната мрежа се генерирана за секој временски чекор со цел да се задржи подесувањето на мрежата во близина на површината на објектот.

На слика 4.48 е претставена груба мрежа која се користи за генерирање на деформирана мрежа прикажана на слика 4.49. На слика 4.50 и 4.51 се прикажани состојбите на објектот во време t = 8,66 и t = 13,37 соодветно, додека брзината е прикажана на слика 4.52. Зумираната мрежа на ротирачкиот цилиндар е дадена на слика 4.53.



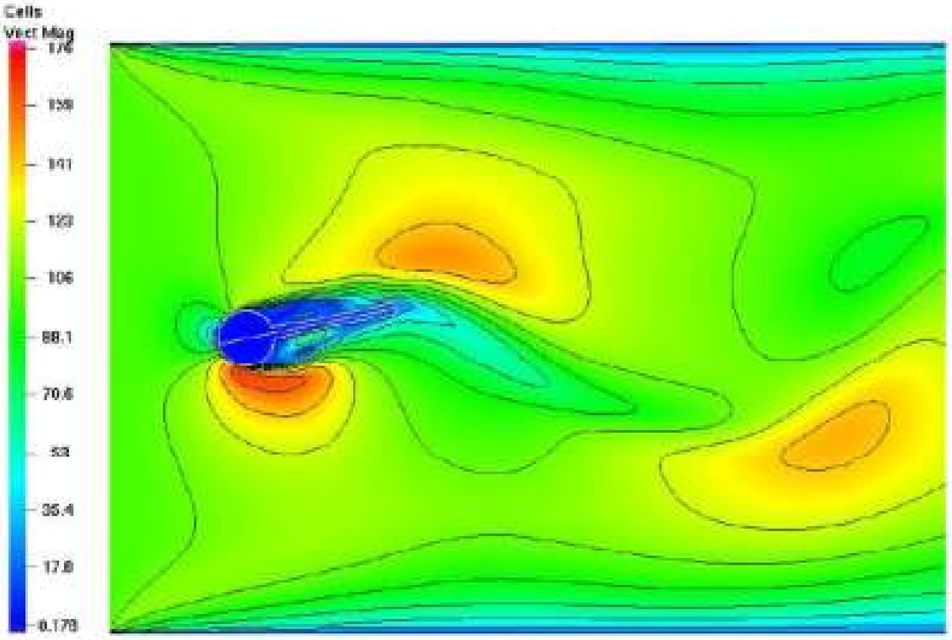
Слика 4.48 Груба мрежа - ниво 1

Figure 4.48 Coarse Mesh - LEVEL 1



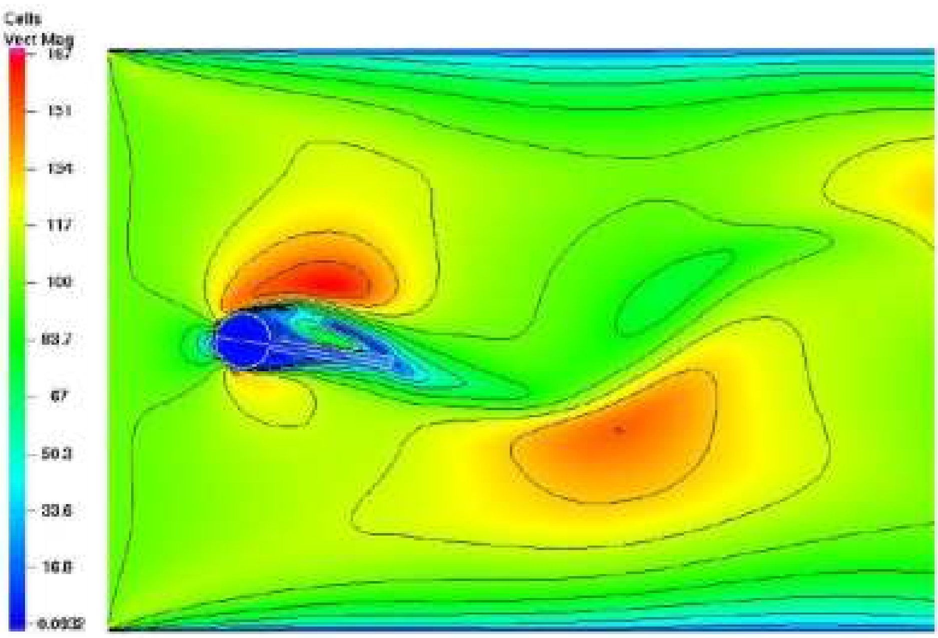
Слика 4.49 Деформирана мрежа добиена од грубата мрежа - ниво 1

Figure 4.49 Deformed Mesh obtained form the coarse mesh - LEVEL 1



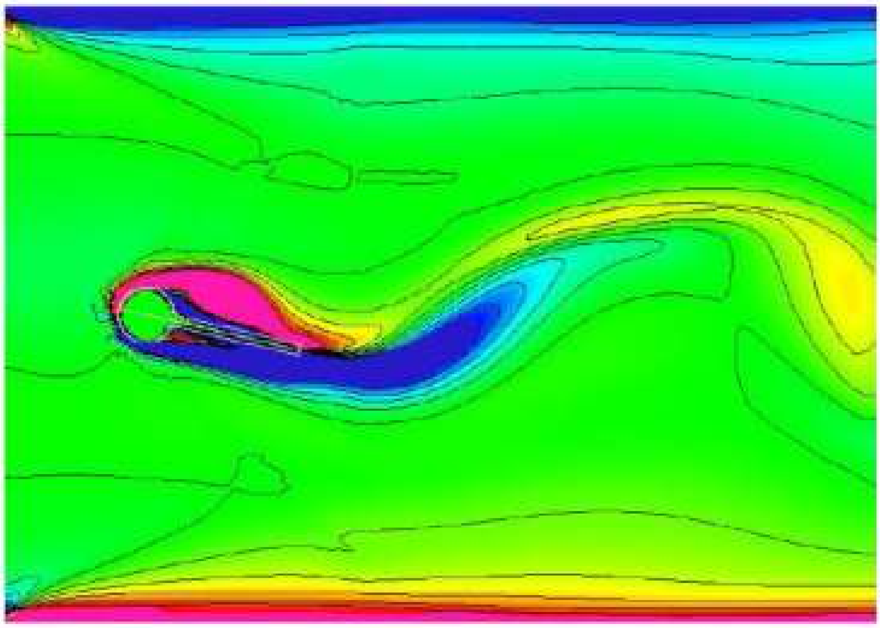
Слика 4.50 Позиција на објектот во t = 8.66

Figure 4.50 Position of the object at t = 8.66



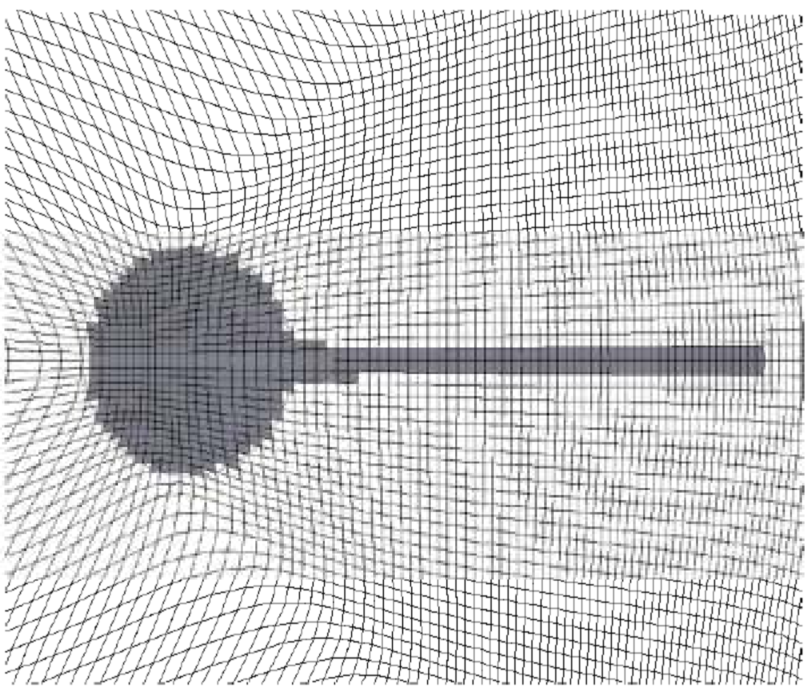
Слика 4.51 Позиција на објектот во t = 13.37

Figure 4.51 Position of the object at t = 13.37



Слика 4.52 Брзина во време t = 13.37

Figure 4.52 Velocity at time t = 13.37



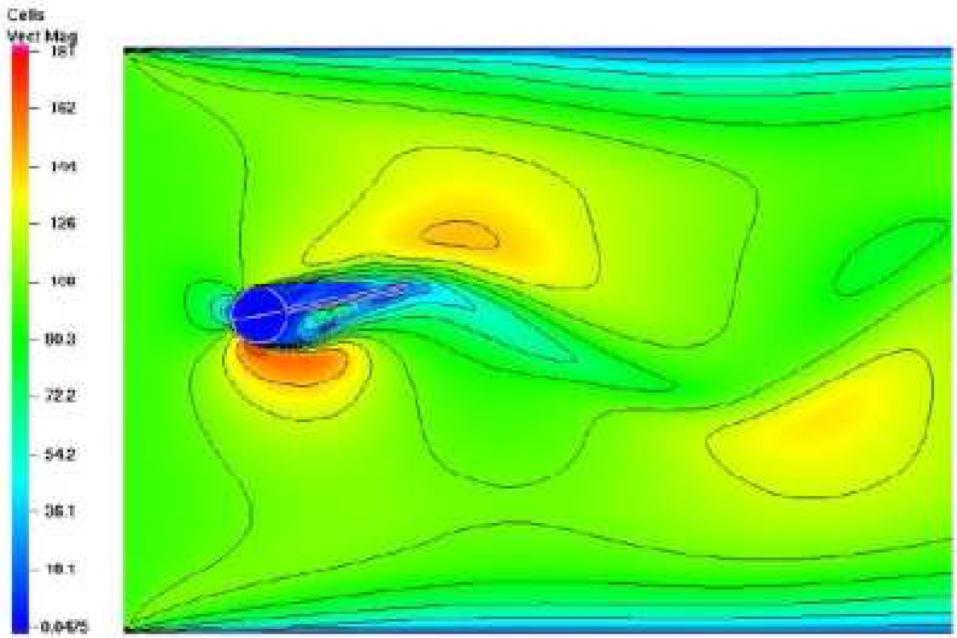
Слика 4.53 Зумирана мрежа на ротирачки цилиндар (статички деформирана мрежа на ниво 3)

Figure 4.53 Zoomed mesh of the rotating cylinder (static deformed grid at LEVEL 3)

Случај 2: Дебелина на мембранаT **= 0.2cm**

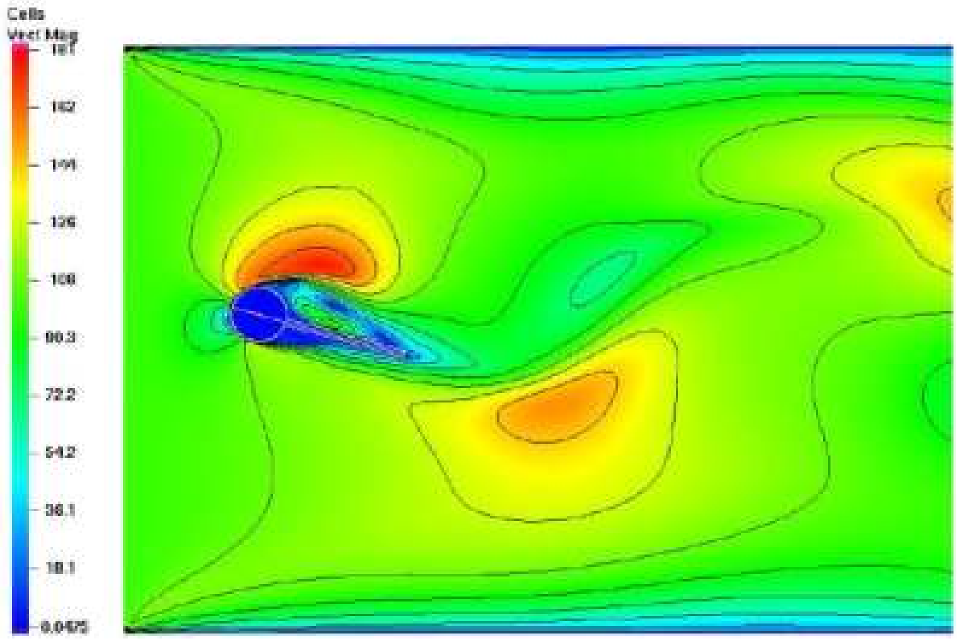
Во овој дел се дадени нумеричките пресметки на основна конфигурација кога дебелината на мембраната е сведена на T = 0.2cm. Тука центарот на цилиндарот е фиксиран во (x, y) = (0, 1), така што објектот започнува да осцилира во почетните фази.

Може да се забележи дека флуидот врши притисок врз цврстите објекти што прави да осцилираат а со тоа објектот го менува моделот на проток на флуидот. Брзината е прикажана на слика 4.56.



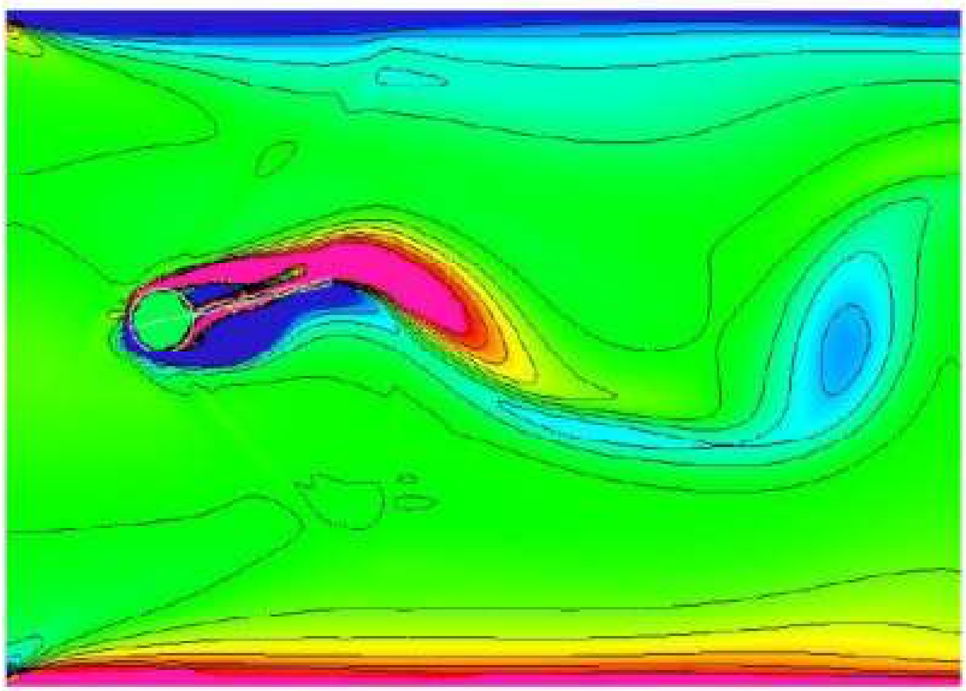
Слика 4.54 Позиција на објектот во t = 4.71

Figure 4.54 Position of the object at t = 4.71



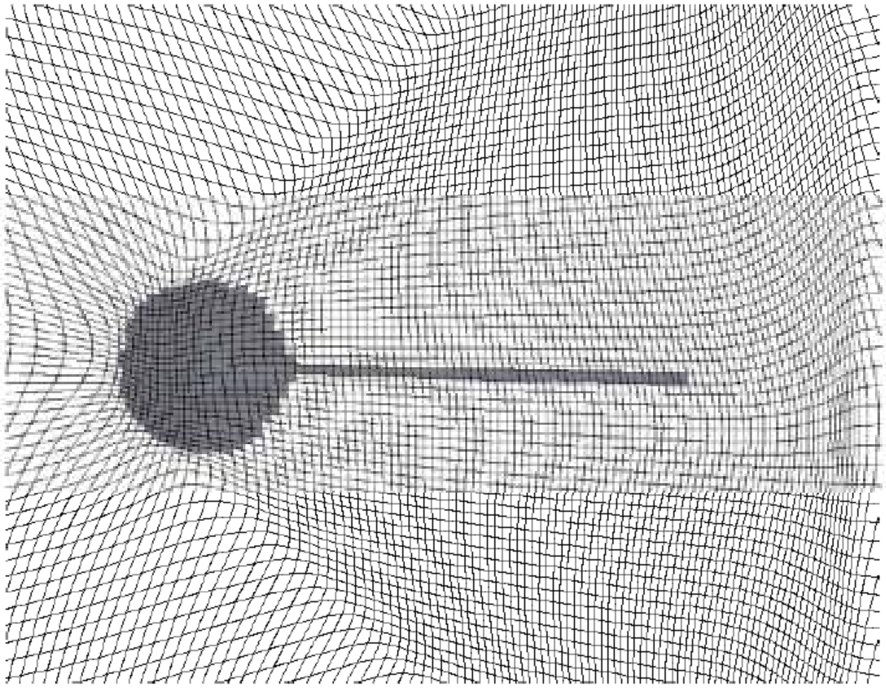
Слика 4.55 Позиција на објектот во t = 9.93

Figure 4.55 Position of the object at t = 9.93



Слика 4.56 Брзина во време t = 10.03

Figure 4.56 Velocity at time t = 10.03

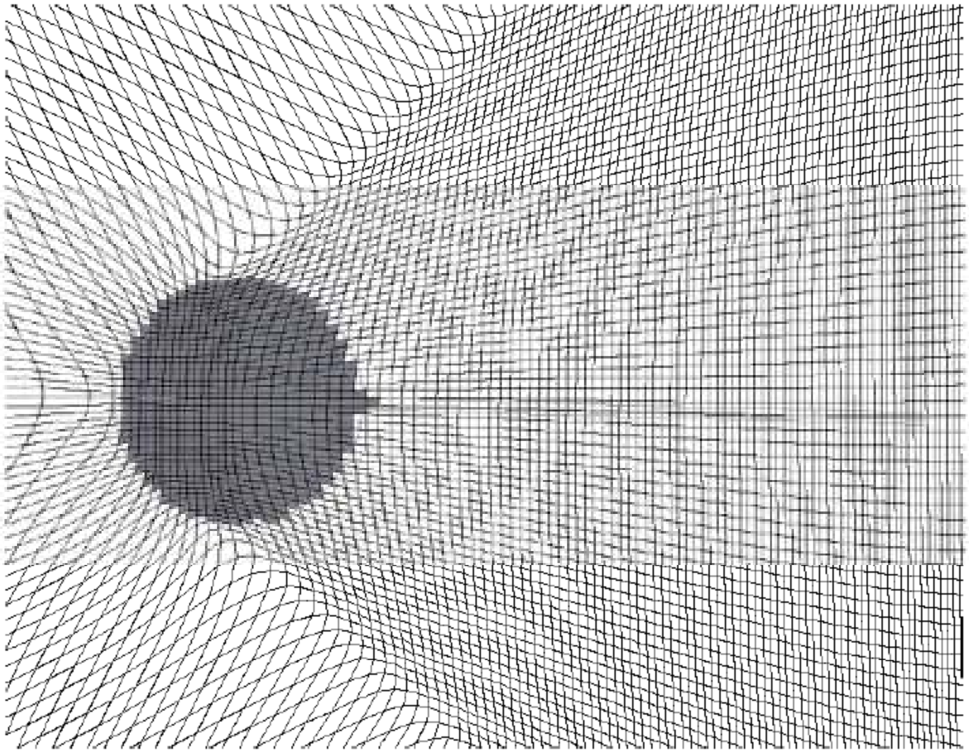


Слика 4.57 Зумирана мрежа на ротирачки цилиндар (статички деформирана мрежа на ниво 3)

Figure 4.57 Zoomed mesh of the rotating cylinder (static deformed grid at LEVEL 3)

Случај 3: Дебелина на мембранаT **= 0.1cm**

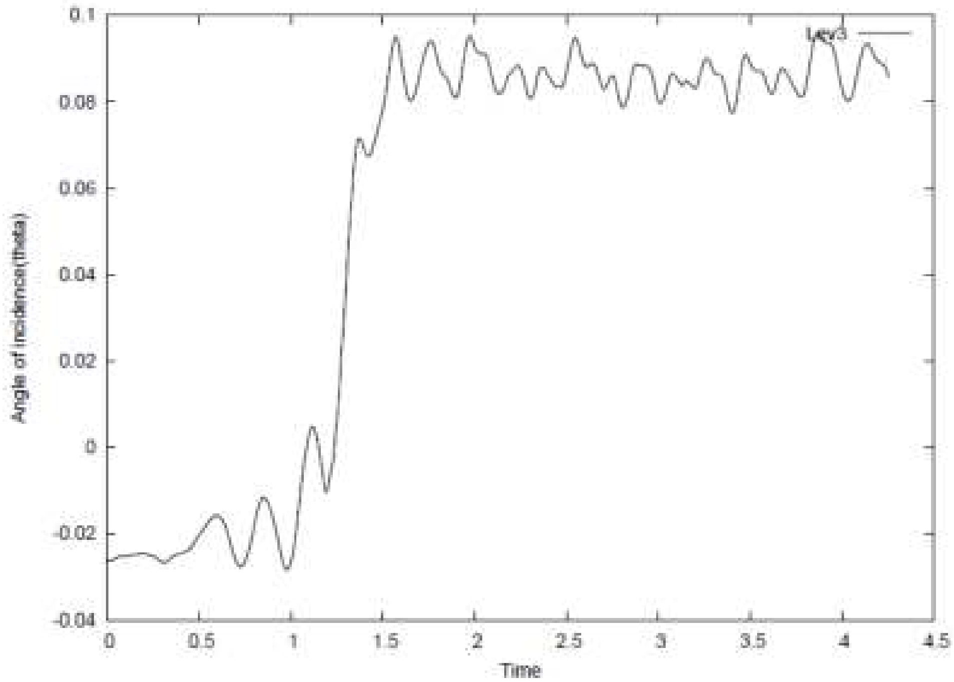
Во овој дел дебелината на мембрана е намалена до T = 0.1cm. Пресметките се вршат на ниво 3, со 19.005 јазли и 18.720 елементи. На слика 4.58 е прикажана зумираната статички деформирана мрежа. Овде објектот има гранично приближување по делови. Цилиндричниот дел е решен, но мембраната не е решена. Ова е еден од недостатоците на користење на статички деформирана мрежа. Методот на динамичка деформирана мрежа може да го надмине овој проблем.



Слика 4.58 Зумирана мрежа на ротирачки цилиндар (статички деформирана мрежа на ниво 3)

Figure 4.58 Zoomed mesh of the rotating cylinder (static deformed grid at LEVEL 3)

На слика 4.59 е прикажан влезниот аголот θ за горенаведениот случај. Се забележува дека објектот воопшто не осцилира. Тоа е поради граничното приближување по делови на објектот.



Слика 4.59 Влезен агол на ниво 3 каде се користи статички деформирана мрежа ,T = 0.1cm

Figure 4.59 Angle of incidence at LEVEL 3 using static deformed grid , T = 0.1cm

Табела 4.7 Фреквенцијата и амплитудата за случај 1, каде се користи статички деформирана мрежа и фиксна мрежа на ниво 3

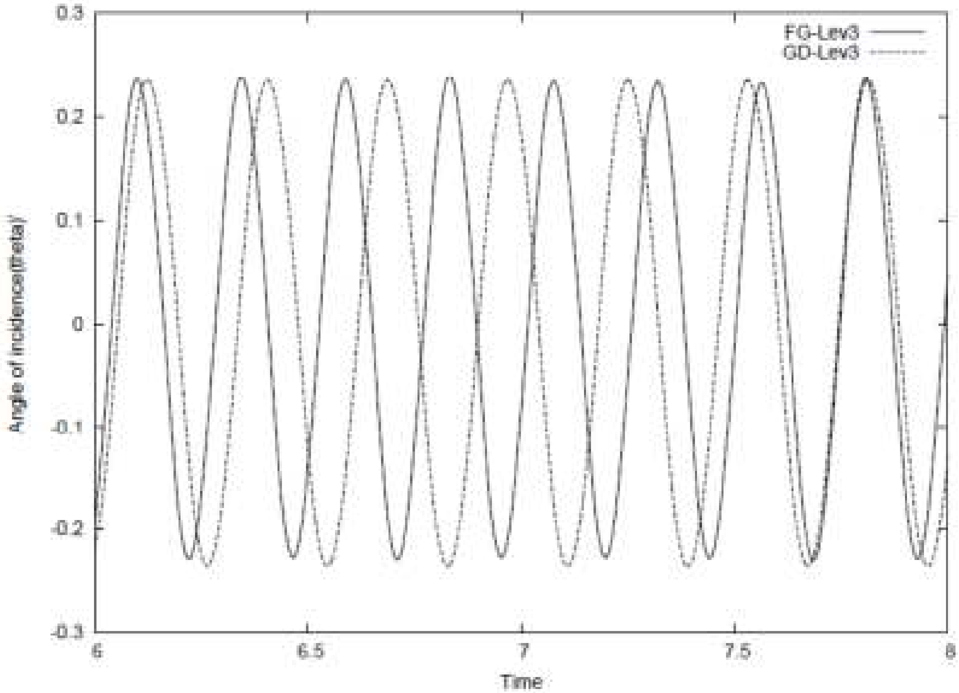
Table 4.7 Frequency and Amplitude for case 1 using static deformed grid and fixed grid at LEVEL 3

Тип на мрежа	фреквенција [Hz]	амплитуда [rad]
Фиксна мрежа	4,1322	0,2286
Статична деформирана мрежа	3,55	0,2348

Компарација на θ и ω за фиксната мрежа и статички деформираната мрежа 1 на ниво 3

Случај 1: Дебелина на мембрана T = 0.4cm

Овој дел ги илустрира деловите кои го опишуваат однесувањето на влезниот аголот θ и аголна брзина ω на објектот, со користење на мрежа на ниво 3. Слика 4.60 и слика 4.61 прикажуваат споредби со однесувањето на θ и ω за дебелина T = 0.4cm, на ниво 3, користејќи фиксна и деформирана мрежа.



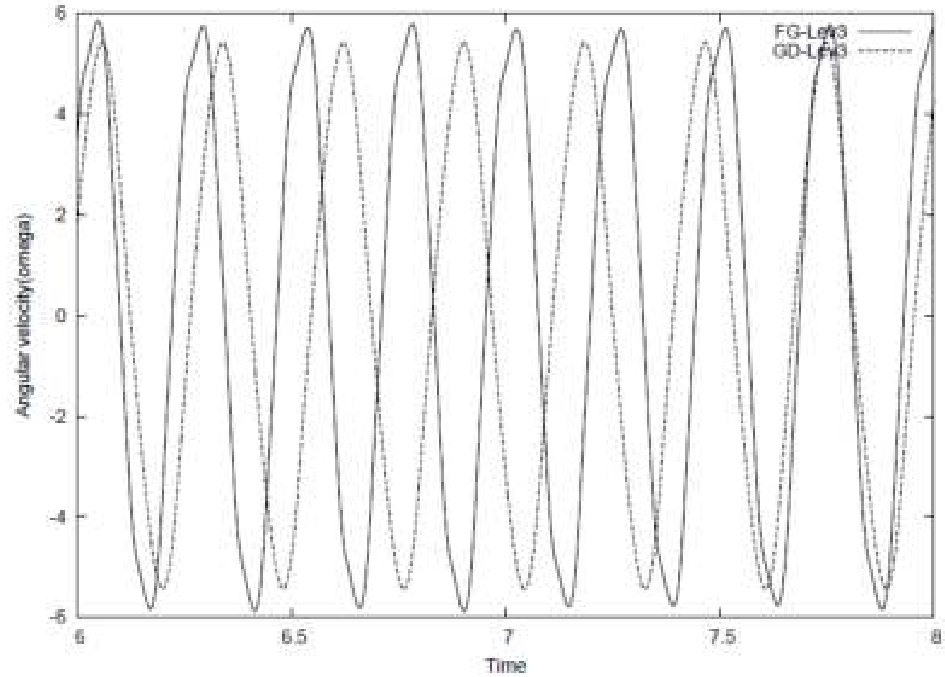
Слика 4.60 Влезен агол за фиксна и статички деформирана мрежа, T = 0.4cm

Figure 4.60 Angle of incidence for fixed and static deformed grid, T = 0.4cm

Случај 2: Дебелина на мембрана T = 0.2cm

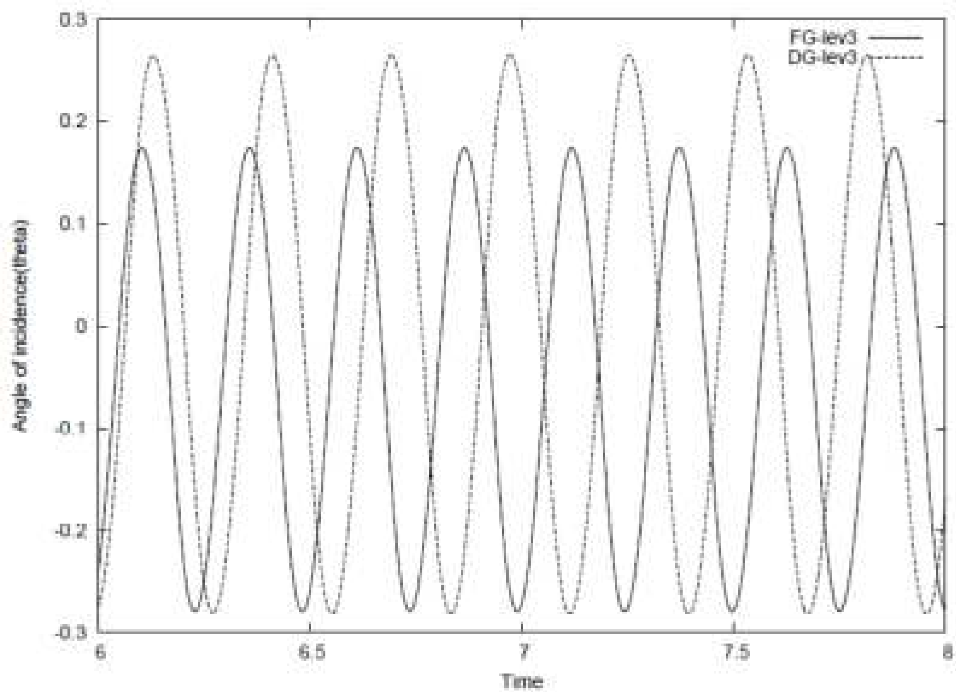
На слика 4.62 и слика 4.63 е прикажано однесувањето на влезниот агол и аголната брзина на објектот со дебелина T = 0.2cm со користење на мрежа 2 на ниво 3.

Во табела 4.8 се прикажани вредностите на фреквенцијата и амплитудата, кои се пресметани со користење на статички деформирана мрежа и фиксна мрежа. Се забележува дека амплитудата е повисока во случај на статички деформирана мрежа.



Слика 4.61 Аголна брзина за фиксна и статична деформирана мрежа, T = 0.4cm

Figure 4.61 Angular velocity for fixed and static deformed grid, T = 0.4cm



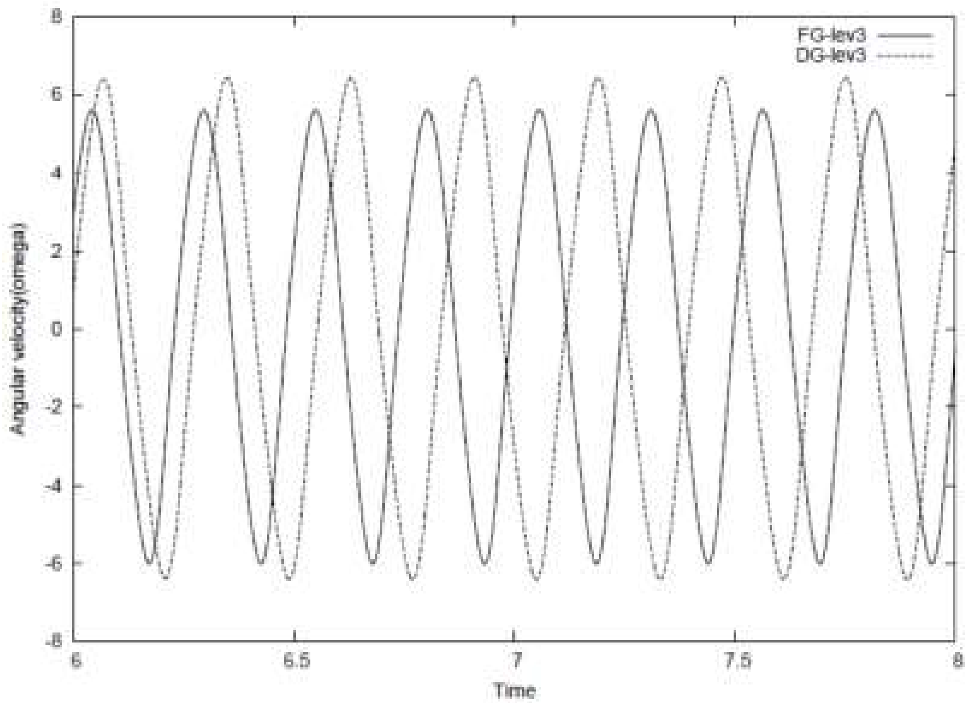
Слика 4.62 Влезен агол θ за фиксна и статична деформирана мрежа, T = 0.2cm

Figure 4.62 Angle of incidence θ for fixed and static deformed grid, T = 0.2cm

Табела 4.8 Фреквенција и амплитуда за случај 2, за статички деформирана мрежа и фиксна мрежа на ниво 3

Table 4.8 Frequency and Amplitude for case 2 using static deformed grid and fixed grid at LEVEL 3

Тип на мрежа	фреквенција [Hz]	амплитуда [rad]
Фиксна мрежа	3,9478	0,2264
Деформирана мрежа	3,562	0,2731

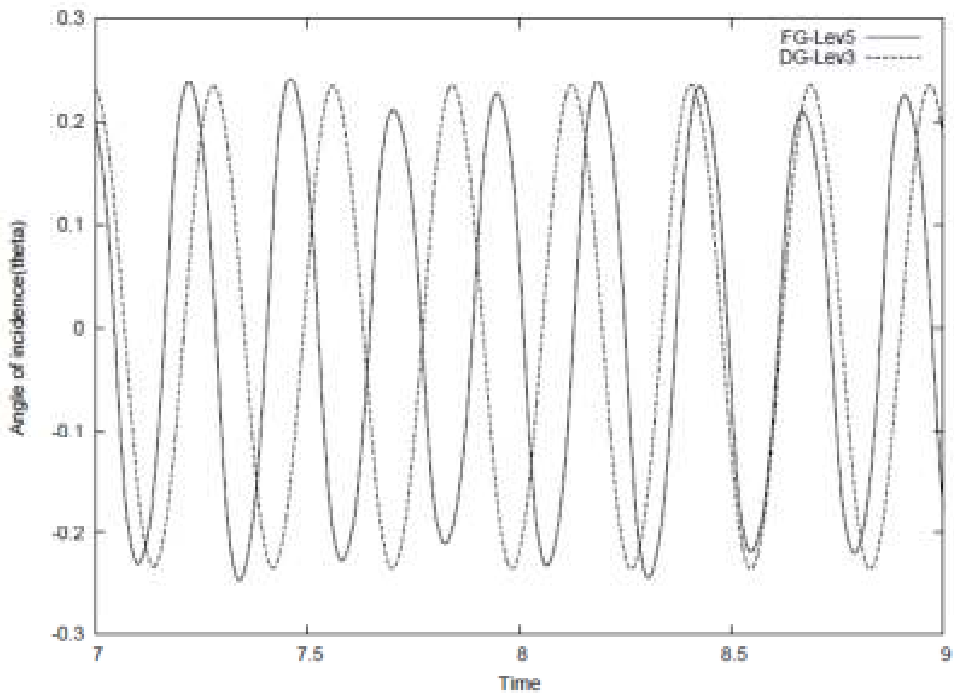


Слика 4.63 Аголна брзина ω за фиксна и статична деформирана мрежа, T = 0.2cm

Figure 4.63 Angular velocity ω for fixed and static deformed grid, T = 0.2cm

Споредување на точноста на статички деформирана мрежа 1 на ниво 3 со фиксна мрежа на ниво 5

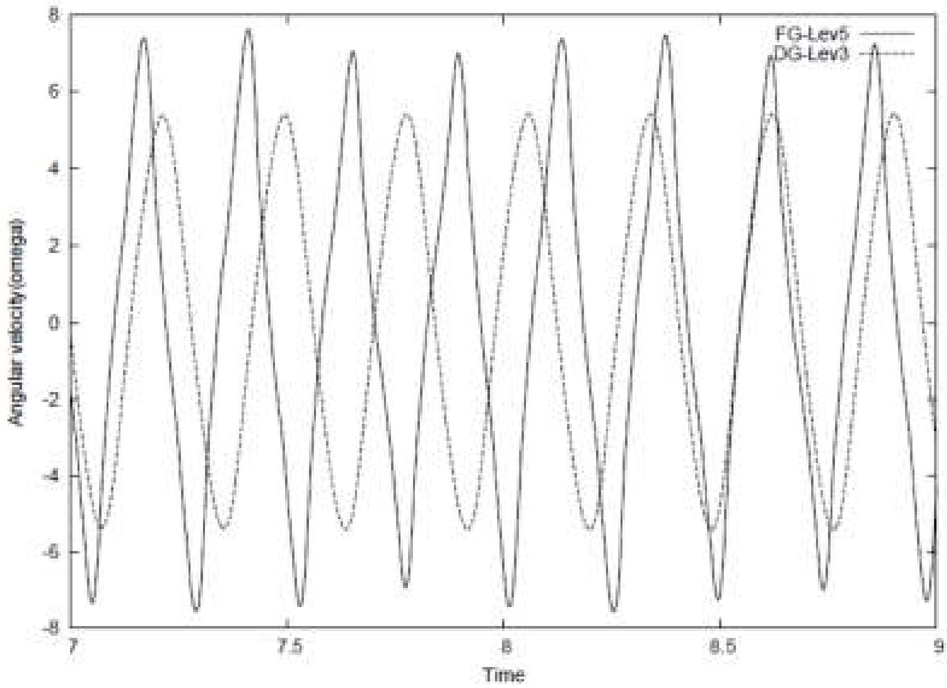
На слика 4.64 и слика 4.65 е прикажан на влезниот агол θ и аголната брзина ω за случај 1 пресметан од фиксната мрежа на ниво 5 и статички деформирана мрежа на ниво 3. Целта е да покаже дека добиените вредности на ниво 3 со користење на статички деформирана мрежа се приближни со вредностите на основните добиени на ниво 5 со користење на фиксна мрежа. Од слика 4.64 може да се заклучи дека бројот на осцилации во секунда е зголемен во случај на фиксна мрежа во споредба со деформирана мрежа. Покрај тоа, во случај на фиксна мрежа, амплитудата варира во текот на осцилациите, но во случај на деформирана мрежа останува константна. Ова ја покажува точноста и ефикасноста на методот за мрежна деформација.



Слика 4.64: Влезен агол θ за статички деформирана мрежа на ниво 3 и основната фиксна мрежа на ниво 5

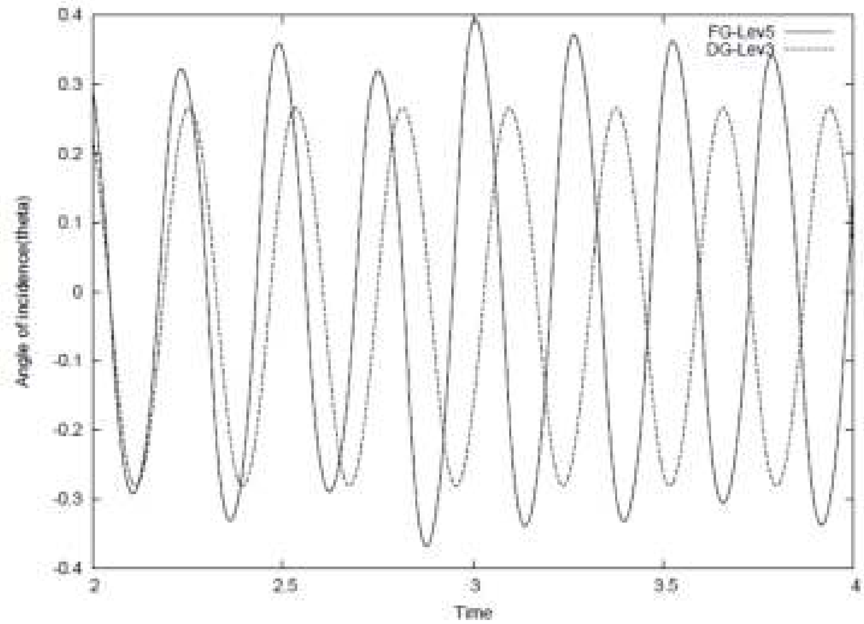
Figure 4.64: Angle of incidence θ for static deformed grid at LEV3 close to reference Fixed grid at LEV5, T = 0.4cm

На слика 4.66 и слика 4.67 е прикажан влезниот агол θ и аголна брзина ω за случај 2 пресметан од фиксната мрежа на ниво 5 и статички деформирана мрежа на ниво 3.Може да се забележи дека брановата должина помеѓу два циклуси на осцилација е помала во случај на фиксна мрежа во споредба со деформирана мрежа што резултира со поголем број на осцилации во секунда. Исто така постои флуктуација на амплитудата во случај на фиксна мрежа, но останува константна за деформирана мрежа. Станува јасно дека добиените резултати со користење на деформирана мрежа имаат поголема точност во споредба со фиксната мрежа на исто ниво.



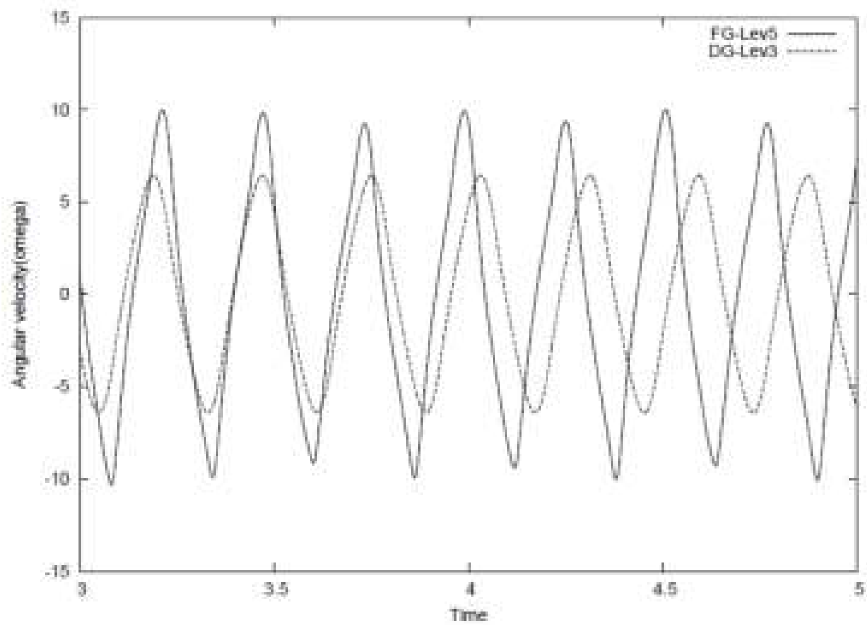
Слика 4.65 Аголна брзина ω за статички деформирана мрежа на ниво 3 и основната фиксна мрежа на ниво 5, T = 0.4cm

Figure 4.65 Angular velocity ω for static deformed grid at LEV3 close to reference Fixed grid at LEV5, T = 0.4cm



Слика 4.66 Влезен агол θ за статички деформирана мрежа на ниво 3 и основната фиксна мрежа на ниво 5, T = 0.2cm

Fig. 4.66 Angle of incidence θ for static deformed grid at lev close to reference fixed grid at lev, T = 0.2cm

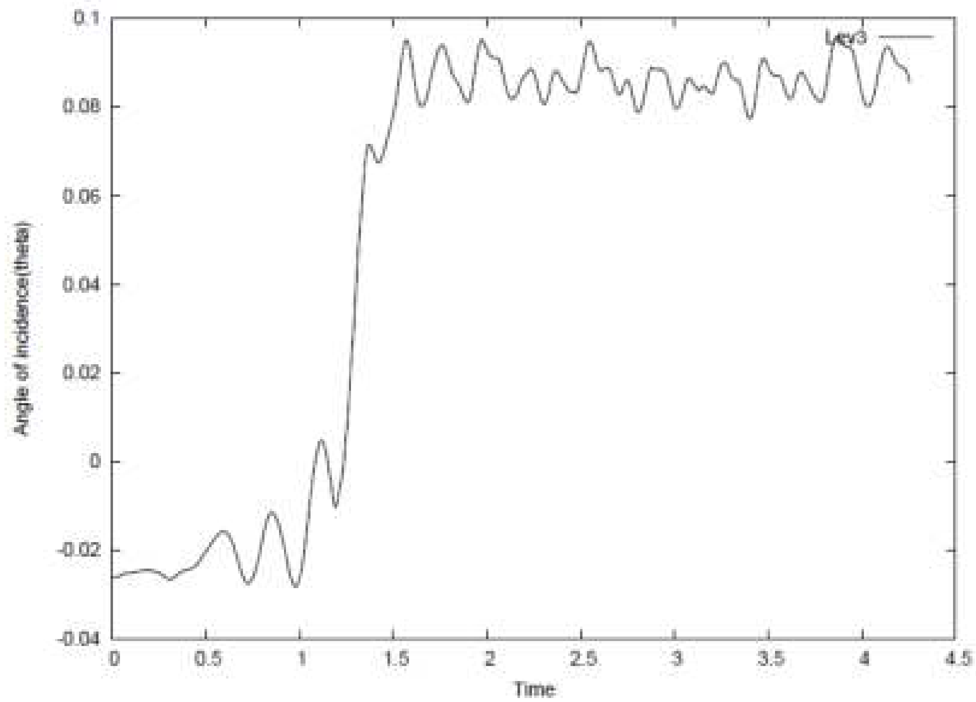


Слика 4.67 Аголна брзина ω за статички деформирана мрежа на ниво 3 до основната фиксна мрежа на ниво 5, T = 0.2cm

Fig. 4.67 ω-static deformed grid at lev close to reference fixed grid at lev5, T = 0.2cm

4.2.4 Техника на деформација на динамичка мрежа

Кај статичка мрежа лесно се вршат пресметки за дебелината T = 0.4cm и T = 0.2cm. Но, во случај 3, каде дебелината на мембраната е 0.1cm има тешкотии, што значи дека за многу тенки предмети статичката деформација не задоволува. Оваа грешка е прикажана на слика 4.68 каде објектот не осцилира. Со цел да се надмине овој проблем е воведен метод на динамичка деформација. Во динамички метод, мрежата исто така се движи заедно со објектот, а оттука и името метод на движење на мрежата. Овој дел се занимава со нумерички пресметки кои се врши за различни дебелини на мембрана и споредба на фиксна мрежа со динамички деформирана мрежа



Слика 4.68 Влезен аголот на ниво 3 со користење на статички деформирана мрежа, T = 0.1cm

Figure 4.68 Angle of incidence at LEVEL 3 using static deformed grid, T = 0.1cm

4.2.4.1 Дефиниција на контролна функција за динамички деформирана мрежа

Со помош на оваа контролна функција точките на мрежата околу објектот се сконцентрирани повеќе на граничната површина на објектот.

Алгоритамски детали за контролната функција.

- X = (X0, Y0) координати на фиксниот центар на цилиндарот,

- R - радиус на цилиндар,
- L - должина на цврсто тело
- (Xg , Yg) координати на точките на мрежата
- n нормален вектор дефиниран со n = (nx, ny) каде nx = $\cos\theta$ и ny = $\sin\theta$,
- DISTBDPH растојание од површината на објектот до мрежните точки
- EPS минимална големината на келијата.

1. Во првиот чекор , пресметуваме растојание од површината на објектот до соседните мрежни точки

Dist1 = dist((Xg, Yg, circle))

Dist2 = (Xg − X0) ∗ (−ny) + (Yg − Y0) ∗ (nx)

Daux = (Xg − X0) ∗ (nx) + (Yg − Y0) ∗ (ny)

2. If (Daux < X0)

Dist2 = dist((Xg, Yg) − X)

Else If (Daux> L)

Dist2 = sqrt((Xg − nx ∗ L)2 + (Yg − ny ∗ L)2)

Else Dist2 = ABS(Dist2)

DISTBDPH = min(Dist1, Dist2)

3. Daux = dist((Xg, Yg) − X)

If (Daux < R) DISTBDPH = 2.0*(R - Daux)

If (DISTBDPH ≥ 0.0)

Daux = min(1, DISTBDPH/10)

Daux = 0.5*(1-cos(Daux*Pi))

4. De = sqrt(EPS)

If (Xg < L+C) where C ≈ 4*L

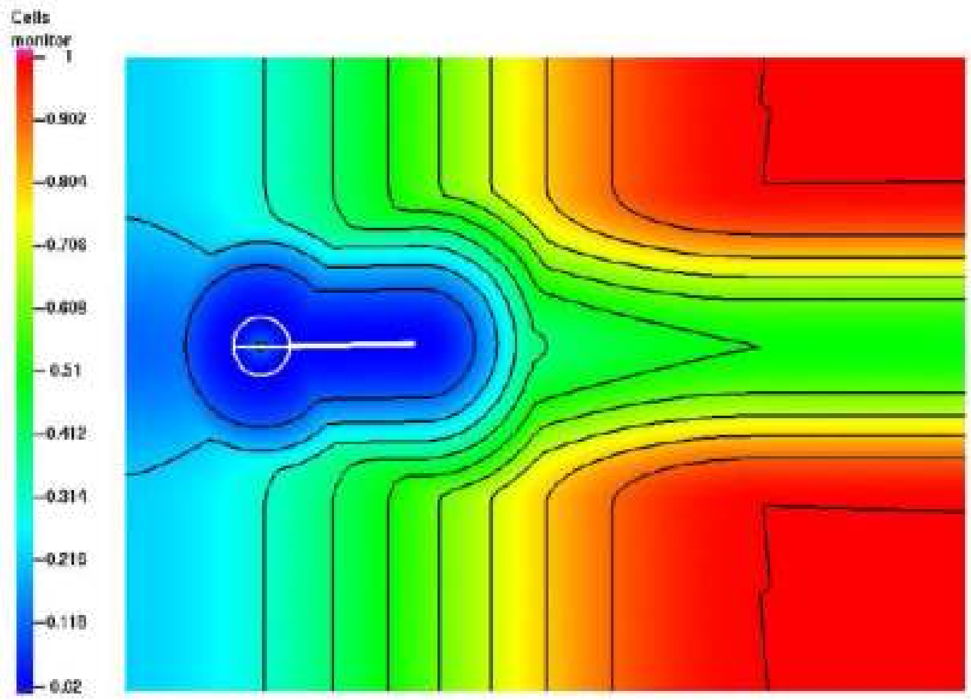
Daux = De + 0.5*(1-cos(Pi*(Xg+(L-1.0))/(L-1.0 + C)))

else Daux0 = 1.0

Daux = min(Daux, Daux0)

FMON = EPS + (1-EPS)*Daux

На слика 4.69 е покажана контролна функција за тенки предмети.



Слика 4.69 Контролна функција дефинирана околу објект

Figure 4.69: Figure representing the monitor function defined around the object

Случај 1: Дебелина на мембрана T = 0.4cm

Пресметките се вршат на ниво 3, 19.005 јазли и 18.720 елементи. Деформираната мрежа се генерира во секој временски чекор со цел да се задржи на насоката на мрежата во близина на површината на осцилирачкото тело. На слика 4.70 е покажана деформирана мрежа на ниво 3 која користи експериментална основна конфигурација. На слика 4.71 е покажана контролна функција дефинирана околу објектот. Контролната функција е динамички дефинирана на таков начин што регионот околу објектот е подобрен повеќе во однос на околниот регион. На сликиа 4.72 и слика 4.73 се претставени позициите за време t = 6,07 и t = 11,67. Брзината е прикажана на слика 4.74 и локалната зумирана мрежа на ротирачки цилиндар на слика 4.75

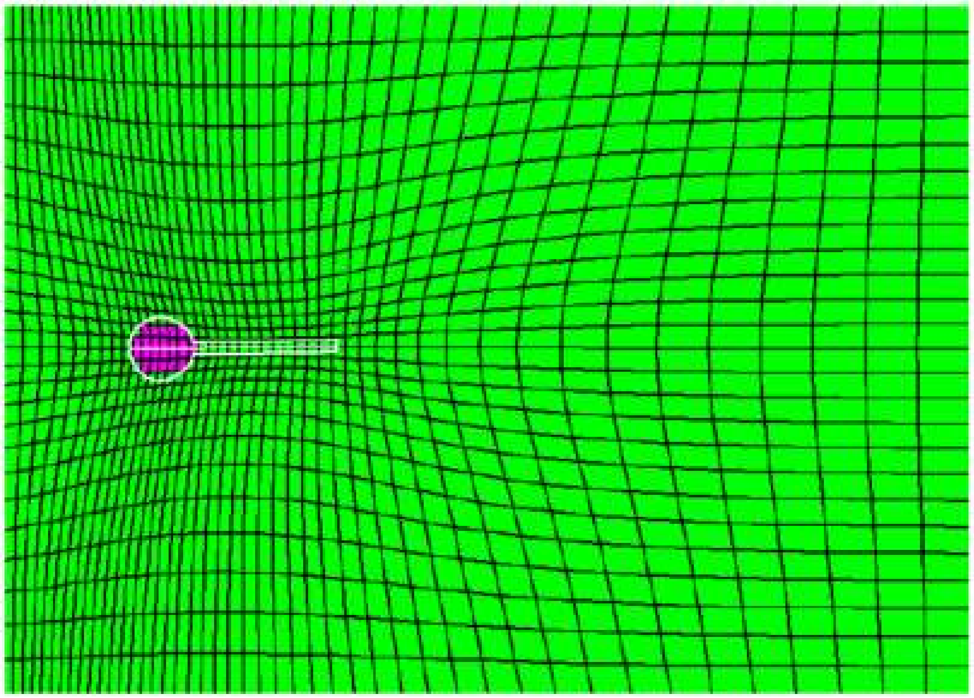
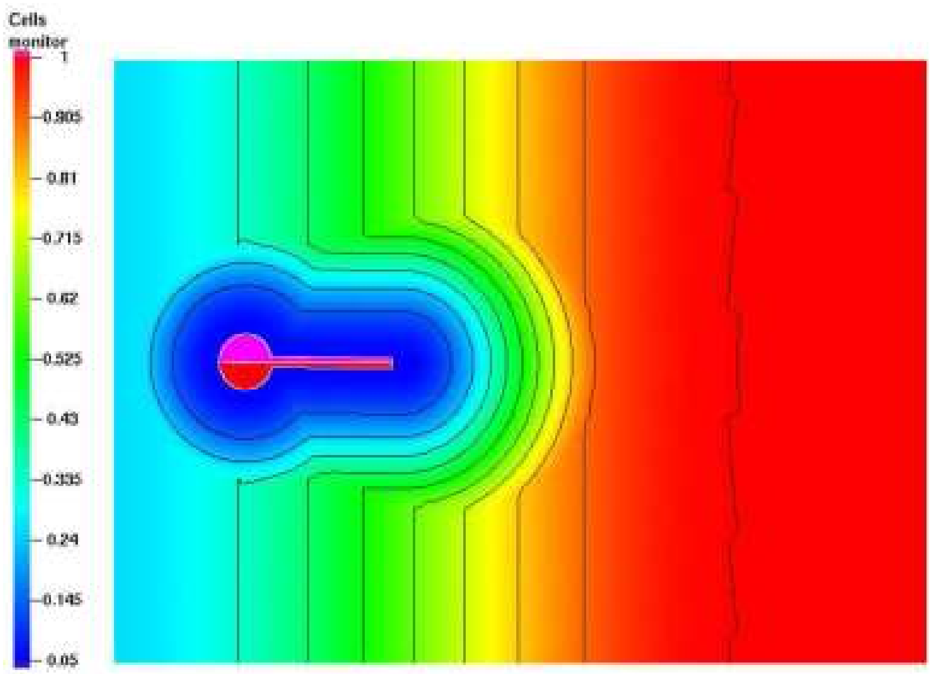


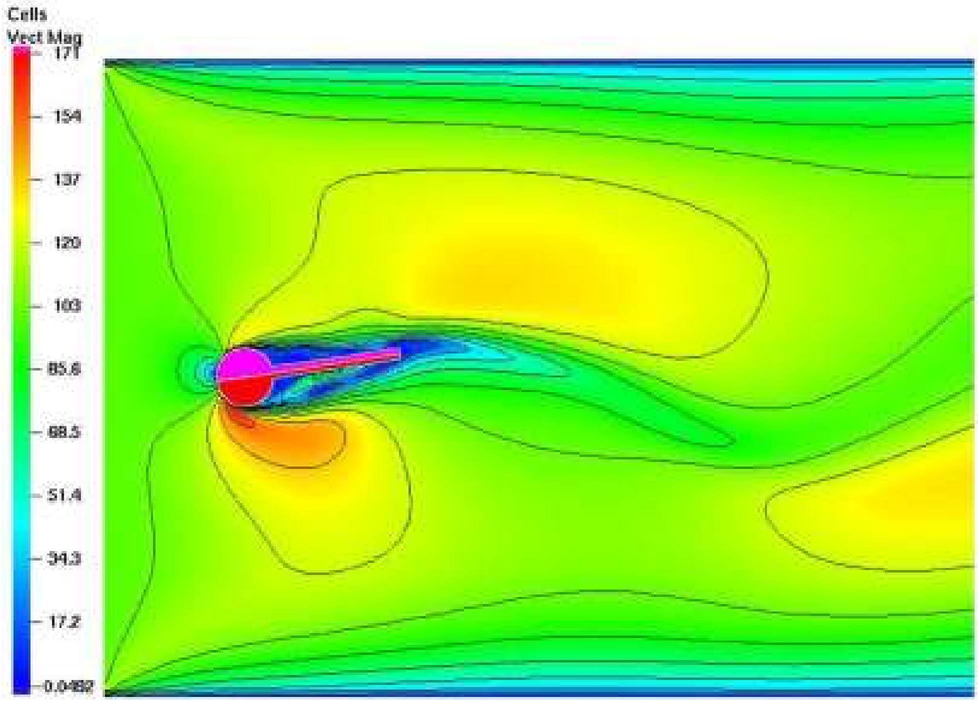
Figure 4.70 Deformed mesh for thickness T = 0.4cm - LEVEL 1

Слика 4.70 Деформирана мрежа за дебелина T = 0.4cm ниво 1



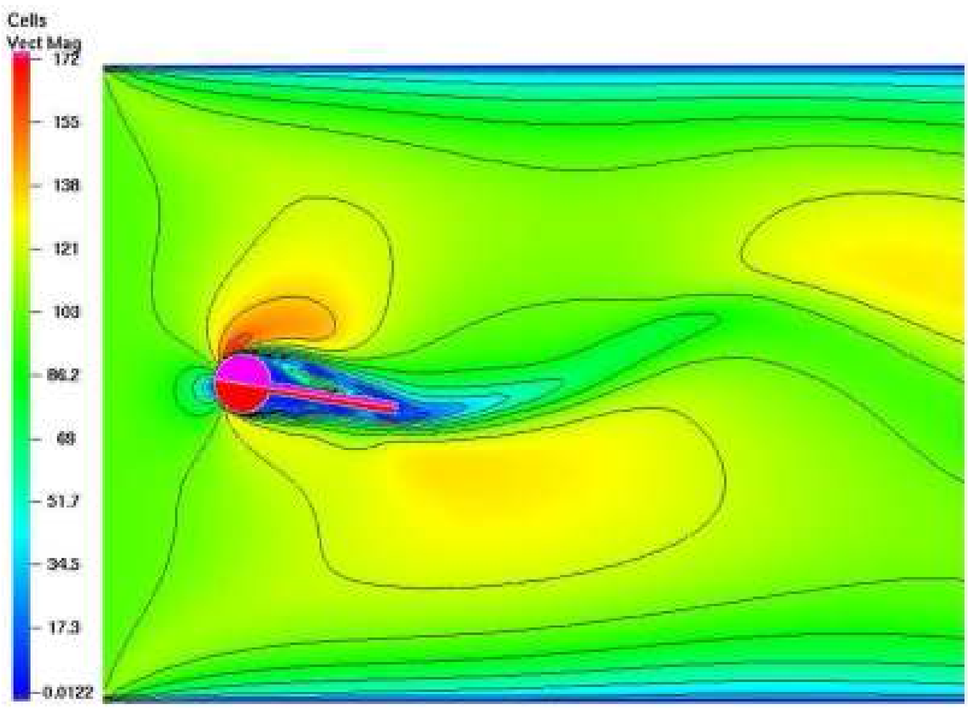
Слика 4.71 Контролна функција дефинирана околу објект

Figure 4.71 Figure representing the monitor function defined around the object



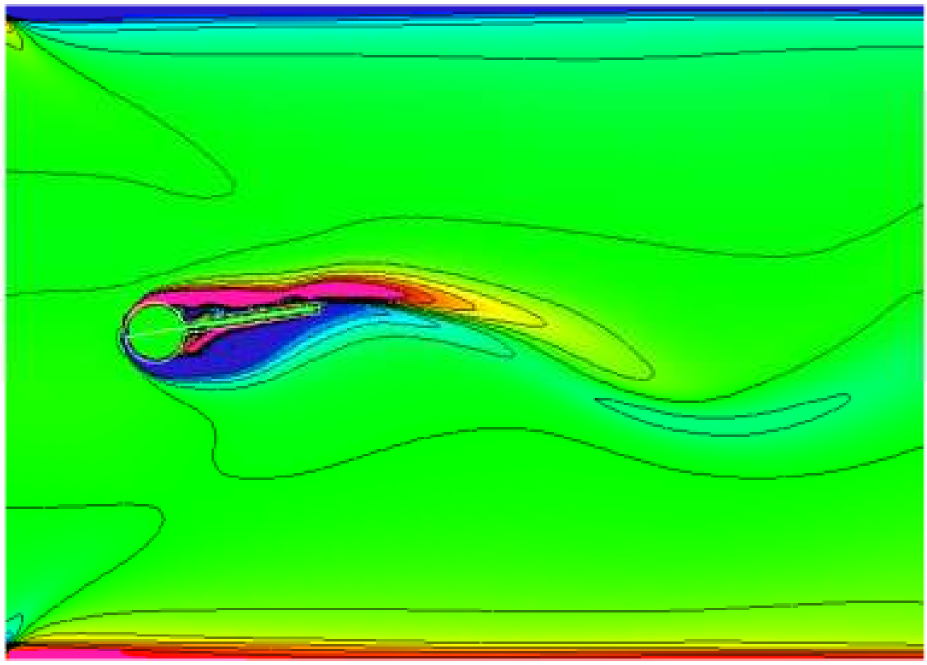
Слика 4.72 Позиција на објектот во t = 6,07

Figure 4.72 Position of the object at t = 6.07



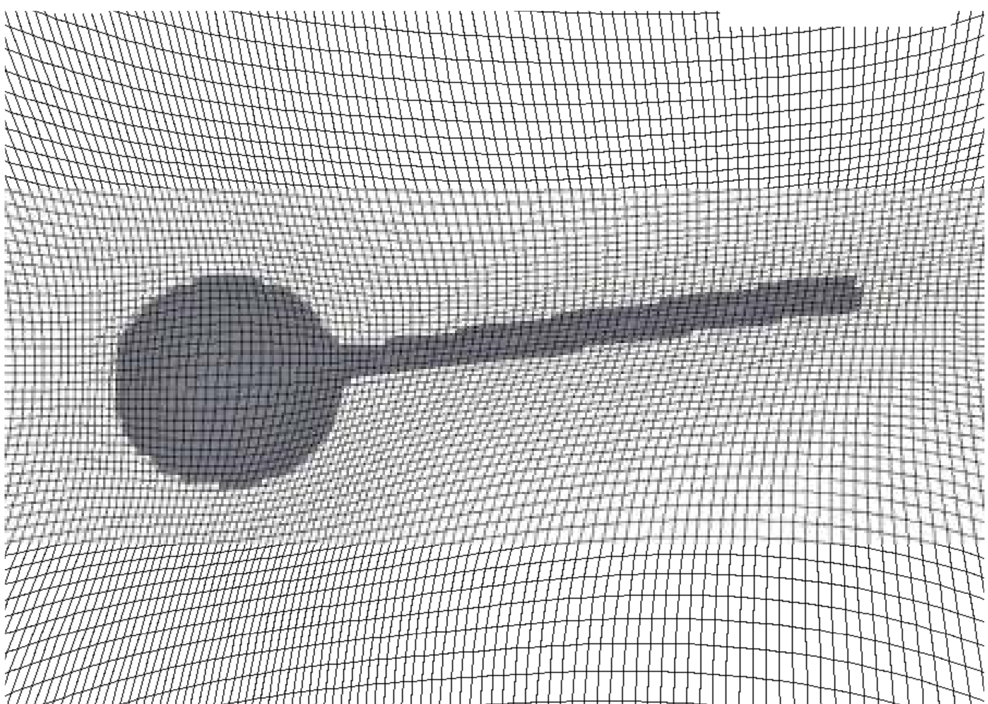
Слика 4.73 Позиција на објектот во t = 11,67

Figure 4.73 Position of the object at t = 11.67



Слика 4.74 Брзина во t = 6,07

Figure 4.74 Velocity at t = 6.07

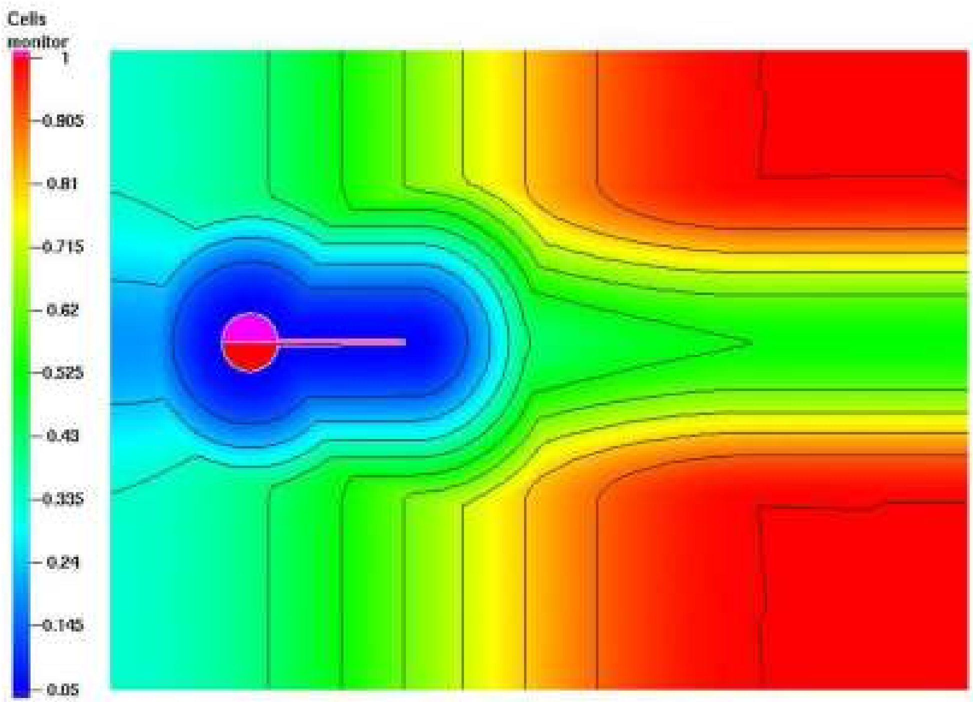


Слика 4.75 Зумирана локална мрежа на ротирачки цилиндар

Figure 4.75 Zoomed local mesh of the rotating cylinder

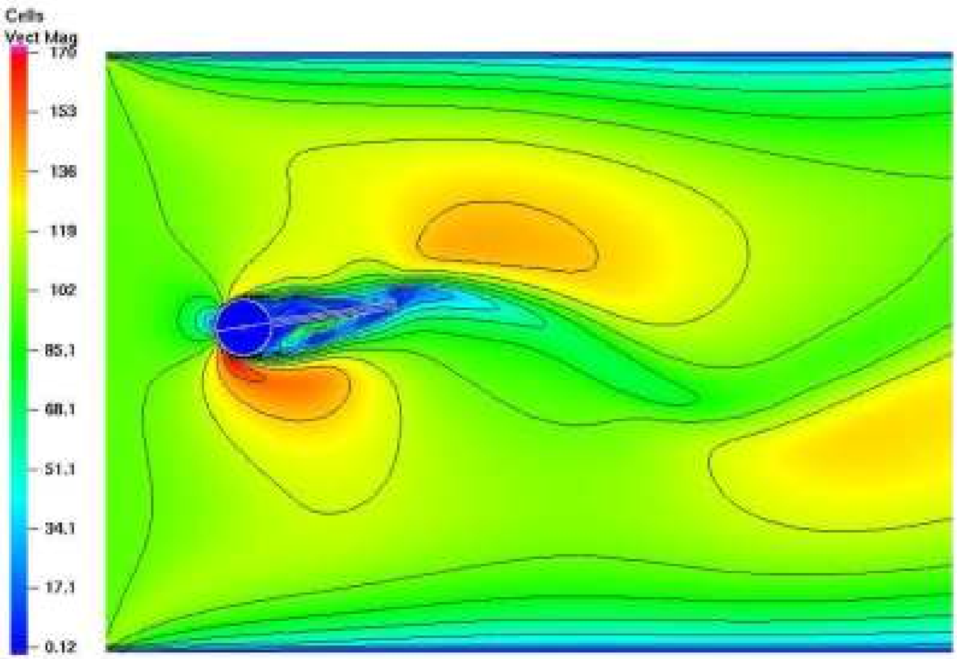
Случај 2: Дебелина на мембрана Т = 0.2cm

Во овој случај дебелината на мембраната е сведена на Т = 0.2 cm и пресметките се вршат на ниво 3. Центарот на цилиндарот е фиксиран за (x, y) = (0, 1) за побрзо осцилирање за време на стартување. На ова ниво 3 на граничното приближување кон објектот има добра прецизност во однос на фиксната мрежа. Исто така деформираната мрежа не е толку комплицирана како статичката мрежа. На слика 4.76 е покажана контролна функција дефинирана околу објектот. На слика 4.77 и слика 4.78 се покажани положбите во време t = 5,61 и t = 6,57. Брзината е прикажана на слика 4.79 и зумирана локалната мрежа на ротирачки цилиндар на слика 4.80.



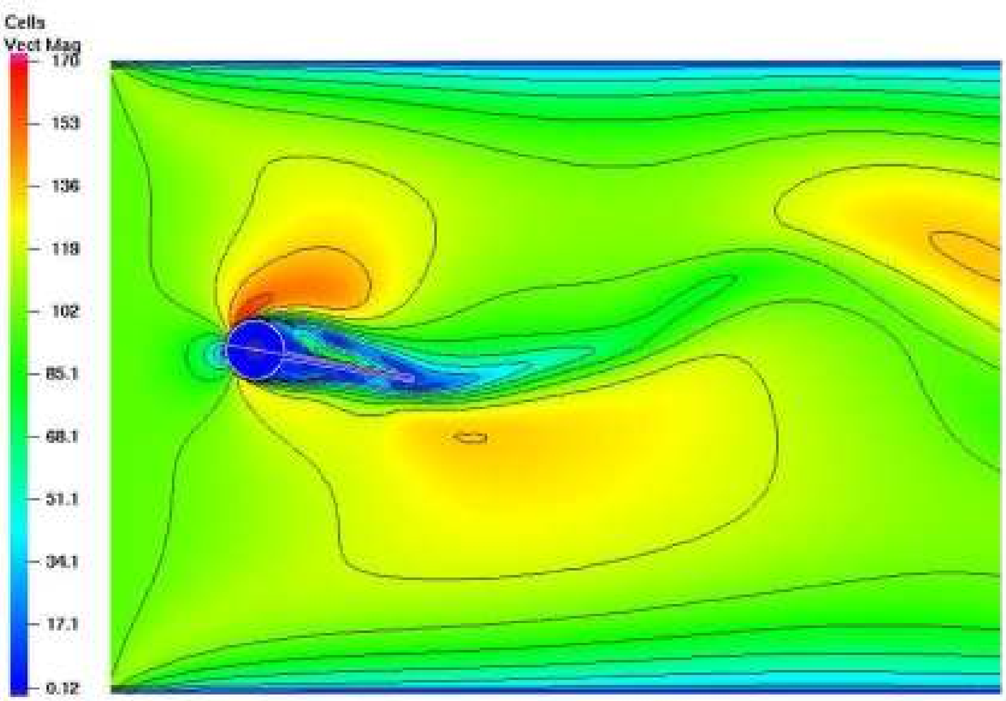
Слика 4.76 Контролна функција дефинирана околу објект

Figure 4.76 Figure representing the monitor function defined around the object



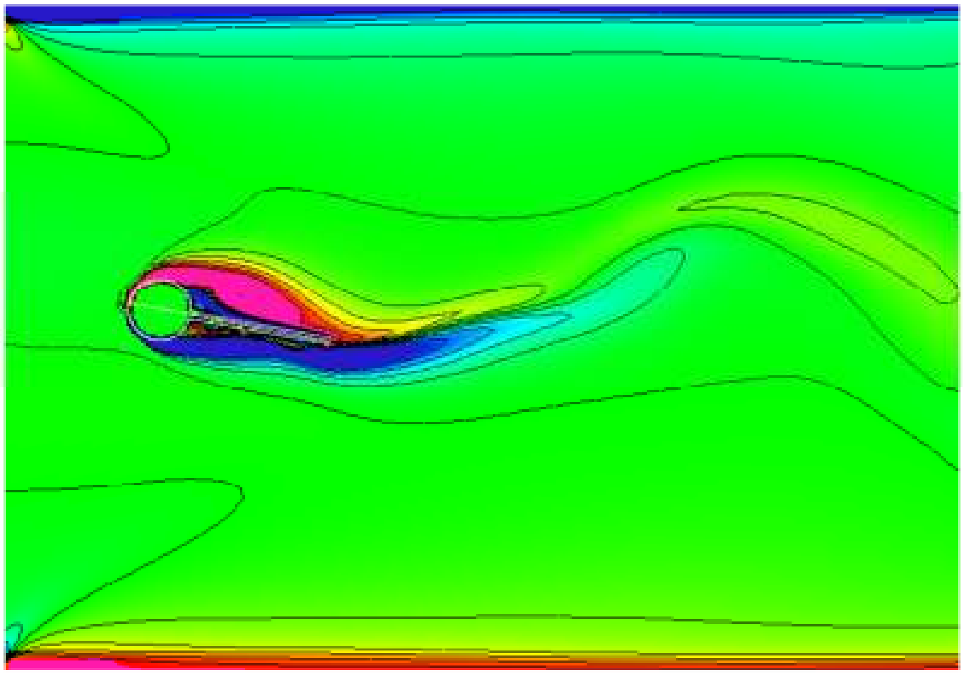
Слика 4.77 Позиција на објектот во t = 5,61

Figure 4.77 Position of the object at t = 5.61



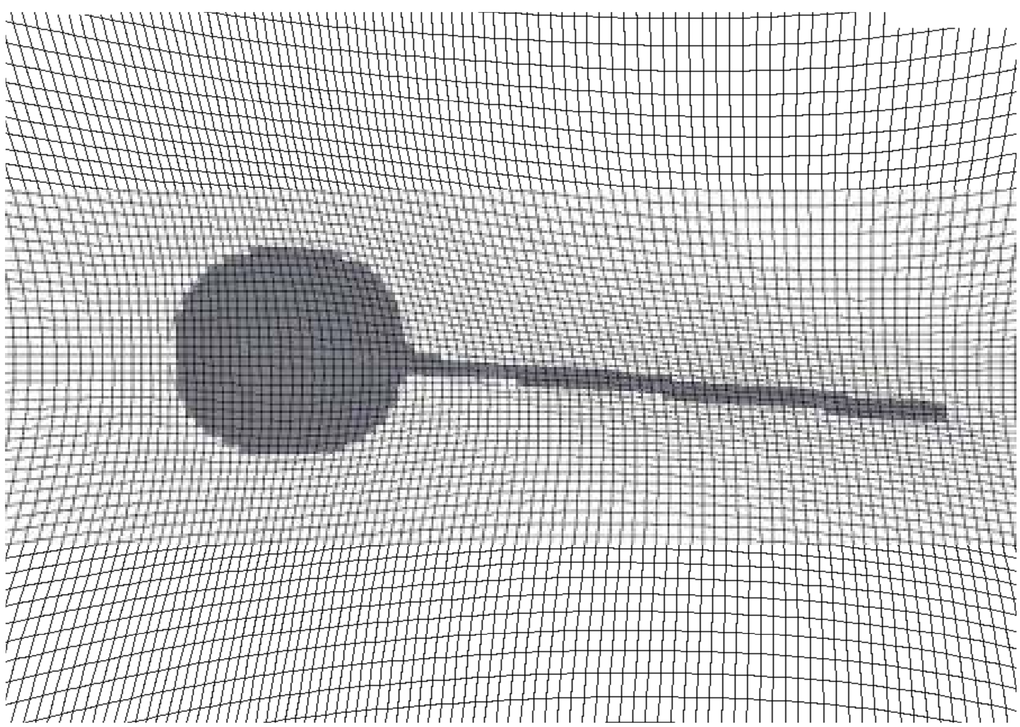
Слика 4.78 Позиција на објектот во t = 6,57

Figure 4.78 Position of the object at t = 6.57



Слика 4.79 Брзина во t = 6,57

Figure 4.79 Velocity at t = 6.57



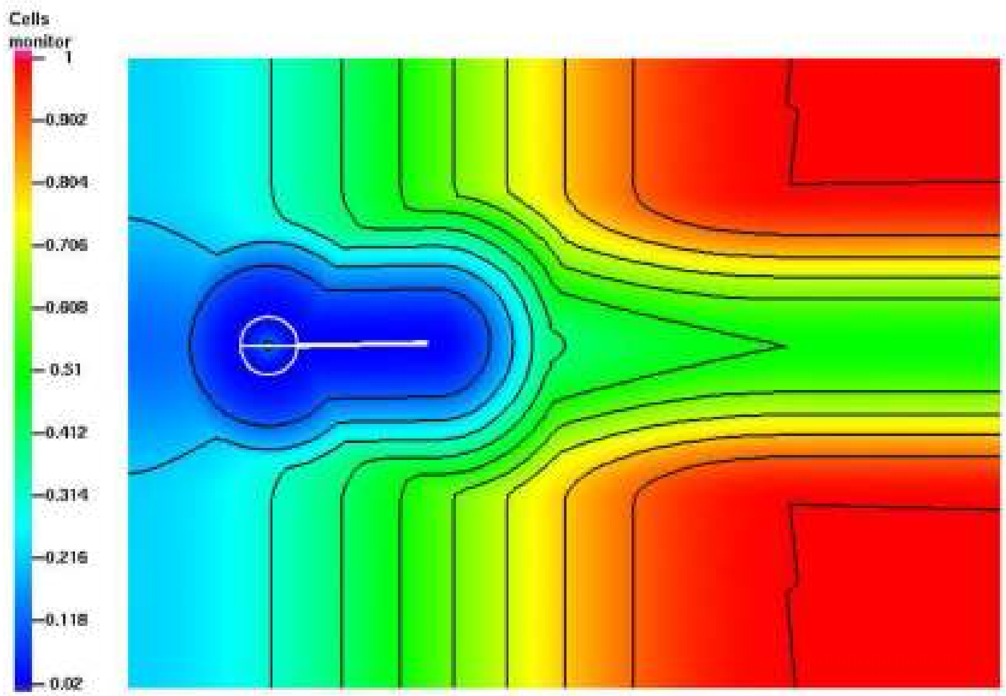
Слика 4.80 Зумирана локална мрежа на ротирачки цилиндар

Figure 4.80 Zoomed local mesh of the rotating cylinder

Случај 3: Дебелина на мембрана T = 0.1cm

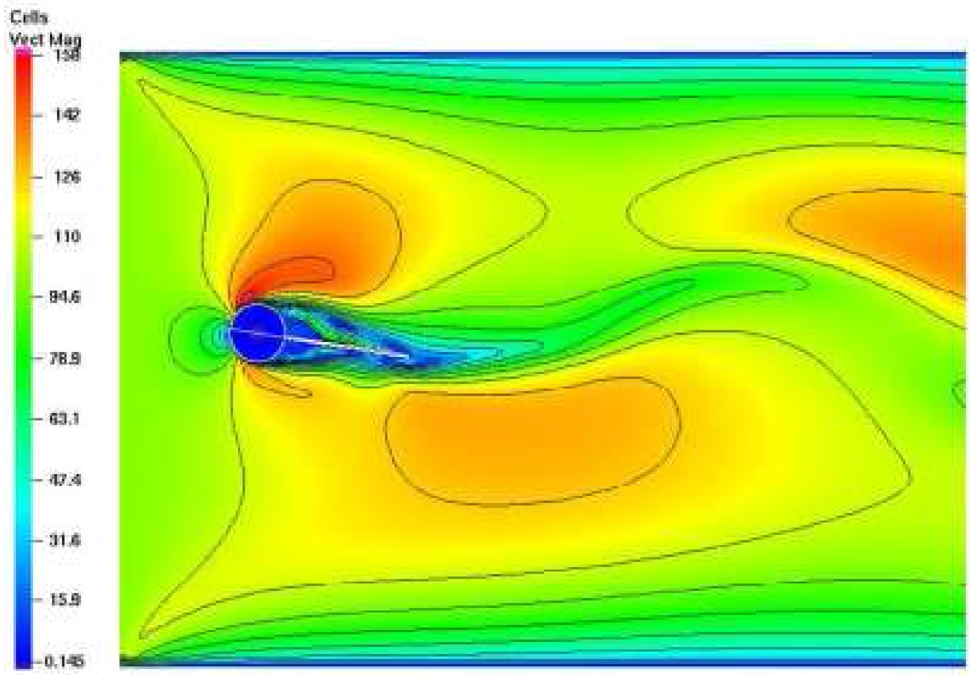
Од секција. 4.2.2 е забележано дека тенки предмети кои имаат дебелина T помала од 0.2cm, имаат гранично приближување по делови и ова резултира со лошо осцилирање на објектот. Со помош на динамичка деформација можно да се изврши пресметка на пониско ниво за такви тенки предмети. Во овој дел пресметките се вршат на тело кое има дебелина T = 0.1cm, на ниво 3 со 19.005 јазли и 18.720 елементи.

На слика 4.81 е претставена слика на контролна функција дефинирана околу објект. Позицијата на објектот е дадена на слика 4.82 и слика 4.83 во време t = 11,11 и t = 14,44. Брзина и зумираната локалната мрежа на ротирачки цилиндар се прикажани на слика 4.84 и слика 4.85.



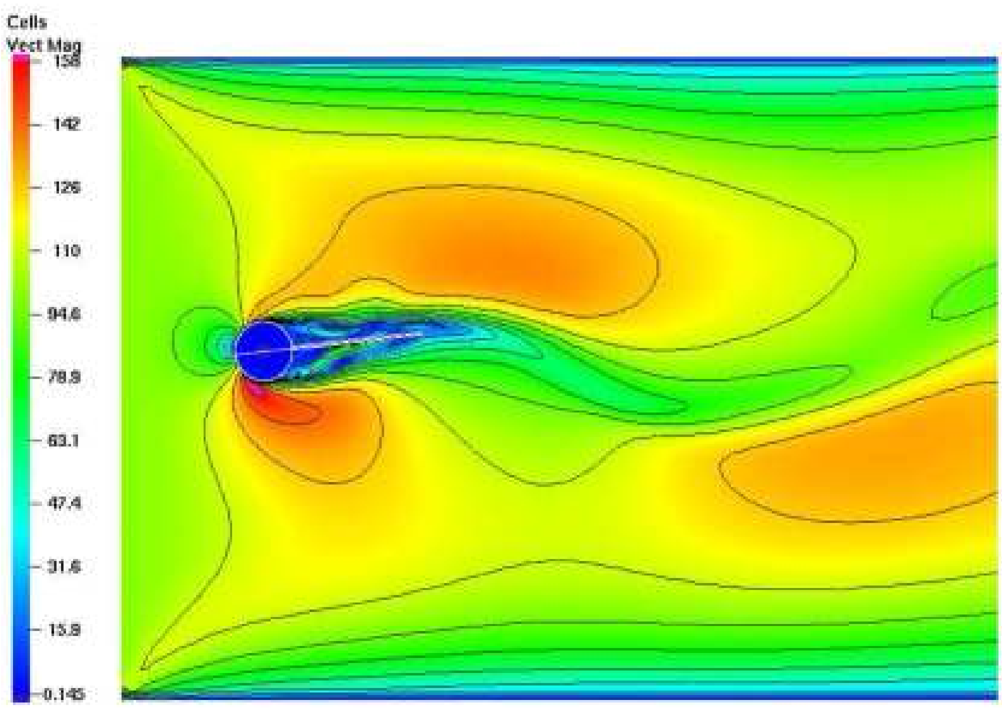
Слика 4.81 Контролна функција дефинирана околу објект

Figure 4.81 Figure representing the monitor function defined around the object



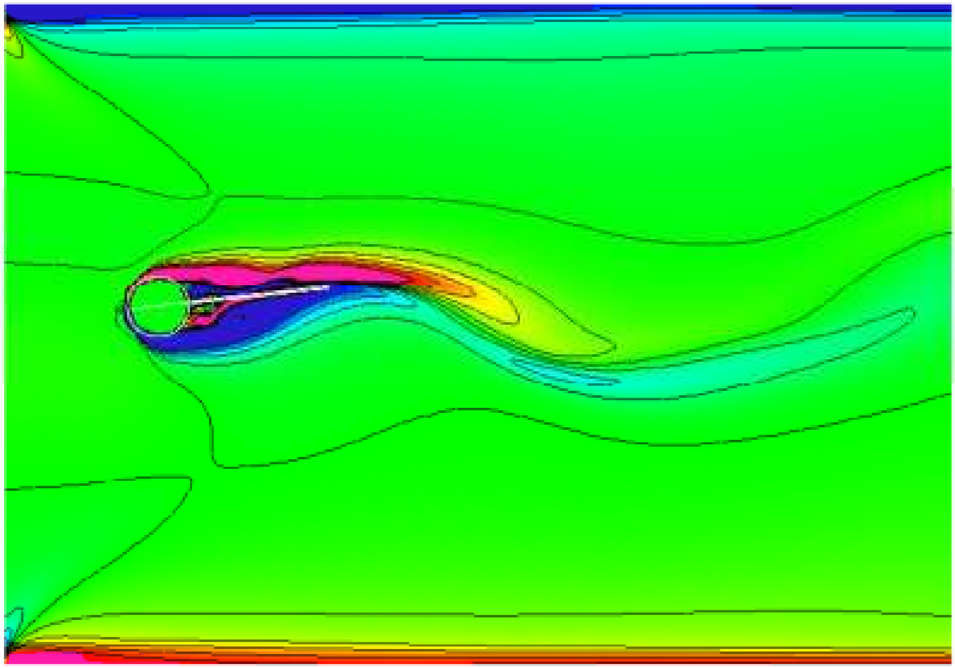
Слика 4.82 Позиција на објектот во t = 11,11

Figure 4.82 Position of the object at t = 11.11



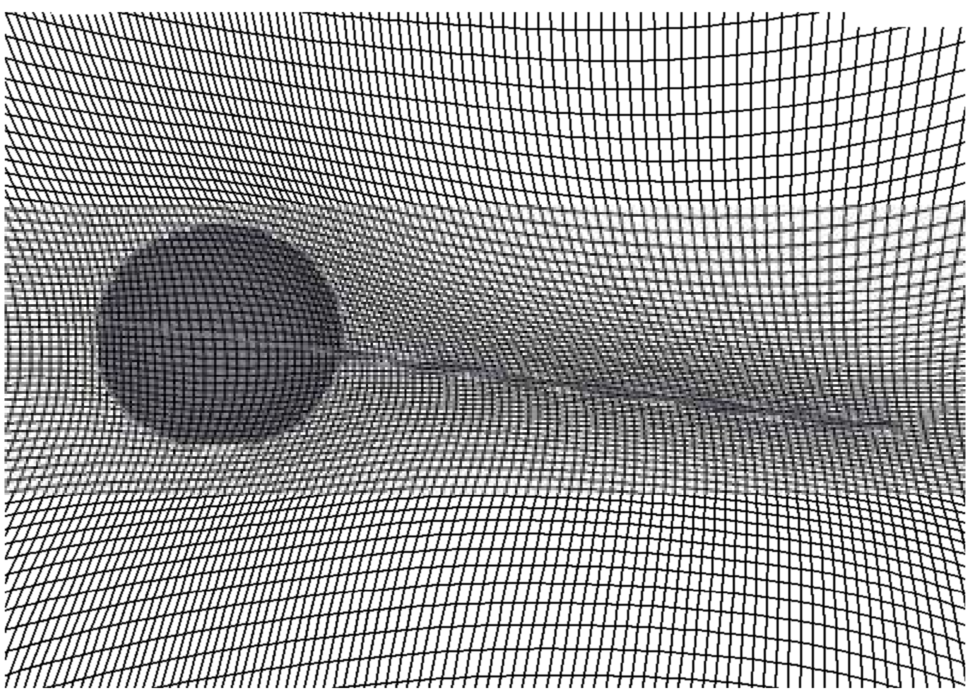
Слика 4.83 Позиција на објектот во t = 14,44

Figure 4.83 Position of the object at t = 14.44



Слика 4.84 Брзина во t = 14,44

Figure 4.84 Velocity at t = 14.44



Слика 4.85 Зумирана локалната мрежа на ротирачки цилиндар

Figure 4.85 Zoomed local mesh of the rotating cylinder

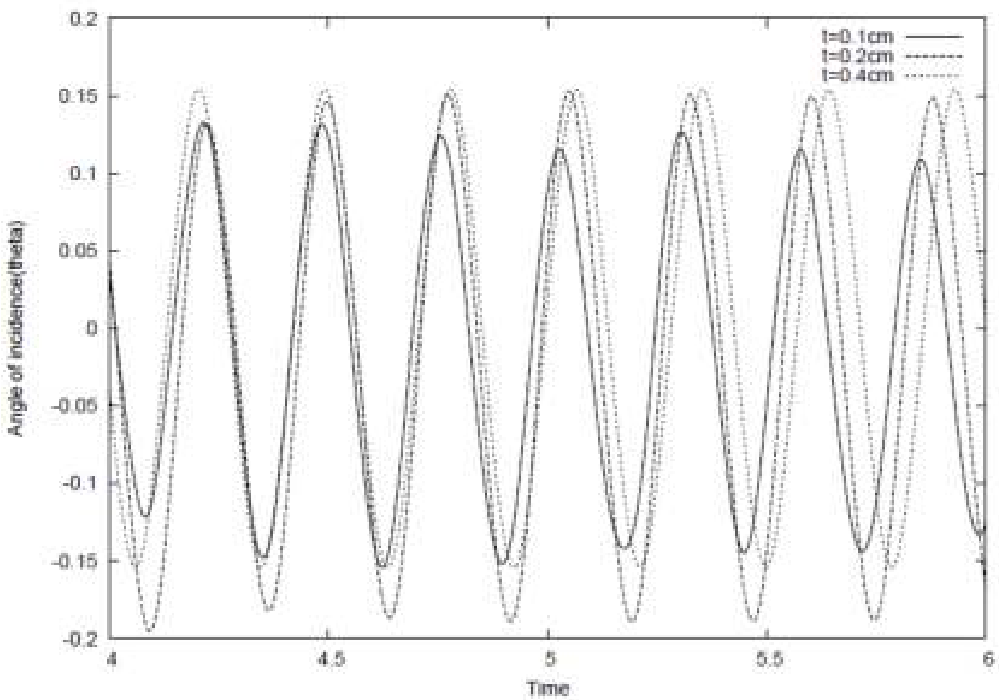
Табела 4.11 Фреквенцијата и амплитудата на случај 1, 2 и 3 на ниво 3

Table 4.11 Frequency and Amplitude for case 1, 2 and 3 at LEVEL 3

параметар	T=0,4cm	T=0,2cm	T=0,1cm
фреквенција [Hz]	3,47	3,623	3,787
амплитуда [rad]	0,1539	0,171	0,135

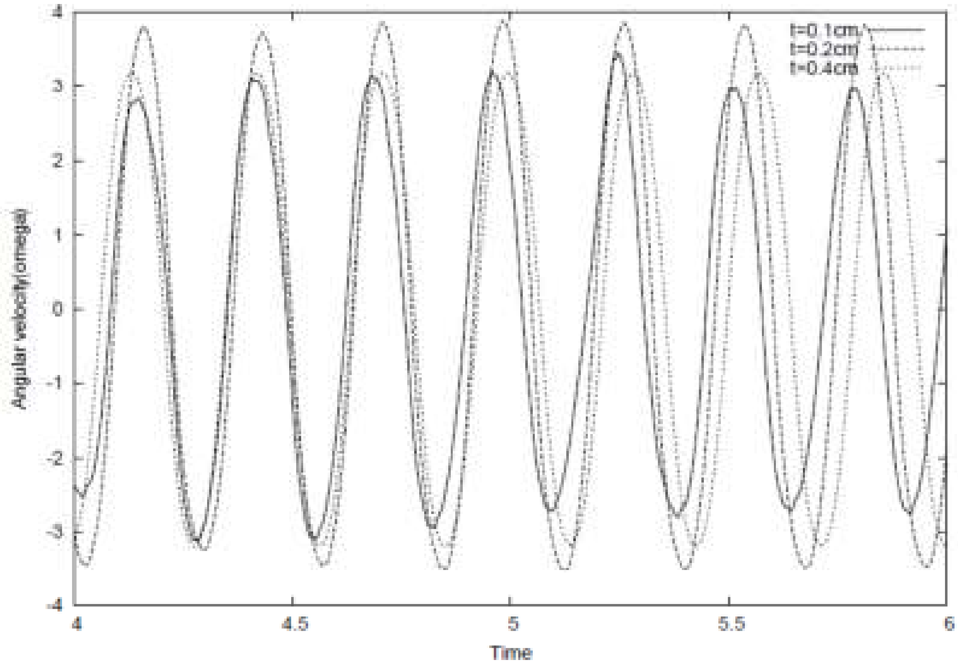
Компарација на θ и ω за случај за 1,2 и 3

На сл. 4.86 се споредува влезниот аголот θ за различни дебелини на мембраната на ниво 3. Може да се забележи дека на мембрана со дебелина T = 0.1cm има многу помалку осцилации во споредба со T = 0.2 cm и T = 0.4 cm. Фреквенцијата на осцилациите и амплитудата на ниво 3 се прикажани во табела.4.11. Слично на тоа, слика 4.87 покажува промена на аголната брзина на објектот за различни дебелини на мембрани за ниво 3. Хидродинамичките сили и моментот исто така се пресметуваат на ниво 3. Коефициент на отпор Cd, коефициент на подигање Cl и момент се дадени на слика 4.88, 4.89 и слика 4.90 .



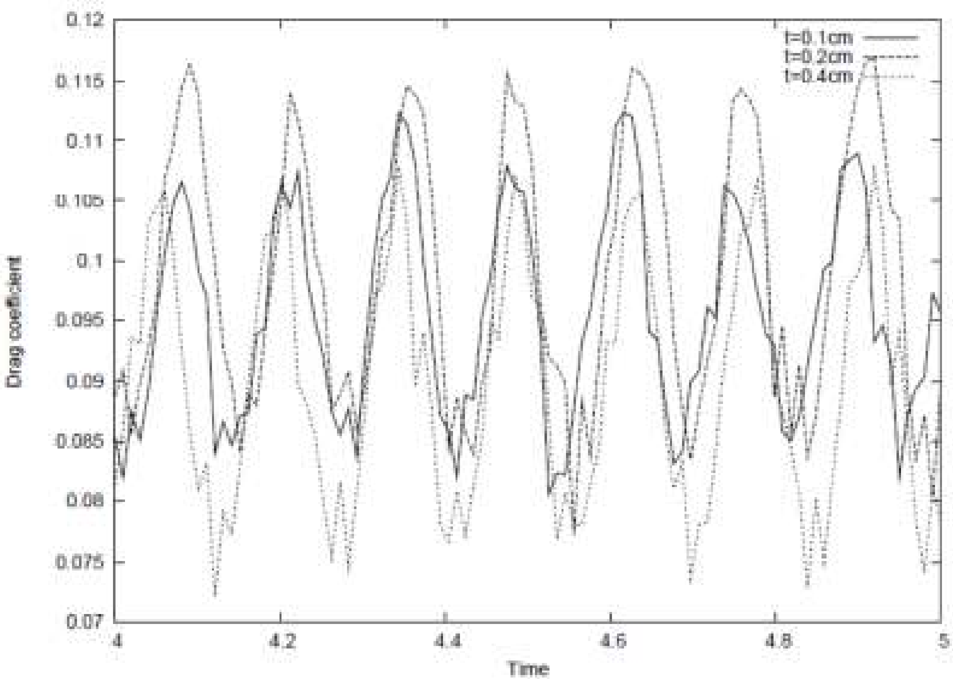
Слика 4.86 Влезен аголот θ за различни дебелини на мембрани на ниво 3

Figure 4.86 Angle of incidence for various thickness of beam at LEVEL 3



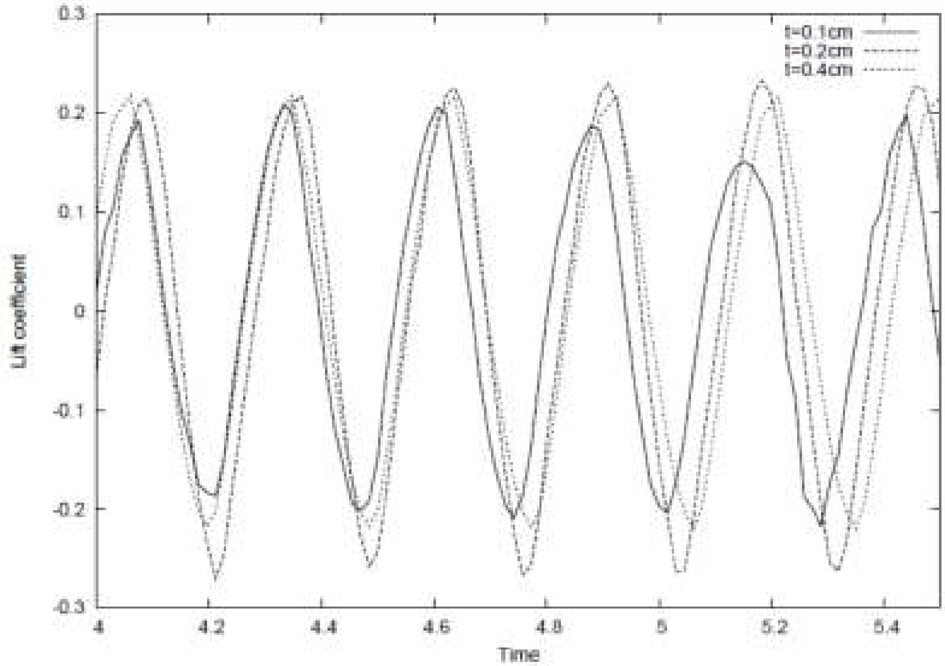
Слика 4.87 Аголната брзина ω за различни дебелини ниво 3

Figure 4.87 Anglular velocity for various thickness of beam at LEVEL 3



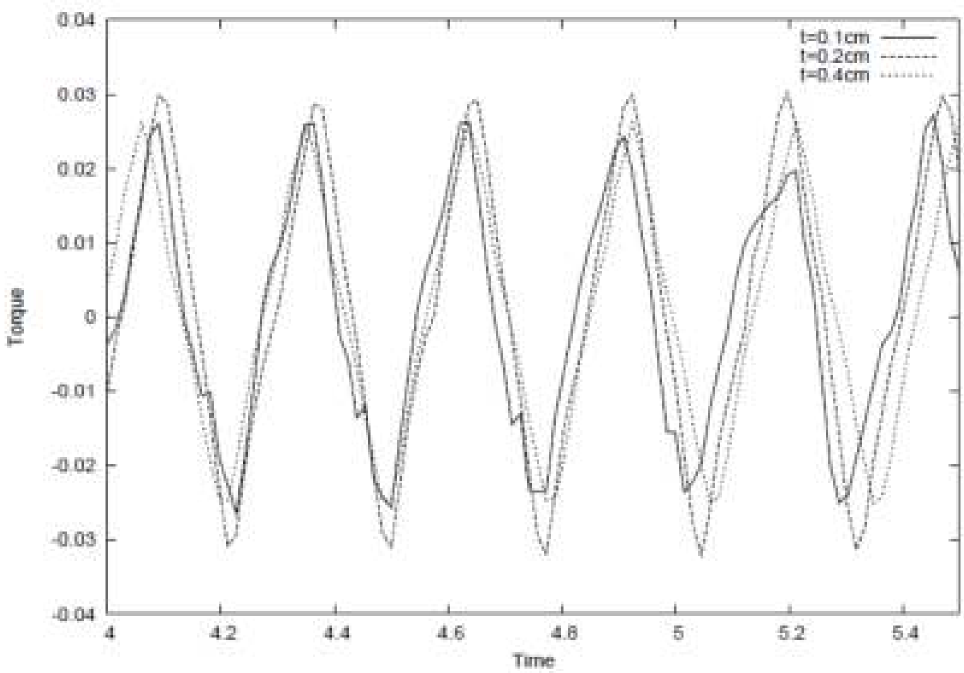
Слика 4.88 Коефициент на отпор за различни дебелини на мембрана

Figure 4.88 Drag Coefficient for various thickness of membrane



Слика 4.89 Коефициент на подигање за различни дебелини на мембрана

Figure 4.89 Lift Coefficient for various thickness of membrane



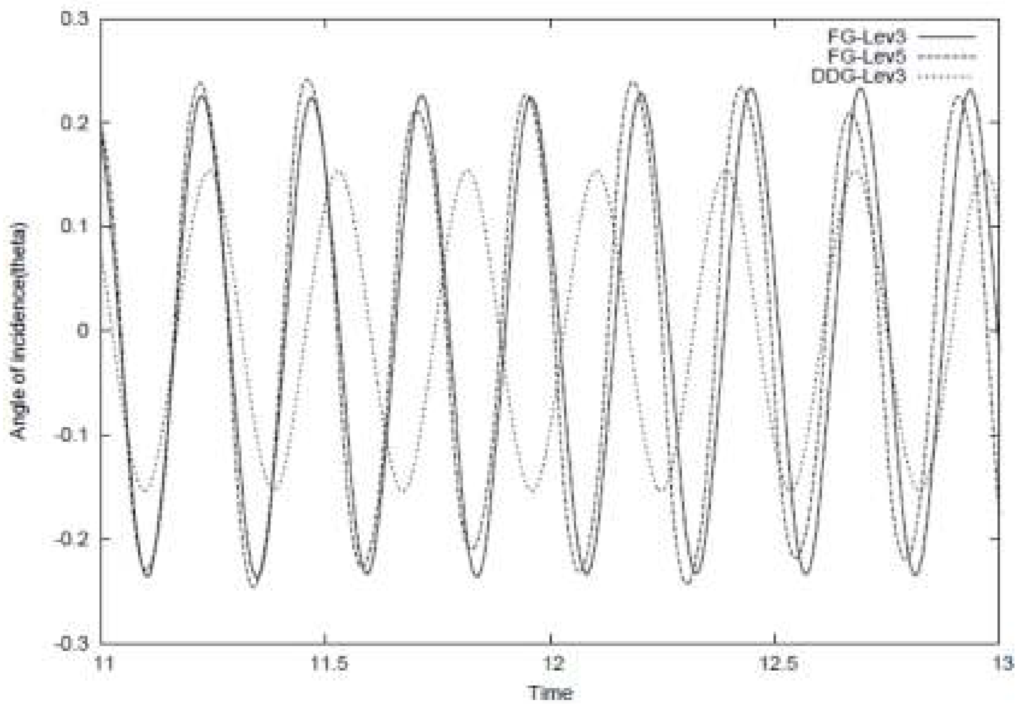
Слика 4.90 Момент за различни дебелини на мембрана

Figure 4.90 Torque for various thickness of membrane

Споредба на θ и ω за фиксната мрежа и динамички деформирана мрежа

Случај 1: Дебелина на мембрана T = 0.4cm

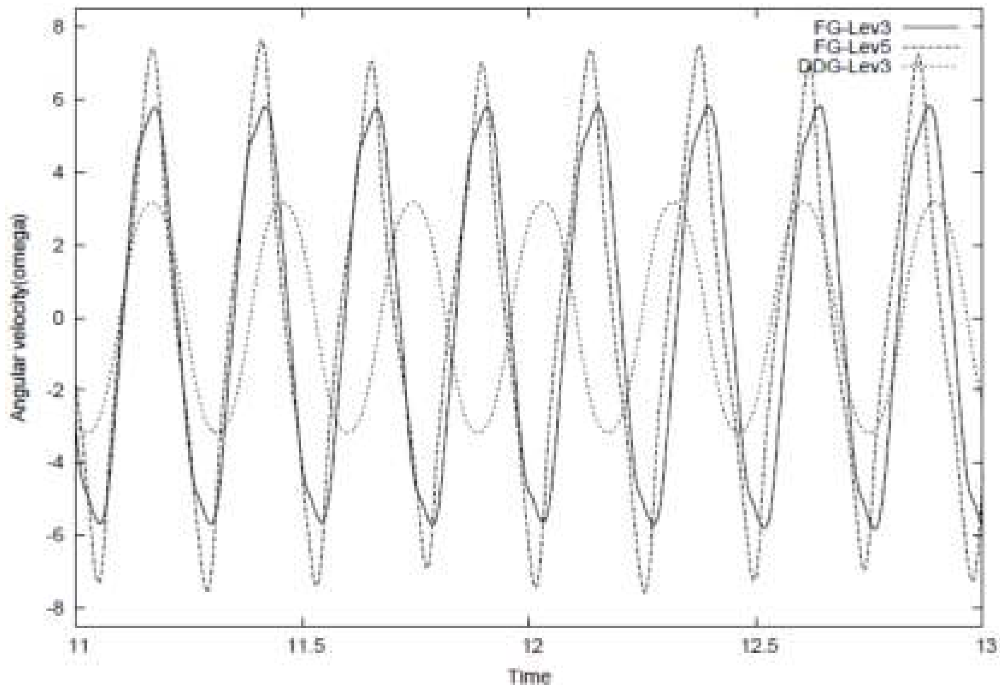
На слика 4.91 се споредува однесување на влезниот аголот θ со користење на фиксната мрежа и динамична мрежа. Графиците на нивото 3 и ниво 5 користат фиксна мрежа, а потоа споредени со вредностите добиени на ниво 3 со динамична мрежа.



Слика 4.91 Споредување на θ со користење на фиксната мрежа и динамична мрежа за случај 1

Figure 4.91 Plot comparing θ using the fixed grid and dynamic grid for case 1

На слика 4.92 се илустрира однесувањето на аголната брзина пресметана за нивоата 3 и 5 со користење на фиксната мрежа. Графиците потоа се споредени со резултатите добиени на ниво 3 со користење на динамичка мрежа.



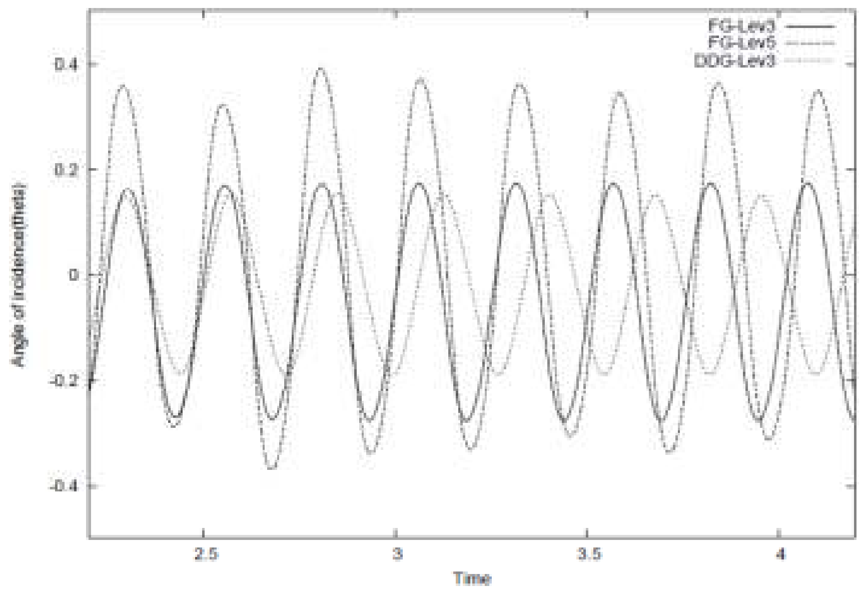
Слика 4.92 График споредување ω за фиксна мрежа и динамична мрежа за случај 1

Figure 4.92 Plot comparing ω for fixed grid and dynamic grid for case 1

Случај 2: Дебелина на мембрана T = 0.2cm

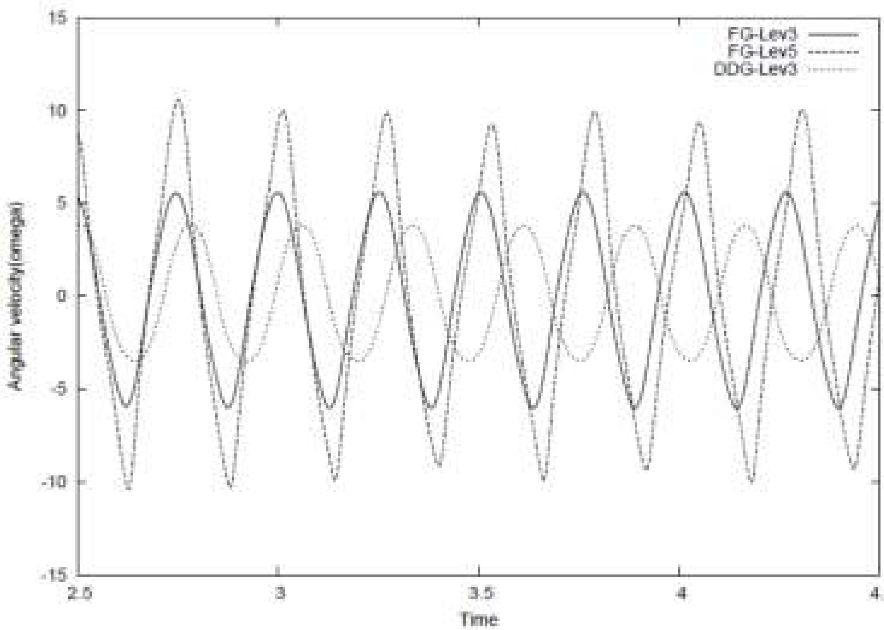
На слика 4.93 и слика 4.94 е даден на влезниот агол θ и аголната брзина ω кога објектот е пресметан со фиксна мрежа на ниво 3, 5 и динамичката деформирана мрежа на ниво 3.

Се забележува од графиците кај фиксна мрежа се добиваат повисоки осцилации, амплитудата варира во однос на времето. Но во случај на динамички деформирана мрежа дури и при пониски нивоа амплитудата е постојана независно од времето.



Слика 4.93 График на споредување θ за фиксна мрежа на ниво 5 со динамична мрежа на ниво 3 за случај 2

Fig. 4.93 Plot comparing θ for fixed grid at lev 5 with dynamic grid at lev 3 for case 2



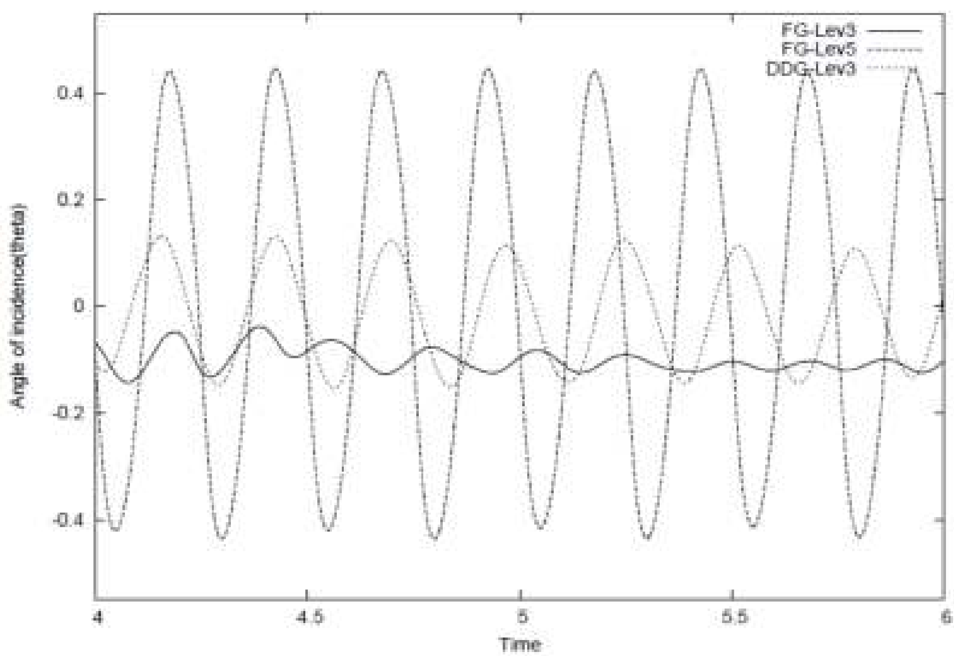
Слика 4.94 График споредување ω за фиксната мрежа на ниво 5 и динамична мрежа на ниво 3 за случајот 2

Fig 4.94 Plot comparing ω for fixed grid at lev 5 and dynamic grid at lev 3 for case 2

Случај 3: Дебелина на мембрана T = 0.1cm

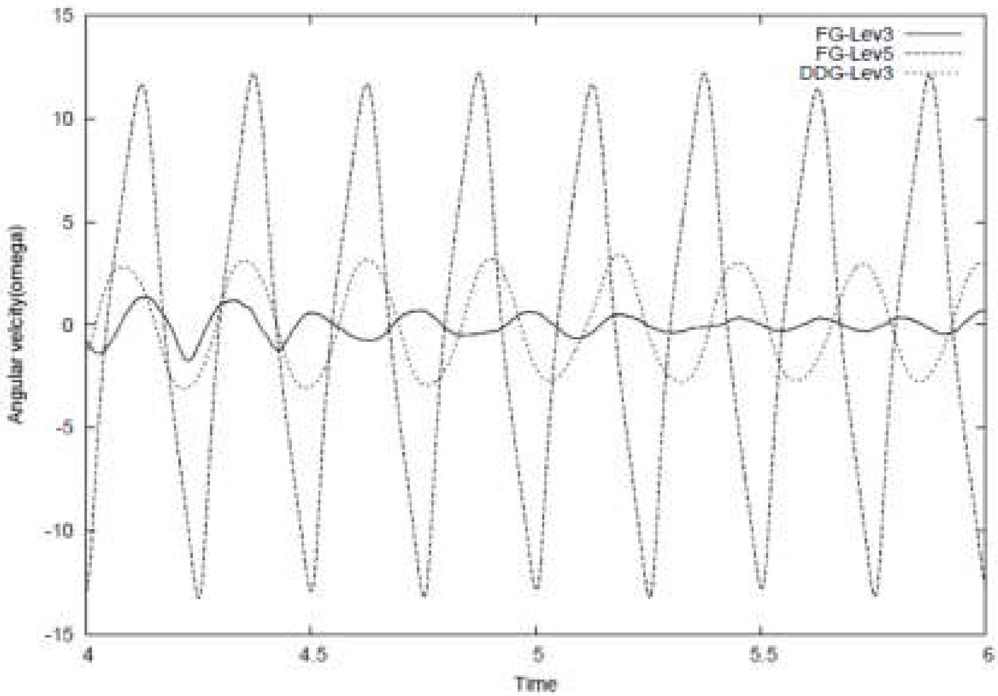
На слика 4.95 е претставен влезниот агол θ на кога објектот е преместен, на слика 4.96 се илустрира на промена на преместувањето ω на објектот. На сликата може да се забележи дека со користење на фиксна мрежа на ниво 3 има мала осцилација на објектот.

Многу добро се забележува дека опсегот на амплитудата се зголемува во случај на фиксната мрежа, но варира во зависност на времето. Покрај тоа, во случај на динамична мрежа амплитудата во текот на осцилацијата, останува константна. Може да се заклучи дека со некои подобрувања во дефинирањето на контролната функција се добиваат подобри резултати дури и при пониски нивоа.



Слика 4.95 График за споредување на θ за фиксна мрежа на ниво 5 со динамична мрежа на ниво 3 за случај 3

Figure 4.95 Plot comparing θ for fixed grid at lev 5 with dynamic grid at lev 3 for case 3



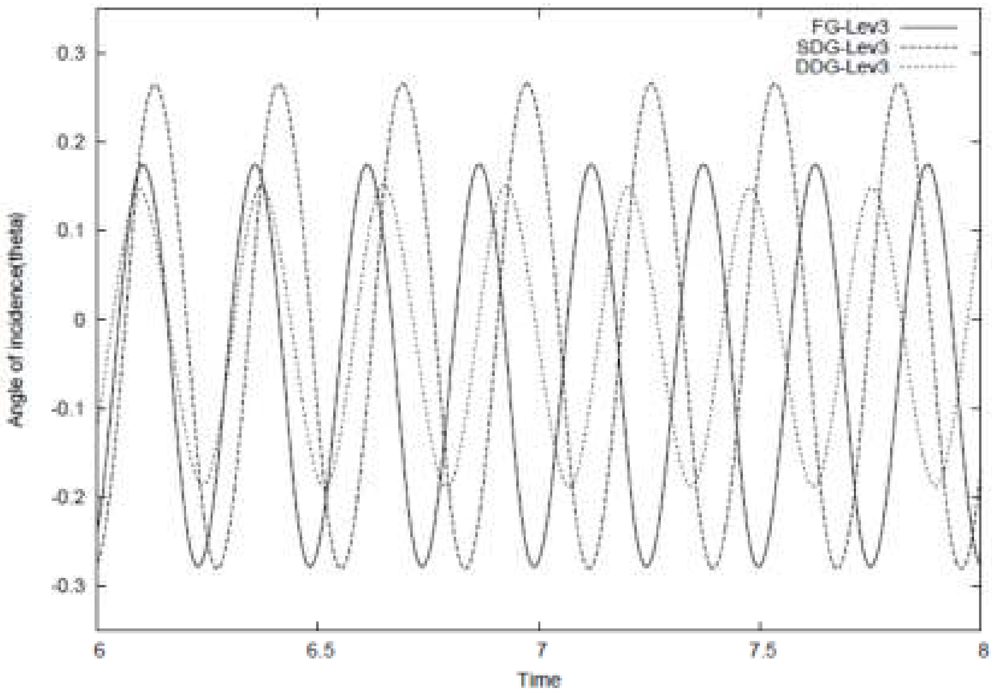
Слика 4.96 График за споредување на ω за фиксната мрежа на ниво 5 со динамична мрежа на ниво 3 за случај 3

Figure 4.96 Plot comparing ω for fixed grid at lev 5 with dynamic grid at lev 3 for case 3

Споредба на θ и ω помеѓу фиксна мрежа, статични деформирана мрежа 1 и динамична деформирана мрежа за T = 0.2cm

Во овој дел на компарација меѓу фиксната мрежа, статички деформиран мрежа и динамички деформирана мрежа на ниво 3 за дебелината T = 0.2cm .

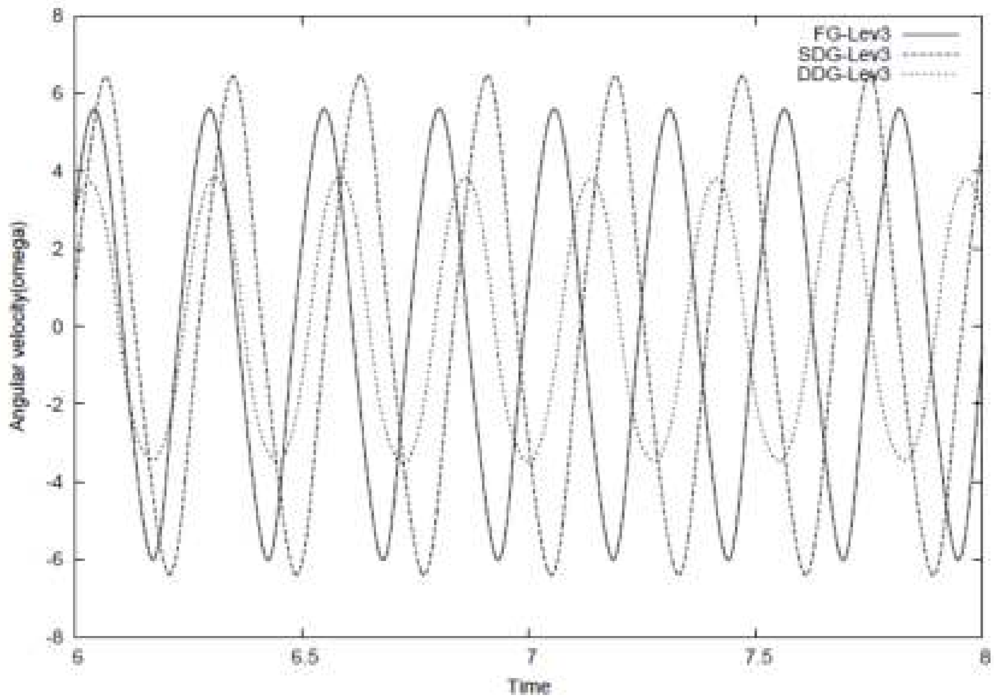
На слика 4.97 и слика 4.98 е даден влезниот аголот и аголната брзина за горенаведените мрежи. Се забележува од графикот статички деформирана та мрежа дава поголеми поместувања во однос на фиксната и динамична мрежа. Амплитудата е исто така поголема што е прикажано во табела 4.12.



Слика 4.97: Влезен аголот θ со користење на фиксна мрежа, статички деформирана мрежа и динамичкидеформирана мрежа на ниво 3 за T = 0.2cm

Figure 4.97: Angle of incidence θ using fixed grid (FG), static deformed grid(SDG) and dynamic deformed grid (DDG) at LEV 3 for T = 0.2cm

Во случај на многу тенки објекти тешко може да се пресметаат пониските нивоа со статички деформирана мрежа и фиксна мрежа. Во такви ситуации се применува динамички деформирана мрежа. Со дефинирањето на соодветена контролна функција, мрежните точки може да се решат на подобар начин околу објектот што резултира со подобро приближување на границата на површината на објектот што не е можно во фиксна мрежа на пониски нивоа.



Слика 4.98 Ааголната брзина ω со користење на фиксна мрежа, статички деформирана мрежа и динамички деформирана мрежа на ниво 3 за T = 0.2cm

Figure 4.98 Angular velocity ω using fixed grid (FG), static deformed grid (SDG) and dynamic deformed grid(DDG) at LEV 3 for T = 0.2cm

Table 4.12 Frequency and amplitude for case 2 using fixed grid, static grid and dynamic grid

Табела 4.12 Фреквенцијата и амплитудата за случај 2 користење на фиксна мрежа, статичка мрежа и динамичка мрежа

тип на мрежа/type of grid	фреквенција [Hz]	амплитуда [rad]
фисна мрежа/fixed grid lev 3	3,9478	0,22647
статичка деформирана мрежа /SDG lev 3	3,562	0,2731
диманички деформирана мрежа /DDG lev3	3,623	0,171
фиксна мрежа/fixed grid(reference) lev5	3,8505	0,3519

5. ЗАКЛУЧОК

Пресметките се вршат со три различни методи на мрежна адаптација, односно, статичка деформирана мрежа, динамичка деформирана мрежа и фиксна мрежа.

Фиктивниот граничен метод со и без техники на мрежна адаптација се користи како метод за обработка на проблем на интеракција флуид и цврста структура. Во овој метод структурата се третира како внатрешна граница за пресметка на флуидот и движењето на структурата е пресметана од силите на флуидот на оваа фиктивна граница. Ова, заедно со проекција за решавање на подпроблеми на проток дава ефикасно за решавање динамика на цврст објект во нестислив флуид.

Со тестирање на различни дебелини на објект може да се види дека се додека објектот е решен од страна на мрежа (дебелина на мембраната е T = 0.4cm и 0.2cm) резултатите пресметани врз основа на груби нивоа се блиску до фини нивоа кои се земени како основа. Од друга страна за многу тенки објекти кои имаат дебелина на T = 0.1cm фиксната мрежа има ниско ниво на точност за гранично приближување на цврсти објекти на пониските нивоа. Решението може да се подобри со зголемување на нивото на филтрирање на повисоки вредности, што резултира со дополнителни пресметки. За да се реши овој проблем се истражуваат техники на деформација на мрежа.

Првиот метод што се користи е статичка деформација каде мрежа не се менува со текот на времето и регионот околу објектот е деформиран на таков начин што повеќе мрежни точки се концентрирани во близина на површината на крутиот објект, а со тоа и на грешката при гранично приближување значително се намалува. Се очекува дека со таков вид на модификација можеме да ги решиме границите на објектите на подобар начин, во споредба со фиксна мрежа. Иако резултатите од дебелина T = 0.4cm и 0.2cm на ниво 3 не се во согласност со фиксна мрежа на ниво 5. Со дефинирањето на соодветна контролна функција околу објектот и во прирастот се очекува дека резултатите добиени при пониски нивоа со мрежна деформација го даваат истиот резултат како и добиени на повисоки нивоа со фиксна мрежа.

Следниот пристап, метод на динамична деформација се користи како подобрување во однос на статички метод на деформација. Во овој метод мрежата се движи со осцилирањето на крутото тело. Се забележува дека мрежните точки се концентрирани на подобар начин и се усогласени во близина на површината на цврстиот објект што резултира со подобро приближување во споредба со статички случај. За мембрана со дебелина T = 0.1cm објектот се решава и добиеното решение со осцилирање на објектот се споредува со статички метод на ниво 3, каде објектот не осцилира. Со овој метод резултатите на ниво 3 не се поклопуваат со резултатите од фиксната мрежа на ниво 5. Но целта на решавање на тенки објекти е добиена. Покрај тоа осцилациите на пониските нивоа се добиваат за многу тенки објекти во споредба со фиксна мрежа и статички деформирана мрежа каде што објектот не е целосно решен и не дава никакви осцилации.

Конечно можеме да заклучиме дека во некои случаи, методот на динамичка деформација може да се користи како идна работа за да се справи со многу тенки објекти со произволни форми и да добијат некои разумни резултати во зависност на бројот на мрежните јазли, но на тој начин треба да се дефинира подобра контролна функција.

КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА

[1] www.cosmol.com/showroom/gallery/660.php, 2006.

[2] www.cosmol.com/showroom/gallery/361.php, 2006.

[3] K.Y. Billah and R.H. Scanlan. Tacomas narrow bridge failure. American Journal of Physics, 59, 1992.

[4] S. Turek, D. Wan, and L. Rivkind. The fictitious boundary method for the implicit treatment of dirichlet boundary conditions with applications to incompressible flow simulations. Technical report, FB Mathematik, Universit¨at Dortmund, June 2003. Ergebnisberichte des Instituts f¨ur Angewandte Mathematik, Nummer 236.

[5] M. Grajewski, M. Koester, S. Kilian, and S. Turek. Numerical analysis and practical aspects of a robust and efficient grid deformaton method in the finite element context. Technical report, FB Mathematik, Universit ¨at Dortmund, August 2005. Ergebnisberichte des Instituts f¨ur Angewandte Mathematik, Nummer 294.

[6] J. Gomes and H. Lienhart. Proposal for the experimental reference test on laminar incompressible fluid-structure interaction. Technical report, University of Erlangen, 2006. Lehrstuhl Strmungsmechanik.

[7] Ch. Becker and S. Turek. Featflow – finite element software for the incompressible Navier–Stokes equations. User manual, Universit¨at Dortmund, 1999.

[8] http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ kuzmin/cfdintro/cfd.html, 2006.

[9] L. Goodman. Dynamics. Dover Publications, 2001.

[10] http://www.featflow.de, 2006.

[11] J. F. Acker. Arbeiten mit GMV unter FEATFLOW. Technical report, Universit¨at Heidelberg, 1998. Preprints SFB 359, Nummer 98-50.

[12] S. Turek, W. Decheng, and L. Rivkind. The fictitious boundary method for the implicit treatment of dirichlet boundary conditions with applications to incompressible flow simulation. In E. B¨ansch, editor, Challenges in Scientific Computing CISC 2002, LNCSE, pages 37–68, Berlin, 2002. Springer, Berlin.

[13] D.Wan and S. Turek. Direct numerical simulation of particulate flow via multigrid FEM techniques and the fictitious boundary method. Technical report, FB Mathematik, Universit¨at Dortmund, November 2004. Submitted to IGNMF 2005, Ergebnisberichte des Instituts f¨ur Angewandte Mathematik, Nummer 275.

[14] R. Glowinski, T.W. Pan, T.I. Hesla, and D.D. Joseph. A distributed lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows. Int. J. Multiphase Flow, 25:755–794, 1999.

[15] R. Glowinski, T.W. Pan, T.I. Hesla, D.D. Joseph, and Periaux. A fictitious domain approach to the direct numerical simulation of incompressible viscous flow past moving rigid bodies: Application to particulate flow. J. Comput. Phy, 169:363–426, 2001.

[16] N.A. Patankar, P. Singh, D.D. Joseph, R. Glowinski, and T.W. Pan. A new formulation of the distributed lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows. Int. J. Multiphase Flow, 26:1509 – 1524, 2000.

[17] D. Wan, S. Turek, and L. Rivkind. An efficient multigrid FEM solution technique for incompressible flow with moving rigrid bodies. Technical report, FB Mathematik, Universit¨at Dortmund, November 2003. Ergebnisberichte des Instituts f¨ur Angewandte Mathematik, Nummer 245.

[18] P.G. Ciarlet, J.L. Lions, R. Glowinski, and J.L. Lions. Handbook of numerical analysis: Numerical methods for fluids (Part 3). North-Holland, 2003.

[19] S. Turek. Efficient Solvers for Incompressible Flow Problems: An Algorithmic and Computational Approach. Springer, Berlin, 1999.

[20] S. Turek. A comparative study of time–stepping techniques for the incompressible Navier–stoke equations: From fully implicit non–linear schemes to semi–implicit projection methods. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 22:987–1011, 1996.

[21] S. Turek. On discrete projection methods for the incompressible Navier– Stokes equations: An algorithmical approach. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 143:271 – 288, 1997.

[22] J.U. Brackbill and J.S. Saltzman. Adaptive zoning for singular problems in two dimensions. J. Comput. Phy., 46:342 – 368, 1982.

[23] T. Cao, W. Huang, and R.D. Russell. A study of monitor functions for 2d adaptive mesh generation. SIAM Journal on scientific computing, 20:1978 – 1994, 1999.

[24] G.F. Carey. Computational Grids: Generation, Adaptation, and Solution Strategies. Taylor and Francis, 1997.

[25] A. Winslow. Numerical solution of the quasi-linear poisson-equation in a nonuniform triangle mesh. J. Comput. Phys., 1:149 – 172, 1967.
[26] W. Cao,W. Huang, and R.D. Russell. Approaches for generating moving adaptive meshes:location versus velocity. Applied Numerical Methematics, 47:121 – 138, 2003.
[27] Lang J. Adaptive Multilevel Solution of Nonlinear Parabolic PDE Systems. Springer, Berlin, 2000.
[28] P.B. Bochev, G. Liao, and G.C. De La Pena. Analysis and computation of adaptive moving grids by deformation. Numerical Methods for Partial Differential Equations, 12, 1996.
[29] G. Liao and B. Semper. A moving grid finite-element method using grid deformation. Numerical Methods for Partial Differential Equations, 11:603 – 615, 1995.
[30] F. Liu, S. Ji, and G. Liao. An adaptive grid method and its application to steady euler flow calculations. SIAM Journal on Scientific Computing, 20:811 – 825, 1998.
[31] H.H. Hu, D.D. Joseph, and M.J. Crochet. Direct simulation of fluid particle motions. Theor. Comp. Fluid Dyn, 3:285 – 306, 1992.
[32] B. Maury. Direct simulations of 2d fluid-particle flows in biperiodic domains. J. Comput. Phy., 156:325 – 351, 1999.
[33] X.X. Cai, D. Fleitas, B. Jiang, and G. Liao. Adaptive grid generation based on least-squares finite-element method. Computers and Mathematics with Applications, 48:1077 – 1086, 2004.
[34] G. Liao and D. Anderson. A new approach to grid generation. Applicable Analysis, 44:285 – 298, 1992.
[35] B. Dacorogna and J. Moser. On a partial differential equation involving jacobian determinant. Annales de le Institut Henri Poincare, 7:1 – 26, 1990.