Седми Македонски Симпозиум по диференцијални равенки,
Охрид, 26-29.09.2002, Зборник на трудови

ЗА ЕДНА КЛАСА ЛИНЕАРНИ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РАВЕНКИ ОД ВТОР РЕД ЧИЕ ОПШТО РЕШЕНИЕ Е ПОЛИНОМ

Илија Шапкарев[1], Боро Пиперевски[2], Елена Хаџиева[3], Невена Серафимова[4], Катерина Митковска - Трендова[5]

Апстракт: Во овој труд се разгледува една класа линеарни диференцијални равенки од втор ред чие општо решение е полином и се покажува дека таа е редуктибилна на систем диференцијални равенки од прв ред. При тоа е добиен системот диференцијални равенки и формулата за општо решение полином.

1. Нека е дадена диференцијална равенка од вид

$$(a_2x^2 + a_1x + a_0)y'' + (b_1x + b_0)y' + c_0y = 0, \qquad (1)$$

односно од вид

$$Ay'' + By' + Cy = 0,$$

каде $A = a_2x^2 + a_1x + a_0$, $B = b_1x + b_0$, $C = c_0$, $y=y(x)$ и a_2 , a_1 , a_0 , b_1, b_0 , c_0 се константи.

Нека $\Phi=\Phi(x)$ е било кое партикуларно решение на диференцијалната равенка (1). Тогаш важи

$$\begin{aligned} A\Phi y'' + B\Phi y' + C\Phi y &= 0 \\ A\Phi'' y + B\Phi' y + C\Phi y &= 0 \end{aligned} .$$

[1] редовен професор на Електротехничкиот факултет во Скопје ,
[2] редовен професор на Електротехничкиот факултет во Скопје ,
[3] помлад асистент на Електротехничкиот факултет во Скопје
[4] стручен соработник на Воената Академија”Генерал Михајло Апостолски” во Скопје
[5] стручен соработник на Воената Академија ”Генерал Михајло Апостолски” во Скопје

Од двете последни равенки се добива равенката

$$A(y''\Phi + \Phi' y' - \Phi' y' - \Phi'' y) + By'\Phi - B\Phi' y + C\Phi y - C\Phi y = 0 \quad ,$$

односно равенката

$$A(y'\Phi - \Phi' y)' + B(y'\Phi - y\Phi') = 0 \ .$$

Ако ставиме $z = y'\Phi - \Phi' y$, можеме да заклучиме дека равенката (1) може да се сведе на системот

$$\begin{aligned} y'\Phi - \Phi' y &= z \\ Az' + Bz &= 0 \end{aligned} \ . \qquad (2)$$

Нека сега разгледаме систем од вид (2) каде A и B се полиноми од втор односно прв степен и Ф=Ф(x) . Со елиминација на z од системот (2) се добива равенката

$$A\Phi y'' + B\Phi y' - (A\Phi'' + B\Phi')y = 0.$$

Ако ставиме

$$C\Phi = -(A\Phi'' + B\Phi'), \qquad (*)$$

каде C е полином од нулти степен, се добива равенката (1) при што од (*) можеме да заклучиме дека Ф е едно нејзино партикуларно решение .

Нека Ф е партикуларно решение на равенката (1). Во тој случај со решавање на системот (2) се добива

$$\Phi y' - \Phi y = C_2 e^{-\int \frac{B}{A} dx} ,$$

и конечно општото решение на диференцијалната равенка (1) ќе биде дадено со формулата

$$y = C_1\Phi + C_2\Phi \int \frac{1}{\Phi^2} e^{-\int \frac{B}{A}} \ . \qquad (3)$$

Формулата (3) се добива и со класичниот метод за решавање линеарна хомогена диференцијална равенка од вид (1), кога е познато едно нејзино партикуларно решение.

2. Нека диференцијалната равенка (1) има полиномно решение од степен n и нема друго полиномно решение од степен помал од n. Тогаш n е корен на карактеристичната равенка

$$\frac{n(n-1)}{2}A'' + nB' + C = 0\,. \qquad (4)$$

Диференцијалната равенка

$$Av'' + (B+nA')v' = 0, \qquad (5)$$

има две линеарно независни партикуларни решенија

$$v_1 = 1, \quad v_2 = \int A^{-n} e^{-\int \frac{B}{A}dx} dx$$

Со смената $v = A^{1-n} e^{-\int \frac{B}{A}dx} w$, равенката (5) се трансформира во равенката

$$Aw'' – [(n-2)A'+B]w' – [(n-1)A'' + B']w = 0,$$

која, согласно смената има две линеарно независни партикуларни решенија

$$w_1 = A^{n-1} e^{\int \frac{B}{A}dx}, \; w_2 = A^{n-1} e^{\int \frac{B}{A}dx} \int A^{-n} e^{-\int \frac{B}{A}dx} dx\,.$$

По n последователни диференцирања на последната равенка се добива равенката

$$Aw^{(n+2)} + (2A'-B)w^{(n+1)} + [A'' - B' - (\frac{n(n-1)}{2}A'' + nB')]w^{(n)} = 0,$$

или , во согласност со условот (4), равенката

$$Aw^{(n+2)} + (2A'-B)w^{(n+1)} + (A'' - B' + C)w^{(n)} = 0.$$

Во согласност со соодветната смена последната равенка има две партикуларни решенија w_1 и w_2, за кои важи

$$w_1^{(n)} = (A^{n-1} e^{\int \frac{B}{A}dx})^{(n)}, \; w_2^{(n)} = (A^{n-1} e^{\int \frac{B}{A}dx} \int A^{-n} e^{-\int \frac{B}{A}dx} dx)^{(n)},$$

а, очигледно, останатите n партикуларни решенија со кои заедно се формира еден фундаментален систем, се степенските функции 1, x, x^2, ..., x^{n-1} .

Ако во последната диференцијална равенка се стави $w^{(n)} = z$, ќе се добие равенката

$$Az'' + (2A'-B)z' + (A'' - B'+ C)z = 0,$$

која има општо решение

$$z = C_1\,(A^{n-1}e^{\int \frac{B}{A}dx})^{(n)} + C_2\,(A^{n-1}e^{\int \frac{B}{A}dx} \int A^{-n}e^{-\int \frac{B}{A}dx}dx)^{(n)},$$

C_1, C_2 - константи.

Со смената $z = A^{-1}e^{\int \frac{B}{A}dx}y$, дефинитивно се добива равенката (1) и во тој случај нејзиното општо решение ќе биде дадено со формулата

$$y = C_1\,Ae^{-\int \frac{B}{A}dx}(A^{n-1}e^{\int \frac{B}{A}dx})^{(n)} + C_2\,Ae^{-\int \frac{B}{A}dx}(A^{n-1}e^{\int \frac{B}{A}dx} \int A^{-n}e^{-\int \frac{B}{A}dx}dx)^{(n)} \quad (6)$$

C_1, C_2 - константи.

При тоа полиномното решение е дадено со формула наречена формула на Родригез.

Во тој случај равенката (1) е и редуктибилна и може да се сведе на системот:

$$Fy' – F'y = z, \quad (2^*)$$
$$Az' + Bz = 0.$$

каде F е полиномното решение дадено со формулата на Родригес:

$$F = Ae^{-\int \frac{B}{A}dx}\,(A^{n-1}e^{\int \frac{B}{A}dx})^{(n)}.$$

Да забележиме дека во тој случај во согласност со формулата (3) за општото решение на равенката (1) се добива друга формула различна од формулата (6) од вид

$$y = C_2F + C_1F\int \frac{1}{F^2}e^{-\int \frac{B}{A}} . \quad (3^*)$$

3. Нека е дадена диференцијална равенка (1) и нека x_1 , x_2 се реални корени на квадратната равенка $a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$, при што $a_2 \neq 0$.

Во $\left[1,2\right]$ е покажано дека равенката (1) има општо решение полином ако и само ако постојат природни броеви n, m кои ги задоволуваат условите:

$$\begin{aligned} &n(n-1)a_2 + nb_1 + c_0 = 0,\\ &(2n+m-1)a_2 + b_1 = 0,\\ &[rx_2 + (m-r-1)x_1]a_2 - (na_1 + b_0) = 0, \end{aligned} \tag{7}$$

за некое $r \in \{0,1,\ldots,m-1\}$.

Од првите две релации од условите (7) се добива $b_1 = -(2n + +m-1)a_2$, $c_0 = n(n+m)a_2$. Бидејќи x_1 и x_2 се корени на равенката $a_2x^2 + +a_1x + a_0 = 0$, од Виетовите формули се добива $x_1 + x_2 = -\frac{a_1}{a_2}$ и со замена во третата релација од условите (7) се добива $b_0 = [(n+r)x_2 + +(n+m-r-1)x_1]a_2$.

Со замена на така добиените коефициенти b_1, b_0, c_0 во равенката (1), се добива класата равенки:

$$\begin{aligned} &(x-x_1)(x-x_2)y'' - [(2n+m-1)x - (n+r)x_2 -\\ &-(n+m-r-1)x_1]y' + n(n+m)y = 0, \end{aligned} \tag{8}$$

од вид (1) кои имаат општо решение полином, каде $r \in \{0,1,\ldots,m-1\}$.

Со примена на формулата (6) за класата диференцијални равенки (8), се добива формулата за нејзино општо решение:

$$y = C_1(x-x_1)^{n+r+1}(x-x_2)^{n+m-r}\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} +$$

$$+ C_2(x-x_1)^{n+r+1}(x-x_2)^{n+m-r}\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\int(x-x_1)^{r}(x-x_2)^{m-r-1}\,dx\right]^{(n)} \tag{9}$$

C_1, C_2 - константи.

Во согласност со системот (2) односно (2*), диференцијалната равенка (8) е редуктибилна и може да се сведе на системот

$$\begin{aligned} &Fy' - F'y = z,\\ &(x-x_1)(x-x_2)z' - [(2n+m-1)x - (n+r)x_2 -\\ &-(n+m-r-1)x_1]z = 0, \end{aligned} \tag{2**}$$

каде $F = (x-x_1)^{n+r+1}(x-x_2)^{n+m-r}\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)}$.

Во тој случај за диференцијалната равенка (8) од формулата (3*) може да се добие и друга формула за општото решение, различна од формулата (9).

Ќе разгледаме неколку специјални случаи.

За $x_1 = x_2$, равенката (8) се сведува на равенката

$$(x-x_1)^2 y'' - [(2n+m-1)(x-x_1)]y' + n(n+m)y = 0, \qquad (8')$$

односно на равенката

$$(x-x_1)[(x-x_1)y' - (n+m)y]' - n[(x-x_1)y' - (n+m)y] = 0,$$

која е редуктибилна на системот

$$(x-x_1)y' - (n+m)y = z,$$
$$(x-x_1)z' - nz = 0.$$

Со елиминација на z се добива равенката

$$(x-x_1)y' - (n+m)y = C_1(x-x_1)^n,$$

чие решение се добива со формулата

$$y = (x-x_1)^{n+m}(C_2 + C_1\int\frac{(x-x_1)^n\,dx}{(x-x_1)^{n+m+1}}) =$$
$$= (x-x_1)^{n+m}(C_2 - C_1\frac{(x-x_1)^{-m}}{m}).$$

Значи во тој случај диференцијалната равенка (8’) има општо решение

$$y = A_1(x-x_1)^{n+m} + A_2(x-x_1)^n,$$

A_1 , A_2 се произволни константи.

Пример 1:
Диференцијалната равенка:

$$(x-2)^2 y'' - 3(x-2)y' + 3y = 0\,,$$

каде што $x_1 = x_2 = 2, n = 1, m = 2$, е редуктибилна на системот

(x-2)y’ - 3y = z,
(x-2)z’ - z = 0,

и има општо решение:

$$y = A_1(x-2)^3 + A_2(x-2)\ \ ,$$

A_1,A_2 се произволни константи.

Ако направиме проверка користејќи ја формулата (9) ќе го добиеме истото општо решение:

За r = 0 диференцијалната равенка (8) се сведува на равенката

$$\begin{aligned}&(x-x_1)(x-x_2)y'' - [(n+m-1)(x-x_1)+\\&+n(x-x_2)]y' + n(n+m)y = 0,\end{aligned} \tag{8”}$$

односно на равенката

$$(x-x_1)[(x-x_2)y' - (n+m)y]' - n[(x-x_2)y' - (n+m)y] = 0,$$

која е редуктибилна на системот

$$\begin{aligned}(x-x_2)y' - (n+m)y &= z,\\ (x-x_1)z' - nz &= 0\,.\end{aligned}$$

Од равенката

$$(x-x_2)y' - (n+m)y = C_1(x-x_1)^n\,,$$

се добива решението

$$y = (x-x_2)^{n+m}(C_2 + C_1\sum_{k=o}^{n}\binom{n}{k}\frac{(x_2-x_1)^k(x-x_2)^{-m-k}}{-m-k}).$$

Значи во тој случај диференцијалната равенка (8”) има општо решение дадено со формулата

$$y = A_1(x-x_2)^{n+m} + A_2\sum_{k=o}^{n}(\binom{n}{k}\frac{(x_2-x_1)^k(x-x_2)^{n-k}}{m+k}).$$

A_1, A_2 се произволни константи.

Пример 2:
Диференцијалната равенка:

$$(x^2+x-6)y''-(3x+4)y'+3y=0\ ,$$

каде што $x_1=-3, x_2=2, n=1, m=2, r=0$, е редуктибилна на системот

$$(x-2)y' - 3y = z,$$
$$(x+3)z' - z = 0.$$

Општото решение на оваа диференцијална равенка според последната формула ќе биде:

$$y=A_1(x-2)^3+A_2(3x+4)\ .$$

A_1, A_2 се произволни константи.

За r = m-1 диференцијалната равенка (8) се сведува на равенката

$$\begin{aligned}&(x-x_1)(x-x_2)y''-[n(x-x_1)+(n+m-1)(x-x_2)]y'+\\&+n(n+m)y=0,\end{aligned} \qquad (8''')$$

односно на равенката

$$(x-x_2)[(x-x_1)y'-(n+m)y]'-n[(x-x_1)y'-(n+m)y]=0,$$

која е редуктибилна на системот

$$(x-x_1)y'-(n+m)y=z,$$
$$(x-x_2)z'-nz=0.$$

По елиминацијата на z , равенката

$$(x-x_1)y'-(n+m)y=C_1(x-x_2)^n\ ,$$

има решение дадено со формулата

$$y=(x-x_1)^{n+m}(C_2+C_1\int\frac{(x-x_2)^n\,dx}{(x-x_1)^{n+m+1}})$$

$$=(x-x_1)^{n+m}[C_2+C_1\sum_{k=o}^{n}\binom{n}{k}\frac{(x_1-x_2)^k(x-x_1)^{-m-k}}{-m-k}].$$

Значи во тој случај диференцијалната равенка (8''') има општо решение

$$y=A_1(x-x_1)^{n+m}+A_2\sum_{k=o}^{n}(\binom{n}{k}\frac{(x_1-x_2)^k(x-x_1)^{n-k}}{m+k}).$$

A_1,A_2 се произволни константи.

Пример 3:
Диференцијалната равенка:

$$(x^2-x-6)y''-(4x-7)y'+4y=0$$

каде што $x_1=-2, x_2=3, n=1, m=3, r=2$ е редуктибилна на системот

$$(x+2)y' - 4y = z,$$
$$(x-3)z' - z = 0.$$

Според последната формула нејзиното општо решение ќе биде:

$$y=A_1(x-2)^4+A_2(4x-7).$$

A_1,A_2 се произволни константи.

Во сите овие специјални случаи (8'), (8'') и (8''') се добиваат системи од вид (2) и општи решенија на равенката (8) кои се дадени и со формулата (9). Ова ќе го покажеме само кај првиот специјален случај, додека кај останатите се покажува со иста постапка.

Со директна замена кај овој случај можеме веднаш да констатираме дека општото решение добиено со (9) е исто со веќе добиеното. Понатаму, ако во системот (2) го замениме полиномното решение $\Phi=(x-x_1)^{n+m}$ и конкретните коефициенти A и B од равенката (8) , за $x_1 = x_2$ се добива системот

$$(x-x_1)^{n+m}y' - (n+m)(x-x_1)^{n+m-1}y = z,$$
$$(x-x_1)z' - (2n+m-1)z = 0.$$

Ставајќи $z_1 = (x-x_1)^{1-n-m} z$, ќе го добиеме системот

$$(x-x_1)y' - (n+m)y = z_1,$$
$$(x-x_1)z_1' - nz_1 = 0,$$

кој е еквивалентен со веќе добиениот.

Ако за Ф се земе полиномното решение $F = (x-x_1)^n$, тогаш се добива системот

$$(x-x_1)y' - y = z_1,$$
$$(x-x_1)z_1' - (n+m)z_1 = 0,$$

каде $z_1 = (x-x_1)^{1-n} z$.

Во [3] е покажано дека диференцијалната равенка (8) може да се сведе на системот

$$(x-x_1)y' - (n+r+1)y + Bz = 0$$
$$(x-x_2)z' + (1/B)(r+1)(m-r-1)y - (n+m-r-1)z = 0$$

каде $r \in \{0,1,...,m-2\}$, B-константа, $B \neq 0$.

Бидејќи постапката за сведување на равенката (8) на систем диференцијални равенки од вид

$$\begin{aligned}(x-x_1)y' + Ay + Bz &= 0\\ (x-x_2)z' + Cy + Dz &= 0\end{aligned}, \qquad (**)$$

каде A,B,C и D се константи, всушност ги бара условите

$$\begin{aligned}&A + n + r + 1 = 0\\ &D + n + m - r - 1 = 0\\ &BC - (r+1)(m-r-1) = 0\end{aligned} \qquad , \qquad \text{каде } r \in \{0,1,...,m-2\},$$

случајот B = 0, C = 0 доведува до r = m-1 и до редуктибилност на равенката (8) на системи од вид (2), т.е. на системите

$$\begin{aligned}(x-x_1)y' - (n+m)y &= 0\\ (x-x_2)z' - nz &= 0\end{aligned} \qquad ,$$

односно

$$\begin{aligned}&(x-x_1)y'-ny=0\\&(x-x_2)z'-(n+m)z=0\end{aligned}\quad.$$

Да забележиме дека случајот $x_1 = x_2$ е всушност подслучајот r = 0 на кој се сведува веќе разгледуваниот случај кога r = m-1 со едноставна замена на x_1 со x_2. Навистина, ако во добиената равенка (8) за r = m-1, x_1 и x_2 си ги сменат местата, ќе се добие точно равенката (8) за r = 0. Според тоа, за r = 0 равенката (8) е редуктибилна на системите

$$\begin{aligned}&(x-x_2)y'-(n+m)y=0\\&(x-x_1)z'-nz=0\end{aligned}\quad,$$

односно

$$\begin{aligned}&(x-x_2)y'-ny=0\\&(x-x_1)z'-(n+m)z=0\end{aligned}\quad.$$

На крај, да забележиме дека случајот r = 0, за $B \neq 0$, имплицира диференцијалната равенка (8) да може да се сведе и на системот

$$\begin{aligned}&(x-x_1)y'-(n+1)y+Bz=0\\&(x-x_2)z'+\frac{m-1}{B}\cdot y-(n+m-1)z=0\end{aligned}\quad,$$

што значи дека сведувањето на равенката (8) на системи од вид (**) односно (2), не е единствено.

4. Постапката применета кај првиот специјален случај може да се обопшти и за системот (2**) односно за равенката (8). Притоа се добива систем во кој втората равенка ќе биде од вид $(x-x_1)(x-x_2)z_1'=0$, така што всушност решавањето на хомогената линеарна диференцијална равенка од втор ред (8) се сведува на решавање на нехомогена линеарна диференцијална равенка од прв ред.

Нека повторно го разгледаме случајот кога равенката (8) може да се сведе на систем од вид (2**), т.е. на системот

$$Fy' - F'y = z,$$
$$(x-x_1)(x-x_2)z' - \left[(2n+m-1)x-(n+r)x_2-(n+m-r-1)x_1\right]z = 0,$$

каде $F = (x-x_1)^{n+r+1}(x-x_2)^{n+m-r}\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)}$.

Со директна замена на F и F’ се добива системот

$$(x-x_1)^{n+r+1}(x-x_2)^{n+m-r}\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} y' \quad -$$
$$- \; (x-x_1)^{n+r}(x-x_2)^{n+m-r-1}\{\,(n+r+1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} +$$
$$+(n+m-r)(x-x_1)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} +$$
$$+(x-x_1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n+1)}\}\mathrm{y} = \mathrm{z},$$

$$(x-x_1)(x-x_2)z' - \left[(2n+m-1)x-(n+r)x_2-(n+m-r-1)x_1\right]z = 0 \quad .$$

Ставајќи $z = (x-x_1)^{n+r}(x-x_2)^{n+m-r-1}z_1$ се добива системот

$$(x-x_1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} y' \quad -$$
$$- \{\,(n+r+1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} +$$
$$+ \; (n+m-r)(x-x_1)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} +$$
$$+ \; (x-x_1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n+1}\}\mathrm{y} = \mathrm{z}_1\,,$$

$$(x-x_1)(x-x_2)[(n+r)(x-x_1)^{n+r-1}(x-x_2)^{n+m-r-1}z_1 +$$
$$+(n+m-r-1)(x-x_1)^{n+r}(x-x_2)^{n+m-r-2}z_1 + (x-x)^{n+r}(x-x_2)^{n+m-r-1}z_1{}'\,] -$$
$$-\left[(2n+m-1)x-(n+r)x_2-(n+m-r-1)x_1\right](x-x_1)^{n+r}(x-x_2)^{n+m-r-1}z_1 = 0\,,$$

односно системот

$$(x-x_1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} y' \quad -$$
$$- \{\,(n+r+1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} +$$
$$+ \; (n+m-r)(x-x_1)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} +$$
$$+ \; (x-x_1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n+1}\}\mathrm{y} = \mathrm{z}_1\,,$$

$$(x-x_1)(x-x_2)\ z_1'=0.$$

Од последниот систем се добива нехомогената линеарна диференцијална равенка од прв ред

$$\begin{aligned}&(x-x_1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)} y'-\\&-\Big\{(n+r+1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)}+\\&+\ (n+m-r)(x-x_1)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)}+\\&+(x-x_1)(x-x_2)\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n+1)}\Big\}y=C_2,\end{aligned}$$

и општото решение на равенката (8), освен со формулата (9), ќе биде дадено и со формулата

$$\begin{aligned}y&=(x-x_1)^{n+r+1}(x-x_2)^{n+m-r}\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)}\Big\{C_1+\\&+C_2\int\left\{(x-x_1)^{-(n+r+1)}(x-x_2)^{-(n+m-r)}\left[\left[(x-x_1)^{-r-1}(x-x_2)^{-m+r}\right]^{(n)}\right]^{-1}\right\}dx\Big\}\end{aligned}$$

C_1,C_2 се произволни константи.

ABOUT A CLASS OF SECOND ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS, WHOSE GENERAL SOLUTION IS POLYNOMIAL

Ilija Sapkarev, Boro Piperevski, Elena Hadzieva, Nevena Serafimova, Katerina Mitkovska - Trendova

Abstract:

We observe a class of linear differential equations of second order, whose general solution is polynomial. We prove that it is reducible to a system of differential equations of first order. In addition, we obtain the system of differential equations and the formula for the general polynomial solution, and we observe some special cases of this type of equations.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Шапкарев И.А. : Егзистенција и конструкција на полиномни решенија на една класа линеарни диференцијални равенки од втор ред,
Математички билтен бр.11-12, стр.5-11, 1987-1988, Скопје

2. Пиперевски Б.М. : Sur des equations differentielles lineares du duxioeme ordre qui solution est polynome; Department of Electrical Engeneering, Proceedings No 4, year 9, 13-17, 1986, Skopje
3. Serafimova N., Mitkovska Trendova K., Piperevski B. : On a classs of second order differential euations' systems, whose general solution is polynomial. Зборник на трудови, Втор Конгрес на математичарите и информатичарите на Македонија, (101-104) 2000, Охрид.